EL ARQUITECTO PRACTICO,

CIVIL, MILITAR, Y AGRIMENSOR, DIVIDIDO EN TRES LIBROS.

El I. contiene la Delineacion, Transformacion, Medidas, particiones de Planos, y uso de la Pantómetra.

El II. la práctica de hacer, y medir todo genero de Bobedas, y Edificios de Arquitectura.

El III. el uso de la Plancheta, y otros instrumentos simples, para medir por el ayre con facilidad, y exactitud, y nibelar regadìos para fertilizar los Campos.

COMPUESTO

POR DON ANTONIO PLO Y CAMIN,
Profesor de estas Ciencias.

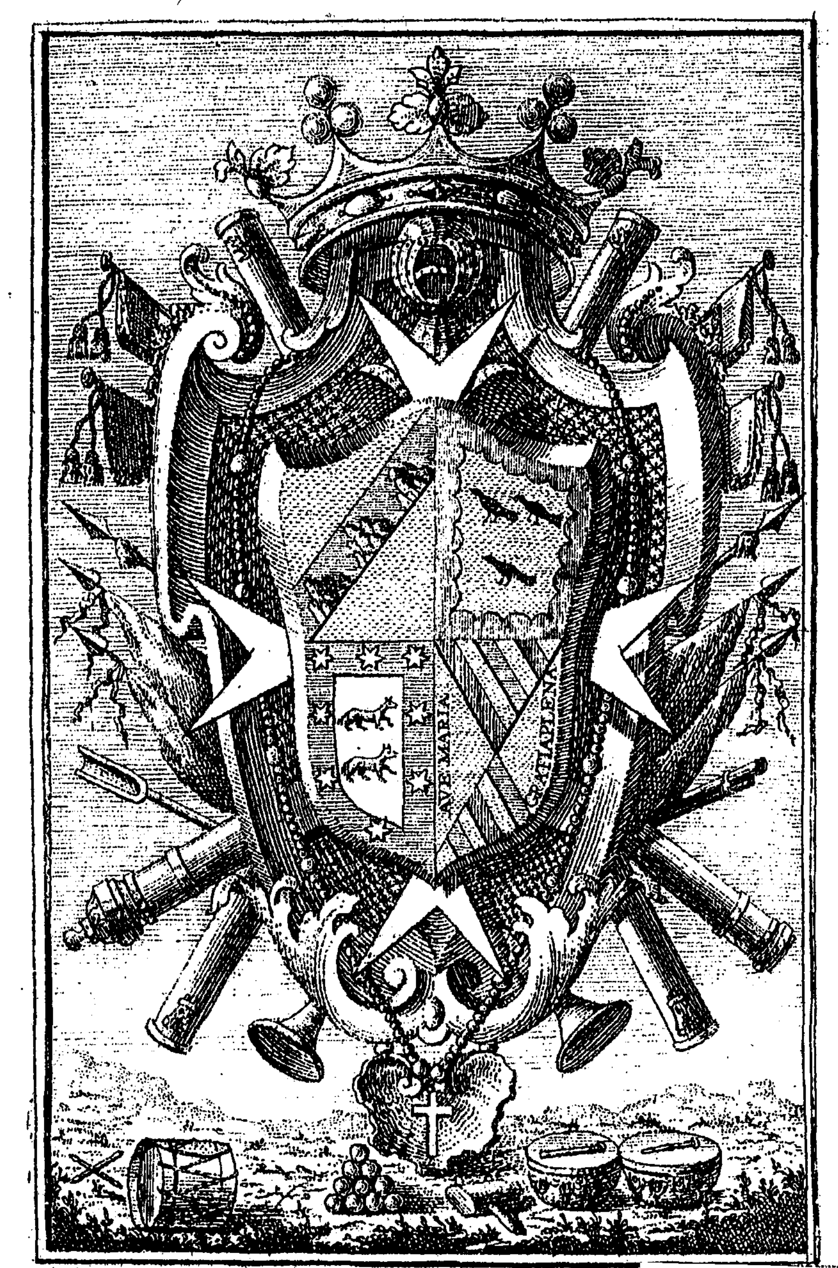
QUIEN LO DEDICA

AL M. IL.e SEÑOR

FR. DON ANTONIO MARIA
Bucareli, &c.

CON PRIVILEGIO.

EN MADRID: En la Imprenta de Pantaleon Aznar. Año de 1767.



Joanne Minguet Sculpsit Matriti

AL M. ILe SEÑOR^S

FREY DON ANTONIO Maria Bucareli y Ursua, Henestrosa, Laso de la Vega, Villacis y Cordova, Cavallero Comendador de la Bobeda de Toro, en el Orden de San Juan, Mariscal de Campo de los Reales Exercitos, Capitan General de la Isla de Cuba, y Governador de la Ciudad de San Christoval de la Habana, &c.

M. ILe SEÑOR^S.

TOdos los Escritores buscan hombres grandes, à cuyas sombras

bras se amparen sus produccio-
nes literarias, y aunque no lo-
gren por este respeto librarse del
todo de la censura de los igno-
rantes, no obstante éstos se con-
tienen por veneracion al escudo
que autoriza su Obra; la mia so-
lo sirve para mostrar con ella
mi gratitud à tanto favor como
he recibido de la persona de V.S.
y para poder en algo dàr un pú-
blico testimonio de mi respeto.

Corresponde mucho el argu-
mento de esta Obra al alto em-
pleo, que ha confiado S. M. à la
persona de V.S. entregando á su
vigilancia, y valor el gobierno
de una Plaza, que es el antemu-
ral

ral de un nuevo mundo. Es esta
Obra una instruccion para los
Profesores de Arquitectura Civil,
y Militar, con muchas, y nuevas
observaciones en las prácticas mas
esenciales de los Edificios, yá en
su construccion, yà en sus medi-
das, asi accesibles, como inac-
cesibles, reformando muchas co-
munes prácticas, en que no de-
xan de cometerse tal vez bastan-
tes errores, que se verán reme-
diados por la doctrina de este li-
bro.

A V.S. mas que à mi traba-
jo, se deberà la utilidad de esta
Obra, que no viera la luz públi-
ca, si no saliera cubierta con el

es-

esclarecido blasòn de V. S. en quien se hace patente su debido elogio, con mas claras luces, que pudiera dibuxar mi pluma; pues quien considere el noble proceder, y prendas que adornan la persona de V.S. podrà justamente dudar, si es mayor el lustre que dá à las acciones de V.S. su noble sangre, y gloria de antepasados, ò el esplendor, que con las acciones de V.S. su noble casa se engrandece. Parece que dispuso la Providencia en la persona de V.S. un noble exemplar para el gobierno; la suavidad en el trato; la actividad en la accion, y la vigilancia para el acierto.

to. Dignese, pues, V.S. de recibir con su afabilidad innata este obsequio de mis pobres tarèas, para que con tal gracia me aliente á otros trabajos, que sirvan de utilidad à nuestra Nacion Española, y sean del agrado de V.S. cuya vida guarde nuestro Señor los muchos años, que deseo. Madrid, y Noviembre 20. de 1766.

M. IL.E S.R

B.L.P. de V.S. su mas reverente siervo

Antonio Plò y Camin.

EL REY.

POR quanto Don Antonio Pló y Camin, vecino de Madrid, suplicó à mi Consejo le concediese Privilegio por diez años para que ninguna persona le pudiese imprimir un libro, que havia compuesto, intitulado: *El Arquitecto práctico, Civil, Militar, y Agrimensor*, por el trabajo que le havia costado; y visto por los del mi Consejo, se acordó expedir esta mi Cedula: Por la qual concedo Privilegio al expresado Don Antonio Pló y Camin, para que, sin incurrir en pena alguna, por tiempo de diez años primeros siguientes, que han de correr, y contarse desde el dia de la fecha de ella, pueda, ú la persona que su poder tuviere, y no otra alguna, imprimir, y vender el mencionado libro, intitulado: *El Arquitecto práctico, Civil, Militar, y Agrimensor*, con tal de que sea en papel fino, y buena estampa, viendose antes en mi Consejo, y estando rubricado, y firmado al fin de Don Ignacio Estevan de Igareda, mi Secretario de Camara mas antiguo, y de gobierno de èl: Y mando, que ninguna persona, sin licencia del expresado Don Antonio Pló y Camin, imprima, ni venda el

ci-

citado libro, pena al que lo hiciere de perder todos, y qualesquier libros, moldes, y pertrechos que tuviere, y mas incurra en la de cinquenta mil maravedís para la mi Camara, de los quales sea la tercera parte para ella, otra para el Juez que lo sentenciare, y la otra para el Denunciador: Y cumplidos los dichos diez años, quiero, que ni el referido Don Antonio Pló, ni otra persona en su nombre, usen de esta mi Cedula, ni prosigan en la impresion del citado libro, sin tener para ello nueva licencia mia, so las penas en que incurren los Concejos, y personas que lo hacen sin tener-

la:

la: Y mando á los del mi Consejo, Presidentes, y Oydores de las mis Audiencias, y Chancillerìas, Alcaldes, Alguaciles de la mi Casa, Corte, y Chancillerìas, y à todos los Corregidores, è Intendente, Asistente, Gobernadores, Alcaldes Mayores, y Ordinarios, y qualesquier otros Jueces, Justicias, Ministros, y personas de todas las Ciudades, Villas, y Lugares de estos mis Reynos, y Señoríos; y à cada uno, y qualquier de ellos en su distrito, y jurisdiccion vean, guarden, cumplan, y executen esta mi Cedula, y todo lo en ella contenido; y contra su tenor, y forma

no

no vayan, ni pasen, ni consientan ir, ni pasar en manera alguna, baxo la pena de otros cinquenta mil maravedìs para la mi Camara. Dada en Aranjuez à siete de Junio de mil setecientos sesenta y siete. = YO EL REY. = Por mandado del Rey nuestro Señor, D. Joseph Ignacio de Goyeneche.

IN-

INDICE

DE LOS LIBROS, Y CAPITULOS que contiene esta Obra.

LIBRO PRIMERO.

Cap.

LIBRO SEGUNDO.

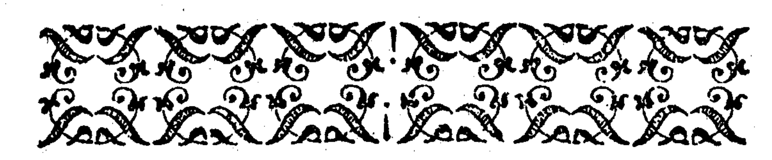
LIBRO TERCERO.

ERRA-

ERRATAS.

Paginas.	Lineas.	Dice.	Lease.
204	23	*VL*	VB
386	22	*NLMC*	NLMQ
395	23	*hasta*	Paralelas á
			HV hasta
404	19	*QR*	qR
439	27	*à la*	à las
452	5	*menores*	mayores.

IN-



INTRODUCCION.



ES la Mathematica el tronco universal de todas las Ciencias: su raíz, y fundamento es la Geometría, que juntamente con la Arithmetica, dispone, pesa, mide, y arregla todas las cosas naturales.

Para ponderar la nobleza, y utilidades de la Mathematica, era preciso escribir un volumen separado; por lo que basta decir, que de sus Profesores ha havido Emperadores, Pontifices, y Santos; y generalmente deben ser Mathematicos todos los Sabios, y grandes Señores.

Para cultivo de la Juventud Noble, y Plebeya tienen establecidas todos, ó los mas Monarcas de Europa distintas Academias, las que son dirigidas por los Varones mas cientificos de sus Reynos, los que con methodo breve, facil, y gustoso desbastan, industrian, y habilitan á sus disci-

A pu-

pulos, hasta ponerlos en la carrera que desean.

Otros muchos hay, que desean saber; pero pocos los que se quieren aplicar; y de los que se aplicarian, faltan los mas, por hallarse en paises retirados de las Academias, como á mí me ha sucedido; lo que ahora me hace falta para ser un suficiente Mathematico. Disculpame el no serlo, y el prudente lector me disimulará quanto en esta Obra encontráre mal ordenado; (defecto de mi poco estudio, que solo ha sido la práctica de construír, y obrar por mí, y en concurso de otros, varios edificios de toda clase de Arquitectura) y segun mi limitado ingenio, he podido alcanzar las partes, que contiene este volumen, las quales todas son prácticas; pero las considero suficientes para desterrar algunos errores, que se cometen en toda suerte de medidas, como tambien para instruír á los principiantes, y á los que por seguir el trabajo corporal, mantenerse con él, hallarse lejos de las citadas Academias, y con pocos medios de alcanzar los libros que necesitan, les servirá éste para las principales operaciones, que se les puedan ofrecer.

Las

Las prácticas de que se trata en el discurso de esta Obra, son las mas precisas, que deben obrar los Agrimensores, y Arquitectos Civiles, y Militares. Los primeros hallarán quanto pueden desear, para obrar sus operaciones con acierto, facilitarán las construcciones de formar sus planos sobre el papel, por medio de la Geometría Práctica, y por el uso de la pantómetra, ó compás de proporcion, que es el tratado del Libro primero de esta Obra, con el que se hallará instruìdo un Profesor de Arquitectura Civil, y Militar, para obrar quantas medidas de lineas, y superficies se le encargaren: delineará, transformará, y dividirá, ò partirá todo genero de figuras planas, tanto regulares, como irregulares, de donde pasará á comprehender con facilidad el Libro segundo; con cuyas prácticas medirá los edificios de Arquitectura, tanto superficiales, como sólidos. Delineará, y obrará quantas colunas se le ofrecieren, á excepcion de sus basas, capiteles, y cornisamentos, que estos los dá á luz la Real Academia de San Fernando, con todo lo demás correspondiente à la Arquitectura Ornamentaria, y Tignaria, y con el

tiem-

tiempo,es regular,dará la Lapidaria, que es la obra mas deseada de todos los Profesores Arquitectos; pero aunque en esta Obra se carece de aquellas partes, no se carece de las medidas de ellas, dispuestas por los méthodos mas seguros, que se han podido descubrir, sin dependencia de la Trigonometrìa, y se prueban los errores, y perjuicios que se cometen en las medidas, como se verá en sus respectivos lugares. En quanto á trazar Bobedas de todo genero, cortar quantas cimbras se ofrecieren, y vencer todas las dificultades, que en esta clase pueden ocurrir, y obrar con acierto todas sus medidas, por dificiles que sean, creo no desagradará, ni aun á los mas inteligentes. Dáse fin al segundo Libro, demonstrando la delineacion, que debe hacerse para dár las estribaciones correspondientes á los arcos: materia, que los mas que tratan de ella lo hacen con mucha variedad.

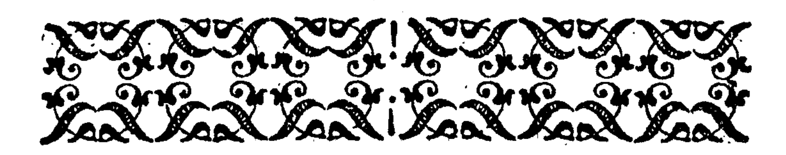
Pasando al tercero, y ultimo Libro, se halla la práctica de medir por el ayre todas las distancias, profundidades, y alturas de quantos edificios, montañas, y valles se presentaren á la vista, sin necesitar de Arith-

Arithmetica, ni de mas basa, que una sola, sea esta orizontal, ò vertical, pues de qualquiera de ellas se miden todas las sobredichas lineas, con solo el instrumento de la plancheta, sin que se cometan las equivocaciones, que padecen los mas que obran tales operaciones, de las que tengo muchas hechas, y vistas hacer; y por conocer lo mal fundado de ellas, he conseguido el medio de hacer las verdaderas medidas, con varias prácticas, que he hecho á costa de mi desvelo, trabajo, y especulaciones, de las que se seguirá (segun entiendo) mucha utilidad al Real servicio, y bien comun de todo el Público. Despues de las medidas de la plancheta, se ponen otras semejantes sin ella, por medio de mas simples instrumentos,como verá el curioso en su respectivo lugar; y se dá fin á la Obra con una ligera práctica de nivelár regadíos, para cultivo de las tierras, &c.

Me ha movido á componer esta Obra el vér la poca inclinacion que tienen los inteligentes, que con mas fundamentos que los mios, tanto por su caracter, como por su estudio, podian dár á luz otras de mas consecuencia; por cuyo defecto me he alenta-

tado á dár esta al Público, la que considero suficiente para los que solo se quieren contentar con la práctica, aunque en la realidad, sin ella de nada sirve la teorica, ni el mucho estudio. Yo quisiera poder instruír con mas perfeccion; pero no alcanzando mas mi insuficiencia, suplíco á los lectores me disimulen, y perdonen mis muchos defectos.

DI-



DIVISION DE ESTA OBRA, Y EXPLICACION DE LAS CITAS.

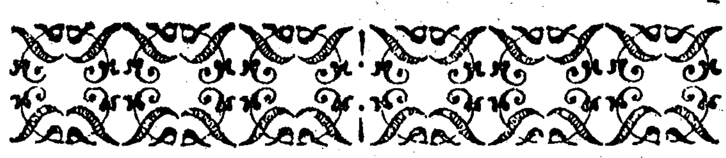
TOda esta Obra se divide en tres Libros, en lugar de tratados: cada Libro, desde su principio al fin, en Proposiciones, separando sus materias con Capitulos, sin que estos interrumpan la seguida de las Proposiciones, desde el principio al fin de cada libro.

Las citas se expresan del modo siguiente. Qualquiera numero, que se halláre semejante á este (3), se ha de entender la Proposicion tres de aquel mismo Libro; y quando se halle esta cifra (4. L. 1.), significa la Proposicion quarta del Libro primero, ó del que el numero señaláre; y en las demás citas, para las demonstraciones, que en

 las

las Proposiciones omito, nombraré el Autor, y lugar donde se haya de probar. Las Proposiciones todas, ò las mas son problemas.

LI-



LIBRO PRIMERO.

DE LA PRACTICA de Agrimensores.



LA práctica, que contiene este Libro primero, es un principio para la que necesitan los Profesores de Arquitectura Civil, y Militar, á los que precisa comprehender esta, para entrar con facilidad en la de los libros siguientes; pero para los que solo desean ser Agrimensores, les basta con la de este; y creo no les dañará, si se aplican á mucha parte de los restantes, donde comprehenderán las medidas por el ayre, que se les pueden ofrecer en muchas ocasiones, por algunos embarazos que suele haver en los campos, y montes, yá sea por aguas, ò yá por espesuras de bosques; en cuyos lances se hacen las medidas

por

por el ayre, y con mas seguridad, que mecanicamente.

Para exercer estas facultades de medir, deben ser los operantes medianos Geometras, delineando en papel los planos, que huvieren de medir, ó huviesen yá medido, por cuyo medio se logra tener presentes las medidas en todo tiempo, y dár puntual razon de ellas á quien fuere necesario; y para los que no tuvieren práctica en el uso del compás, les servirá la instruccion de las Proposiciones del capitulo primero, no pasando á la segunda Proposicion sin tener bien entendida la primera, lo que se consigue con aplicacion, y cuidado, haciendo las mismas delineaciones de las figuras en un papel, obrando con cada una de ellas segun se vaya explicando en la Proposicion; y obrando asi, quedará señoreado qualquiera principiante, por rudo que sea, sin valerse de Maestro.

CA-

CAPITULO I.

(*ESTAMPA I.*)

EN este primer capitulo se trata de la práctica correspondiente á lineas, angulos, y otros principios fundamentales, que haviendolos entendido el principiante, con poco trabajo, y en breve tiempo se habilitará para lo demás que contiene esta Obra.

PROPOSICION I.

Examinar si una regla es derecha, ó tuerta para tirar lineas rectas (Figur. 1.).

Para hacer en papel qualquiera delineacion exacta, no basta tener buenos compases, ni otros instrumentos, que se necesitan, si la regla con que se han de tirar las lineas rectas no está perfectamente derecha, la que se probará con la siguiente operacion. Haganse dos puntos muy sutiles, y sean el uno en A, y el otro en B, y, que diste uno de otro tanto como la regla fuere de larga. Ajustense los extremos de la re-

regla á los puntos A B: de modo, que asentada sobre C, se tire la linea A B: mudese la regla á la otra parte, asentandola en D por el mismo asiento que tuvo en C, y ajusten sus extremos en los mismos puntos de antes A B, y tirese otra vez la linea A B; y si esta pasáre por la que se tiró primero, sin conocerse mas que una sola linea, dirémos que la regla es buena; pero si en su medio tiene algun teso, ó vacío, por qualquiera de estos dos defectos formará una superficie, semejante à la que se demuestra en la figura; y estos defectos, ó qualesquiera otros, que puede tener una regla, los remediará qualquiera inteligente, sea Carpintero, Ensamblador, ò Evanista.

PROPOSICION II.

Tirar una linea recta por dos puntos, que estén cerca uno de otro, y alargarla lo que se quisiere sin error (Fig. 2.).

En muchas ocasiones sucede haver de alargar una linea corta á mayor longitud, ó distancia, ò que por dos puntos dados, poco distantes entre sí, se haya de tirar una recta muy larga; lo que está muy expuesto á error, y no lo havrá obrando en esta forma. Séan los puntos dados, ó linea, que se ha de alargar C D: tomese qualquiera abertura en el compás, que sea mas que la mitad de la linea C D, ò que sea igual á ella; y desde los puntos C D, como centros, describanse à una, y otra parte unos arcos, que se cruzan en los puntos E F. Desde estos puntos se harà otra vez la misma operacion con mayor abertura de compàs, formando otros arcos, que se cruzarán en un punto, como G. Tirese la C G, y se havrà alargado la C D hasta G, cogiendo los tres puntos C D G.

Si esta linea se huviere de alargar mas, se harà otra vez desde los puntos C G la misma operacion, que de los C D.

PROPOSICION III.

Tirar una linea perpendicular á otra en diferentes casos (Fig. 3. 4. 5. y 6.).

Caso primero. Si el punto dado C (Figur. 3.) estuviere fuera de una linea dada, como en la A B, pongase el pie del com-

compàs en el punto dado C, extendiendo el otro pie, hasta que con un arco, que se forme desde el punto, como centro, corte la linea dada en qualesquiera dos puntos, como A B; y con la misma abertura, ò qualquiera otra mayor que la mitad de A B, haganse centros A B, y desde ellos se cortaràn unos arcos, que se cruzan en el punto D. Tirese la C D, y serà la perpendicular que se pide.

Caso 2. (Fig. 4.) Quando el punto estuviere en V, y no se pudiere hacer la operacion à la otra parte de la linea dada P Q, tomese en el compás qualquiera abertura mayor que la mitad de P Q, y desde V cortense los puntos P Q, desde los quales con otra abertura mayor en el compás se haràn otros arcos mas altos, que se cruzan en O. Tirese la recta O, V, y serà perpendicular á P Q, juntandose con ella en angulos rectos en Z.

Esta misma operacion, y la antecedente se obran del mismo modo sobre qualquiera plano de pared, ò suelo, sirviendose de un hilo, ò cordel en lugar de compàs, en esta forma. Sea una linea P Q, (Fig. 4.) y tenga por caso 20. pies, y se pide que se le tire una perpendicular, que la divida en dos partes iguales. Esta operacion se puede hacer de dos modos.

1. En cada extremo de la propuesta linea P Q clavese un clavo: tómese un cordel, haciendose en uno de sus cabos un anillo: este se meterà en qualquiera clavo P; y señalando en el cordel un punto, como à distancia de 15. pies, que es mas que la mitad de P Q, tirese el cordel ácia O, y con el señal à los 15. pies, poniendo en él un otro clavo, ó lapiz, se señalarà con este un arco en V. Hagase lo mismo á la otra parte desde el clavo Q, formando otro arco, que corte al primero en el mismo puuto V: hagase la misma operacion con mayor distancia en el cordel, desde los mismos puntos P Q, haciendo otros dos arcos, que se cruzan en O: tirese con qualquiera renglon, ò cordel la O V, y serà la perpendicular, que se pide, dividiendo la P Q en dos partes iguales en el punto Z.

Esta operacion serà mas segura, si en lugar de cordel se sirve de una regla, ò vara derecha, y larga, travesandole cerca de sus extremos un clavo en cada uno, para que

que el uno se pueda fijar en los centros P Q, y con el otro se describan los arcos O V.

2. Por este medio se harà la misma operacion con el cordel con mas brevedad. Tómese un cordel, ò hilo, que sea mas largo que la linea P Q: dividase este cordel en dos partes iguales (lo que se hace breve solo con doblarlo): en el punto de la division atese un cabo de otro cordel: atense los extremos, ò cabos à los clavos P Q; pero de modo, que queden las dos partes iguales, desde los clavos al señal de la division. Luego se tirarà del cabo atado al medio del cordel, y asentarà por caso en el punto V, donde se harà una señal sutíl: hagase otra vez la misma operacion con otro cordel mas largo, tirado de los mismos clavos P Q; y haviendo obrado como antes, se hallará el punto O. Tirese la O V, y serà la perpendicular que se desea, como lo ha sido antes.

Caso 3.(Fig.5.) Si el punto dado fuere R, extremo de la linea propuesta, sobre el qual se ha de echar la perpendicular, abrase el compàs en una distancia arbitraria; y sentando un pie de èl sobre el extremo R, sien-

sientese el otro en qualquiera punto V; pero que cayga sobre la linea propuesta: hagase centro en V, y con la misma abertura del compàs se harà un arco sobre la linea propuesta, que la corta en el punto T. Tirese la T V, alargandola à discrecion por S. Cortese V S igual à T V; y tirando la recta S R, serà perpendicular à la propuesta T R, formando las dos el angulo recto en R. A este angulo llaman los Carpinteros escuadra en rincon.

Caso 4. (Fig.6.) Quando el punto dado cayere fuera de la linea propuesta, como L, que cae fuera de H M, tirese de L una linea recta, que corte à la H M en qualquiera punto de ella, ò en su extremo H: Dividase H L en dos partes iguales en el punto C. Desde éste, como centro con la distancia C L, hagase á discrecion el arco L N; y porque este no corta la H M, alarguese esta hasta que corte al arco en algun punto N. Tirese la L N, y esta serà perpendicular à H M, aunque cayga fuera de ella.

Si por algun embarazo no se pudiera alargar hasta N la H M, se levantarà una perpendicular del extremo M, como se

hi-

hizo de R en la Figura antecedente: y sacando del punto L una linea paralela à la perpendicular, que se huviere levantado del punto M, será la paralela L N, y queda hecha la misma operacion como antes.

La práctica de tirar lineas paralelas se expresa en las Proposiciones de las Figuras 10. 11. y 12.

PROPOSICION IV.

THEOREMA.

Si el angulo opuesto à el mayor lado de un triangulo fuere recto, las lineas de los dos lados menores seràn perpendiculares una á otra (Fig.7.).

Sobre este noble Theorema se funda la mayor parte de todas las Mathematicas (como puede vèr el curioso por la Prop. 47. del Libr. 1. de Euclides): por èl se probarà, si una linea es, ó no perpendicular à otra; y porque esto consiste en que en el punto donde se juntan las dos lineas, formen angulo, ò angulos rectos, serà bueno queden difinidos los tres especies

cies de angulos rectilineos, que son los que se forman de lineas rectas. Para que los principiantes tengan conocimiento de ellos, todos los Mathematicos dividen el circulo en 360. partes iguales, à las que dàn el nombre de grados, y cada grado le dividen en 60. minutos: cada minuto en 60. segundos, y cada segundo en 60. terceros, procediendo asi infinitamente; y esta division se hace en la circunferencia del circulo, tirando de cada grado una linea recta á su centro; pero regularmente se valen de la mitad del circulo, que es el semicirculo de la Fig. 22. dividiendole en 180. grados, como parece en la Figura, y de 10. à 10. de ellos sacan una linea recta al centro M, valiendose de este instrumento para muchas operaciones, que con èl se haràn adelante; y ahora solo nos servirèmos de èl para la definicion de los angulos rectilineos, dexando los curvilineos, y mixtilineos para otro lugar.

Siendo, pues, la medida de todos los angulos los grados que coge un arco, que se describe del mismo angulo, como centro, hasta tocar las lineas que lo forman, lo tenemos todo bien patente en la Figu-

ra 22. que se explica en esta forma:

La linea H M 180, es diametro del semicirculo H 90, 180, formado del centro M con la mitad de su diametro, ò distancia M H. La linea 90 M divide en dos partes iguales à la circunferencia en el punto 90; y al diametro en el punto M, centro del semicirculo: luego aqui se prueba, que con las dos lineas se han formado dos angulos rectos, el uno es H M 90, y el otro es 180 M 90, y la linea 90 M es perpendicular à la H M. Sabido, pues, que qualquiera angulo recto es la quarta parte de un circulo, ò mitad de un semicirculo, el angulo agudo serà el que coja menos de la quarta parte, que son los 90 grados; y qualquiera linea que salga del centro M, hasta la circunferencia en el numero que cortare, señalarà los grados, que vale aquel angulo: de modo, que no llegando à 90. serà agudo: si corta justamente los 90. serà recto; y si corta mas de los 90. serà obtuso; y para nombrar qualquiera angulo se ponen tres cifras, y la que se halla en medio es la que està en el angulo, como por exemplo: el angulo HM 50. se forma acuto en M, y vale 50 grados (Fig. 22.)

El

El angulo H M 90, ò el 90. M 180. son rectos en M, y qualquiera de ellos vale 90. grados. El angulo H M 130 es obtuso en M, porque pasa de 90. grados; y este vale 130. grados, y por este orden se pueden hacer infinitos angulos, y saber los grados, que cada uno vale; pero no puede haver angulo, que llegue à 180. grados; porque este es el valor del semicirculo (linea recta de su diametro).

Para probar si un angulo es recto, ò si dos lineas rectas son perpendiculares una à otra, sean en la (Fig. 7.) Y F, la una recta, y Y P la otra, tómese en el compàs qualquiera abertura proporcionada; y desde el punto Y con la tal abertura, cortense tres partes iguales en qualquiera de las dos lineas, y sea en la Y F. Tómense quatro de las mismas partes en la otra linea de Y à P. Si tirada la recta F P, tuviera esta cinco de aquellas partes, el angulo Y será recto, y las dos lineas seràn perpendiculares una à otra. Si la linea F P no llegáre à cinco partes justas, el angulo Y serà agudo; y si tuviere mas de las cinco partes, serà obtuso: de que se infiere, que con tres reglas, ò varas derechas, que la una tenga

tres

tres pies de largo, ò tres partes iguales; otra, que tenga quatro; y la otra cinco: si estas se tienden en qualquiera plano, y se ajustan los extremos de las unas à los de las otras, se formarà con ellas un angulo recto, ò escuadra, que podrà servir para la práctica de algunas operaciones en el campo; y à no haver reglas, se harà lo mismo con un hilo, ò cuerda, clavando tres clavos, uno en cada señal de las divisiones de tres, quatro, y cinco partes iguales, que se huvieren hecho en la cuerda despues de haver unido los cabos de ella.

Por esta misma regla se prueba, que el quadrado, que se hiciere sobre la linea opuesta al angulo recto de qualquiera triangulo rectangulo, será igual en superficie, ò area à los dos quadrados, que se hicieren sobre los otros dos; esto es, que si el primero tuvo 100. varas de superficie, los otros dos juntos tendràn otras 100. varas. Todo lo contenido en esta Proposicion es conveniente lo tenga bien entendido el principiante, para practicar muchas operaciones, que se le ofreceràn despues; por cuya causa he sido bastante largo en esta explicacion.

PRO-

PROPOSICION V.

Hacer un angulo igual à otro angulo dado (Fig. 8.).

Sea dado el angulo S A O: se pide que se haga otro igual á èl.

OPERACION.

Tómese en el compás qualquiera abertura, como no sea mayor que la linea mas corta de las que forman el angulo. Sea la distancia A S: hagase con ella desde A el arco SO; y sin variar la abertura del compàs, sientese el un pie de él en qualquiera punto M, y con el otro pie hagase el arco V C, cortandolo igual à O S; y tirando las rectas MV, MC, será el angulo M igual al angulo A.

Si se pidiere tambien, que el angulo A se dividiese en dos partes iguales, no hay mas que hacer, que tomar en el compàs qualquiera abertura, y desde los puntos O S, como centros, hacer mas adelante de ellos unos arcos, como los que se hicieron en G (Fig. 2.) desde los puntos E F; y del

 pun

punto en que estos se crucen se tirarà una recta al punto A, y quedarà hecha la operacion que se pide.

PROPOSICION VI.

Hallar el centro de donde se describió qualquiera arco (Fig. 9.).

Sea una porcion de circunferencia el arco D X Z. Tómese en el compàs qualquiera abertura; y sentando un pie de él en qualquiera punto D de la circunferencia del arco, describanse à una, y otra parte otros arcos en R, y B. Hagase la misma operacion desde otro qualquiera punto X, cortando con otros arcos los que se formaron desde D, y serán los puntos R B. Tirese por ellos la oculta B R, larga á discrecion. Elijanse à la otra parte del arco, que se le busca el centro, otros nuevos puntos, sean X, y Z. Desde estos, como centros, con la misma abertura del compàs, ò qualquiera otra, haganse otros arcos, que se cortaràn en los puntos EV. Tirese por estos la oculta VE, y cortará à la antecedente BR en el punto P, y este es el centro de donde se describiò arco el DXZ.

Por esta misma operacion se cogen con una circunferencia tres puntos dados en qualquiera plano (como no estèn todos en linea recta), haciendo desde ellos las mismas operaciones, que se han hecho para hallar el centro P del arco D X Z; porque si estos puntos fueran los dados, el arco D X Z, descrito del centro hallado P, pasaria por ellos; y si esta operacion se hiciere en algun plano, en el campo, ò en alguna pared, se obrará con una cuerda en lugar de compàs.

Tambien se obrarán las mismas operaciones para coger con un circulo los tres angulos de qualquiera triangulo; y siendo los tres angulos lo mismo que los tres puntos dados, queda yá explicado arriba; pero hay que reparar, que esta operacion, à mas del juego que tiene à varios usos, sirve para conocer de què especie es qualquiera triangulo; y aunque no hemos llegado à la fabrica de triangulos, no serà perjudicial al principiante quedar enterado de estas advertencias. Sea el triangulo, que se quiere saber de què especie es, D X Z (Fig. 9.), que se halla formado de lineas de

de puntos; y porque cae su centro P, para coger los tres angulos con la circunferencia, fuera del triangulo, se ha de advertir, que el tal triangulo es obtusangulo, o ambligonio. Si el centro P huviere caìdo en la linea D Z, ò qualquiera de las otras dos D X, ò X Z, seria triangulo rectangulo, ú ortogonio. Si el centro P huviere caìdo, ò cayere dentro del triangulo, en este caso seria acutangulo, ú oxigonio: estos nombres toman por razon de sus angulos; porque el obtusangulo tiene un angulo obtuso, opuesto à su mayor lado; el rectangulo lo tiene recto; y el acutangulo lo tiene acuto: aunque todos los tres angulos de este son acutos, unos mas, y otros menos.

Los triangulos, por razon de sus lados, se nombran de otro modo, que son equilatero, isosceles, y escaleno. Equilatero es el que tiene sus tres lados, y angulos iguales: isosceles, es el que tiene dos lados iguales, y uno desigual, y los dos angulos, que se forman con este lado, son iguales; pero cada uno de ellos es mayor que el otro, quando las dos lineas son mayores que la desigual; pero quando las dos iguales son menores, el angulo, que de ellas se forma, es

es mayor que qualquiera de los otros dos angulos iguales.

Triangulo escaleno, es el que se forma de tres lineas, y tres angulos, unas, y otros todas desiguales. Con esto quedan difinidos los triangulos rectilineos.

PROPOSICION VII.

Varios modos de tirar lineas paralelas (Fig. 10. 11. y 12.).

Modo primero. Si sobre la recta A B (Fig. 10.) se pidiere, que se tire otra linea paralela á ella, tan distante como la longitud, ò largura de la linea M, tómese ésta en el compàs; y haciendo centro en qualquiera punto A de la dada A B, hagase un arco C, y con la misma abertura del compás elijase otro punto en la linea AB. Sea el punto B: hagase desde B el arco D, y tirese la linea tangente C D, que serà paralela à la A B. Linea paralela es qualquiera, que dista de otra igualmente, tanto por sus extremos, como por su medio; y por mucho que estas se alargaren por ambos extremos, jamás se vendràn à juntar

tar las dos en un punto. Linea tangente se llama qualquiera recta, que se tira por la circunferencia de un arco, sin cortarlo; y al punto donde se toca el arco con la recta se nombra punto del contacto: tales son los puntos C D.

Modo 2. Si sobre una recta dada D E (Fig. 11.) se diere algun punto P, del qual se pide, que se saque una linea paralela á la D E, tirese del punto P qualquiera recta, que corte un punto V, formando qualquiera angulo DVP; y haciendo desde V los arcos DPEQ (5) iguales, se tirarà la recta por los puntos P Q, y esta es la paralela que se pide con D E.

Modo 3. Si fuere una linea dada O L (Fig. 12.) à la que se huviere de tirar otra linea paralela de un punto dado B, se podrà hacer sin variar la primera abertura, que se tomáre en un compàs. Abrase, pues, éste algo mas que el interválo, que huvieren de distar una linea de otra, como por exemplo del punto dado B à qualquiera otro punto O: de la dada O L tirese la B O, alargandola á discrecion ácia A: cortese O A igual à B O, que es la misma abertura del compás; y sentando un pie de èl en

en el punto A, vease dónde alcanza el otro en la O L, que serà el punto L: desde éste, como centro, sin que se haya movido la abertura del compàs, hagase el arco C; y tirando por los puntos A L la recta A L C, cortarà al arco C en el punto C: por éste, y el dado B, tirese la recta B C, y serà la paralela que se pide.

Si estas lineas se huvieren de tirar en algun suelo, ò pared, se obraràn con cuerdas, ò varas en lugar de compàs.

Otros modos hay de tirar lineas paralelas, y perpendiculares; pero con las que llevo expresadas tiene bastante qualquiera Profesor para su práctica.

PROPOSICION VIII.

Hallar el punto donde se juntaràn dos lineas, que no son paralelas (Figur. 13.).

Sucede muchas veces, quando se levanta un plano sobre algun terreno, ó quando en papel se forma un angulo muy agudo, que no se puede hallar el punto fijo donde se juntan, à causa de caminar las dos lineas juntas por algun trecho; y para ha-

hallar este punto se obrarà como se sigue.

Sean las dos lineas VO, NH: por los extremos de las dos tirese la N V, y à qualquiera distancia de NV tirese una paralela à N V, como H O De los puntos O V saquense otras dos lineas à discrecion: de modo, que formando qualquiera angulo, como en V, y en O, sean V P O Q paralelas, ò equidistantes entre sì. Tómese en el compàs la distancia N V, y señalense con ella las partes iguales, que se quisiere en la V P, como por caso se han señalado tres partes de V à P iguales á N V. Tómese ahora la distancia H O, y se pasaràn otras tres partes iguales à ella, desde O hasta Q. Tirese la oculta P Q, y esta continuada cortarà el punto S., haviendo alargado antes qualquiera de las lineas dadas V O, ò N H; y qualquiera linea, que se tirase por los puntos de las divisiones de V P à sus correspondientes en O Q, alargandolas ácia S, todas concurriràn al mismo punto S.

Esta práctica tiene mucho uso en la delineacion de los planos, la que debe tener el principiante muy bien estudiada, para el acierto de sus operaciones.

CA-

CAPITULO II.

EN este capitulo segundo se comprehende la division de las lineas, para formar las escalas Geometricas, que son las medidas de superficies, y sólidos, à las que los Franceses llaman comunmente pitipie: aplicanse tambien à otros varios usos, como se verà adelante.

PROPOSICION IX.

Dividir una linea en qualesquiera partes iguales. (Fig. 14.)

Pidese, que la linea A B se divida en tres partes y media iguales.

OPERACION.

Del extremo de ella A tirese una recta A C, que forme qualquiera angulo C A B: abrase el compàs en qualquiera distancia, como A F, y con esta se cortaràn tres partes iguales, comenzando del extremo A, señalando en la AC los puntos FGS. Tómese en el compàs la mitad de una de

ellas,

ellas, (3) y pasese de S à C. Del punto C, que es donde finalizan las tres partes y media iguales, tirese al extremo B de la linea dada la oculta CB, y se halla formado el triangulo ABC. De los puntos señalados en la AC, saquense las lineas SH, GE, FD, (7) paralelas à C B, y con los puntos, que estas cortan en la AB, queda ésta dividida en las tres partes iguales, y media mas. Si en lugar de media se pidiere un tercio, quarto, &c. se dividiria una de las tres partes en otras tres, quatro, ò el quebrado necesario, obrando con qualquiera de las tres partes AF lo mismo que se ha hecho para la division de la A C, y poniendo la parte de S à C.

Si para obrar con mas seguridad se quiere tirar del extremo B la linea B D, hagase el angulo A B D igual al angulo B A C (5), y la B D serà paralela à la CA: pasense las partes, que se hallaren en la CA de B à D, tomando en el compàs la distancia CS, y poniendo la de B á H, y la distancia de S à G se pasarà de H à E, y de E à D; y tirando las ocultas FD, GE, SH, con estas tres lineas queda la AB dividida en las tres partes y media iguales, que se pidieron.

Pa-

Para la demonstracion de èstas operaciones se ha de probar, que las partes que dividen la AB, son proporcionales á las que se han cortado en la linea AC, lo que se consigue por la 2. Proposicion del 6. libro de Euclides.

PROPOSICION X.

Dadas muchas lineas, aunque sean todas desiguales, dividirlas en un numero de partes iguales, cada una en sus correspondientes con una operacion (Figur. 15).

Pidese, que las dos rectas C, y D se dividan en tres partes iguales cada una.

OPERACION.

Tirese aparte la recta AN à discrecion, y con qualquiera abertura de compàs cortense en ella las tres partes, como señalan los numeros 1, 2, 3; y haciendo centro en el punto 3, con la misma abertura del compás, hagase el arco 2, SN; y haciendo centro en el extremo A con la distancia A 3 hagase el arco 3 S, que corta al arco antecedente en el punto S. Tire-

C se

se la recta AS larga á discrecion, y se ha formado un angulo PAN; con el qual se dividiràn en tres partes iguales quantas lineas se quisieren, como se sigue. Tómese en el compàs la linea C; y haciendo centro en el angulo A, hagase el arco PN, y su cuerda, ò substensa serà una de las tres partes de la linea C. (cuerda, ò substensa es la linea recta, que se tira del punto donde mueve un arco, al otro punto donde finaliza.)

Para saber qual es la tercera parte de la recta D, tómese lo largo de ella en el compàs, y hagase desde A (como antes) el arco V 2, y la cuerda de este serà la tercera parte de dicha linea D.

Si huviere muchas mas lineas, se harà la misma operacion con cada una de ellas, hallando la tercera parte en la cuerda del arco, que con toda su longitud se describiere en el angulo PAN.

Si como se ha hecho esta division en tres partes iguales, se huviere de hacer en quatro, se haria el semicirculo de el punto quatro, como se ha hecho aqui del tres; y si fuere de cinco, en el cinco, y asi en las demàs partes.

Es-

Estas operaciones hacen el mismo efecto, que las lineas de las partes iguales en la pantómetra, ò compàs de proporcion: su demonstracion es la misma, que la de la Proposicion pasada.

PROPOSICION XI.

Dividir una recta en las mismas partes semejantes, que estuviere dividida otra, mayor, ò menor (Fig. 16.).

Aunque esta Proposicion se puede colegir bastantemente de la práctica de la Figur. 14. (9) la pongo separada para mejor inteligencia del principiante, por algunas excelencias que tiene. Pidese, pues, que la recta PQ se divida en las partes desiguales, correspondientes à las que tiene la TL en los puntos OV.

OPERACION.

Tómese la PQ en el compás, y juntese un extremo suyo en T, y vaya el otro à E, formando qualquiera angulo ETL. Tirese la LE, y se ha formado el triangulo ETL: de los puntos O, y V, tirense à la TE las rectas OC, VS, paralelas à LE, y en los puntos CS queda hecha la division de PQ,

tras-

trasladada à TE en las mismas partes iguales, ò desiguales, que estuviere dividida la TL. La demonstracion de esta práctica es la misma que las de las dos Proposiciones antecedentes.

Este problema debe tenerlo presente todo Arquitecto, para la division de muchos repartimientos, y en especial para delinear qualquiera de las cinco ordenes de Arquitectura sobre una altura dada, o todas cinco bajo dos paralelas, lo que se practicarà del modo siguiente. Se pide que sobre una altura, que sea tanto, como la linea TE (que se imagina levantada à plomo sobre un plano vertical) se delinee una de las cinco ordenes con pedestal; y porque segun Bignola, se dà al pedestal el tercio de la altura de la coluna, incluso en esta su basa, y capitel, y al cornisamento, que carga sobre ella, se le dà la quarta parte de dicha coluna; lo que se consigue dividiendola en 12 partes iguales, y debajo de ella se ponen quatro partes, que es el tercio para el pedestal, y encima 3, que es el quarto para el cornisamento, y todas juntas hacen 19 partes iguales; se dividen con brevedad con esta Operacion. Sea el punto T

T donde ha de cargar el pedestal. Tirese la TL larga à discrecion; de modo, que saliendo del extremo T, forme en èl qualquiera angulo ETL; y porque la division de la altura ha de ser en 19 partes, tómese en el compàs una abertura proporcionada, para que todas se puedan señalar en la TL (sin que se gaste toda su largura con las 19 partes): ponganse 4 de ellas de T á O, 12 de O á V, y 3 de V à L (sin hacer caso de lo que sobráre en la linea TL): tirese la LE, formando el triangulo ETL. Luego de los puntos O, V, saquense las lineas OC, VS, que cortan à TE en los puntos CS, y se ha dividido la TE en las partes que se desea: TC 4 partes, tercio de 12, que tiene CS, y SE 3 partes: quarto de C S: con que yà tenemos repartida la altura del orden, que se quisiere delinear: TC altura del pedestal, CS altura de la caña de la coluna, S E altura del cornisamento.

El pedestal se divide en otras tres partes, para su basa, cimasa, y neto, que se queda entre las dos. La coluna se divide en basa, caña, y capitel: el cornisamento se divide en alquitrabe, friso, y cornisa.

 To-

Todos estos miembros se dividiràn por el mismo método, que la division que acabamos de hacer; pero es necesario para el buen arreglo de todos los miembros de qualquiera orden, tener entendido à Bignola, ò tener presente alguno de sus libros quando se estè delineando, por ser la doctrina de este Autor la mas bien recibida de todos los Profesores de Arquitectura Ornamentaria.

Si todos los cinco ordenes se huvieren de delinear entre dos paralelas, se tirarà una linea perpendicular á ellas en qualquiera de sus extremos: de modo, que ésta toque en las dos, y en ella se haràn las divisiones como en la TE; y tirando otras cinco paralelas à la perpendicular en los parages que fuere necesario para colocar cada orden, se cortaràn todas cinco lineas en los puntos necesarios para sus pedestales, colunas, y cornisamentos, sacando de los puntos CS unas perpendiculares à TE, ò paralelas á las dadas en los extremos TE, que corten à las cinco verticales, las que serviràn de exes, ó catetos, cada una para su orden. Los pedestales, colunas, y cornisas, en todos los cinco ordenes deben guardar una misma proporcion en altura, aunque no la guardan en gruesos, ni miembros menudos.

Me ha parecido conveniente explicar áqui esta práctica, por no haverla visto en Autor ninguno, y haver observado en muchos Delineantes, que para delinear las cinco ordenes de Arquitectura, bajo dos paralelas propuestas, se ha gastado mucho tiempo en ajustar las 19 partes de su altura, por andar tentandola con varias aberturas de compàs; y con la operacion expresada se ajustan con sola una abertura de èl, sin tener que hacer otra ninguna operacion; y quedando prevenido el Arquitecto de los Autores, que necesita tener presentes para delinear los cinco ordenes, concluyo la Proposicion.

PROPOSICION XII.

Dividir qualquiera linea dada en partes iguales, y progresion Arithmetica (Figur. 17).

Progresion Arithmetica es, quando los numeros se ván excediendo en una cantidad igual, como 1. 2. 3. 4. &c. ò 2.

2. 4. 6. 8. &c. Progresion Geometrica es, quando los numeros se vàn aumentando en doblada cantidad, como 2. 4. 8. 16. &c. Y para dividir qualquiera linea en progresion Arithmetica no es otra cosa, que señalarla en tales partes, que quando se necesite tomar en un compàs algun numero de ellas, se halle éste separado de las otras, lo que se consigue con la delineacion siguiente.

OPERACION.

En el paralelogramo NH, CP, se pide que se divida la linea VC. Tirese por uno de sus extremos C la recta CN perpendicular á VC, y con qualquiera abertura de compàs señalense en ella nueve partes iguales, como señalan los numeros (Figur. 17.), las que finalizan en el punto N: tirese la VN, y se ha formado un triangulo NVC: tirense por los puntos, que señalan los numeros en la linea CN, lineas paralelas á la VC, hasta que toquen en la NV, y queda hecha la division que se pide: de modo, que si se ofrece tomar en el compàs 5 partes de las 9, que tiene VC,

VC, se buscarà el numero 5; y puesto un pie de èl en el punto 5, se abrirá el otro por aquella linea, hasta el punto, que corta en la NV, y se tendràn en el compás 5 partes de las 9 iguales, que tendrà la VC; y asi se obrará con los demàs numeros de la NV.

Si fuere necesario tomar en el compás cinco partes y media de las dichas, dividase la distancia de 5 à 6 por medio en dos partes iguales; y tirando del punto de esta division una paralela à la VC, la distancia que tuviere esta ultima linea, que se tiráre, serà 5 partes y media de las 9, que tiene VC; y si como son 5 y media, huvieren de ser 5 y un tercio, quarto, ò quinto, &c. se dividiria la distancia de 5 à 6, ó qualquiera de entre otros dos numeros en 3, 4, ò 5 partes, y por la correspondiente à la parte de la parte que se pidiere quebrada se tiraria la paralela con V C, y aquella seria la que se busca.

Si como la VC se ha dividido en su perpendicular CN en 9 partes iguales, se pidiere en 18, ò en otro numero mayor, ò menor, se haria en la NC el numero de las partes que se pidieren; y obrando como se

se ha hecho, se lograrìa el mismo efecto.

Semejante à la misma division se hace de otro modo para dividir los miembros de los cinco ordenes de Arquitectura; y porque à qualquiera de ellas se le dà en su planta à la coluna sobre su basa dos módulos, que es el diametro de ella, se divide este diametro en dos partes iguales, y cada una de las dos es un módulo; y si este hùviere de servir para qualquiera de los dos primeros ordenes, que son Toscano, y Dorico, se divide en 12 partes iguales; pero si fuere para el orden Jonico, Corintio, ò Compuesto, que son los tres restantes, se hace la division del módulo en 18 partes iguales.

Sea, pues, la mitad del diametro de una coluna la linea HN (Fig. 17.), que se ha de dividir en 18 partes iguales.

OPERACION.

De los extremos NH tirense las rectas NC, HP, largas à discrecion; pero paralelas una à otra (7): tómese qualquiera abertura de compàs; y comenzando por la una del extremo N, se señalaràn hasta C 9 partes iguales: hagase lo mismo de H

H à P, como señalan los numeros en la Figura, y por los puntos 9 tirese la CP paralela à NH: dividase CP por medio en V, y tirese la VN; y tirando de los puntos que señalan los numeros en la NC lineas rectas à los correspondientes en la HP, queda hecha la operacion que se pide, cuyas partes necesarias se tomaràn de la Figura; como si fuere necesario tomar 15 partes de las 18, que tiene NH, busquese el numero 15, y la distancia, que hay de este à la obliqua NV, son las 15, que se toman; y las tres que faltan hasta 18, se notan con el numero 3 en la NC, que es la distancia desde el 3 hasta la NV. Si se huvieren de tomar algunas partes, y quebrado de otra, se obrarà como queda dicho arriba.

PROPOSICION XIII.

Dividir qualquiera linea, por corta que sea, en partes centesimas, ò milesimas (Fig. 18.).

Para quando se levantan planos sobre el terreno es preciso que la escala, ò pitipie sea de partes muy menudas, por ser ne-

necesario tener que medir en el papel algunas lineas, de una, ó mas leguas de largo; para cuyas operaciones es preciso que se entienda la práctica de la division siguiente.

Pidese, que la linea AB (Fig. 18.) se divida en trescientas partes iguales (estas pueden ser pies, varas, ò toesas, que cada toesa es dos varas, y cada vara tres pies).

OPERACION.

Dividase la AB en tres partes iguales en los puntos EH: tirense à discrecion por estos puntos, y los extremos AB las lineas AC, EF, H 200 BD, perpendiculares à la propuesta AB; y por las dos lineas de los extremos AC, BD con qualquiera pequeña abertura de compás, señalense 10 partes iguales, por las que se tiraràn las 10 lineas paralelas à la AB, como se demuestra en la figura, y señalan los numeros en la linea AC. Dividanse las porciones AE, CF (que son iguales, y tercio del paralelogramo ABCD) en otras 10 partes iguales; y por los puntos de la una division à los de la otra opuesta, tirense lineas transversales, como parece en la Figura, y se havrà dividido el tercio de la AB, que es AE en 100 partes iguales, que se cuentan desde A, en esta forma. El numero 1 es una parte de las 300. El 2 es dos partes; y asi los demàs numeros hasta C, que son allì 10 partes, desde el numero 9 hasta el punto C; y desde este punto hasta F son 100 partes: con que toda la CD tiene las 300 partes iguales à las que se piden en AB, como todo se demuestra en la Figura con los numeros correspondientes à las partes, que en ellos señalan; y para usar de este pitipie en las medidas de los planos en papel, ò delineacion de ellos, se obrarà en la forma siguiente.

Para tomar en el compàs 8 partes, busquese en la AC el numero 8; y sentando un pie del compàs en el punto 8, estiendase el otro pie hasta la transversal A 10, y esta abertura serà ocho partes de las 300, que se dividieron en AB.

Si fuere necesario tomar 73 partes, cuentense siete partes en la AE, que son las decenas que hay desde A hasta S; y porque las 7 partes de las 10, que hay de A à E, son cada una 10 partes de las 300 de AB, y que de A à S hay 70 de ellas, y se han

han de tomar 73, busquese en el lado AC el numero 3; cuya linea, que de este sale, y se junta con la que sale de S en O, tómese en el compàs O 3, y seràn las 73 partes que se piden; y si fuere necesario tomar en el compás 227 partes de la escala, ò pitipie, se obrarà de este modo. La linea AB, ò CD tiene 300 partes; y porque solo se necesitan tomar de ella 227, se restaràn de las 300 las 227, y quedaràn 73. Estas 73 se quitaràn de la linea AB, contando en la AE 70 partes, que son de A á S en la AB; y porque en las paralelas à esta, segun vàn bajando, se ván hallando las partes, que se necesitan, de modo, que en el triangulo A 10 C, la parte que señala el numero 1 en su misma linea serà en el triangulo opuesto VEF 9 partes, que es el cumplimiento hasta 10, y donde hay 3, será à la otra parte 7, y asi en las demàs partes de AC; y porque se han de quitar 73 partes, y tenemos 70 de A à S, busquese el numero 3 en AC, y vease donde se junta la linea que de èl sale, con la que baja de S, que serà en O: tómese la distancia OZ, y ésta serà las 227 partes que se piden. La razon de esto es, porque la linea que vá de Z al numero 3, corta desde Z hasta el encuentro de EF 200 partes; y desde este encuentro hasta el de la VF hay 7 partes, y de VF hasta O hay 20 partes, que juntas las tres partidas, son las 227, que se buscan; y por la misma orden se pueden tomar quantas se quisieren.

Si fuere necesario tomar en las lineas algunas distancias de miles de partes, es facil su inteligencia, pues con tomar en el compàs 100, ò 200 de la escala, se irán señalando en cada linea los millares de partes, que se quisieren; porque cada 10 distancias, como CF son mil, y 5, como FD, tambien son mil, poniendolas seguidamente en linea recta.

PROPOSICION XIV.

Dadas dos lineas rectas, hallar una media proporcional geometrica entre ellas (Fig. 19.).

La media proporcional Arithmetica entre dos lineas propuestas, es lo mismo que las progresiones de numeros, que se han tratado en la Proposicion (12); y para hallar una media proporcional Arithme-

metica entre dos lineas dadas, no es otra cosa, que partir la suma de las dos juntas en dos partes iguales; como si fueren dadas dos lineas, que una tuviese 3 pies, y la otra 7 juntas las dos en una recta, tendria 10 pies: partida en 2 partes iguales, tendria 5 cada una; y qualquiera de las dos partes será media proporcional entre 3, y 7. Pero una media proporcional Geometrica, es muy distinto, como se entenderà por esta práctica.

Pidese, que entre las dos lineas A y B (Fig. 19.) se halle una media proporcional entre ellas.

OPERACION.

Ponganse las dos en una recta, y sea la A de C à V, y la B de V á S: hagase sobre toda la CS el semicirculo CLS; y del punto V, donde se han juntado las dos lineas dadas. levantese la perpendicular VL, que cortarà la circunferencia en el punto L, y esta linea VL es la media proporcional, que se pide entre las A y B.

Por esta misma regla se saca la raíz quadrada de qualquiera numero, quando no se le puede hallar por via de Arithmetica, lo que se logra por via de linea en la forma siguiente.

Pidese la raíz quadrada de 27; y porque este numero no la tiene perfecta, ni por Arithmetica se le puede hallar numero, que multiplicado por sì, monte 27, se hallarà una linea, que si sobre ella se hace un quadrado perfecto, tendrá la superficie, ò area contenida dentro de èl, la cantidad de 27. pies, ò varas, ò la medida que fuere; para lo qual se han de buscar dos numeros, que multiplicado uno por otro, hagan 27: y porque para esto no se hallan otros, que el 9, y el 3, ò el mismo 27, y el 1, nos servirèmos de qualesquiera dos de ellos, y sean los primeros. Tirese, pues, una linea recta à discreccion, y sea CVS: tómese en el compàs qualquiera abertura, y señalense de C à V 9 partes iguales, y de V à S 3, que son los numeros, que multiplicados uno por otro, hacen 27. Sobre la CVS hagase el semicirculo CLS; y del punto V, donde se juntan las dos lineas de 9, y 3, partes iguales, levantese la perpendicular VL, que corta la circunferencia en el punto L. Digo, que la linea LV es la raìz quadrada de 27, que es lo que se pide;

y si sobre ella se hace un quadrado, que sean sus quatro angulos rectos, y sus quatro lados iguales à la VL, tendrà de area 27 partes iguales. Si como nos hemos servido de los numeros 9, y 3, que multiplicados uno por otro, montan 27, nos huvieremos valido del 27, y el 1, que multiplicados, como los otros, hacen 27, tambien saldria la misma linea LV; porque el semicirculo se haria sobre una linea de 28 partes de las 12, que tiene CVS, y la perpendicular se sacaria del punto que se juntaren las 27 con la 1; y aunque el semicirculo fuera mucho mayor que el de la Figura, la linea de èl seria siempre igual à la LV. Con lo explicado aqui basta para entender, que de qualquiera numero se puede sacar raiz quadrada, lo que se puede probar con qualquiera numero, que la tenga justa, como son el 9, y el 16, que eligiendo el 16, se hallan tres numeros, que le multipliquen, que son dos quatros, 8, y 2, el mismo 16, y el 1. Hagase la misma operacion con qualesquiera dos de ellos, y se verà, que por qualquiera parte tiene la media proporcional 4, que es raiz de 16. La razon de todo esto consta de la Propo-

posicion 47. del lib. 1. de Euclides.

PROPOSICION XV.

A dos rectas dadas, hallar la tercera proporcional (Fig. 20.).

Aunque la Figura 20 se ha delineado para la siguiente Proposicion, nos servirèmos para la presente por escusar figuras.

Pidese, que à las rectas LO, LM se les busque la tercera proporcional.

OPERACION.

Juntense las dos, de modo, que con el extremo de cada una formen qualquiera angulo L: tirese la MO: alarguese LO hasta R: de modo, que OR sea igual à la segunda LM: tirese la RS paralela á OM, y cortará à la LM, continuada en S. Digo, que la MS es la tercera que se busca; y que la proporcion que hay de LO á LM, es como la de LM à MS. (Consta de la Prop. 2. del 6. de Euclides.)

Si como esta linea se ha hallado en continua proporcion de mayor longitud, se hu-

huviere de hallar de diminucion, se tomaria la LM por primera, y la LO por segunda; y juntando LO en M, hasta donde alcanzáre ácia S, la que se bajáre de aquel punto paralela à MO, cortaria la OR menor que LO; y la proporcion que guarda LM con LO, guardaria LO con la cortada en OR.

PROPOSICION XVI.

A tres rectas dadas, hallar la quarta proporcional (Fig. 20).

Pidese, que à las tres rectas dadas C, B, A se les busque una quarta proporcional.

OPERACION.

Tómese la primera, que es la menor C, y pongase de L á O: juntese la segunda B de O á R, que las dos juntas forman la recta LOR: tómese la mayor A, y pongase de L á M, y tirese la O M: saquese del extremo R la recta RS paralela à OM, y cortarà à la LM, alargada en S; y la MS es la quarta proporcional, que se busca. Si como ésta se ha buscado en proporcion mayor, que la mayor linea de las tres dadas, se buscáre en menor, que la menor de ellas, se obrarà como se previene en la Propos. pasada.

PROPOSICION XVII.

A dos rectas dadas, hallar dos medias proporcionales (Fig. 21.).

Este es el noble problema para aumentar, ò disminuir los sólidos, o cuerpos cubos; y aunque célebres Autores han inventado varios modos de resolverle, se tiene por uno de los mejores el presente, cuyo inventor, segun Moya, fue Nicolàs Tartaglia; y segun otras opiniones de varios Autores, fue Philon. Sea quien fuere, se debe estimar la invencion de tan preciso problema; pues aunque éste, y todos los demàs carecen del rigor Geometrico, es de los mejores para la práctica.

Sean las dos lineas dadas VN de 8 pies, y NM de un pie, à las que se les buscan otras dos medias proporcionales à ellas.

OPERACION

De los extremos de la VN, levantense las perpendiculares NM, VE (3) á la VN, y tirese la EM paralela á la VN: alarguese à discrecion la NM ácia H: tirense las diagonales VM, EN, y se cruzan en O, que es el centro del paralelogramo EMNV (Este centro se asegura con la práctica de la Fig. 13.): sientese el un pie del compàs en el centro O, y se estenderà el otro pie hasta que en la NH, NV, continuada por P, se hallen dos puntos tales, que la recta, que saliere de ellos, como HP, pase justamente por el angulo E. (Los dos puntos PH no se ha hallado otro modo de encontrarlos hasta ahora, que tentando con varias aberturas de compàs). Hallados, pues, los puntos HP (con las dichas circunstancias), tirese la PEH, y se tienen las dos medias proporcionales, que se buscan: la una es PV, doblada que VE; y la otra es MH, mitad de EM: las dos son mayores que la menor NM, ò su igual VE; pero menores que EM, y todas quatro son excedidas en continua proporcion, como se demuestra en ellas mismas; porque VE es

es mitad de VP, y VP mitad de MH; y ésta, mitad de EM, ò su igual VN; y tomadas al contrario, son la mitad unas de otras: luego las VP, HM son medias entre NM, y NV, y estas son las extremas de aquellas.

Por este problema se saca raiz cubica de qualquiera numero, lo que no puede ser por Arithmetica, quando son numeros irracionales, que se obrarà en la forma siguiente.

Supongase, que como el numero 8 tiene raiz cubica perfecta (que es 2.), fuere otro, que no la tuviese. Sea, pues, el sólido, de que se ha de sacar una linea, que multiplicada por tres dimensiones, haga un sólido igual al paralelepipedo EMNV, que se supone macizo de un pie por cada lado, y 8. pies de largo, ò alto: hagase un paralelogramo EVNM, que sea igual en largo, y ancho à uno de los lados iguales del sólido: levantese la NM à discrecion: y del mismo modo se alargarà el lado NV por P, observando siempre el angulo recto N. Tómese el centro de la Figura O; y sentando en este centro una punta del compàs, se hallaràn los puntos HP, como se ha

ha hecho antes; y tirando la HP, que toque en el angulo E, corta la VP de dos partes de las 8 del sólido: luego multiplicando el 2 por èl mismo, son 4, y este otra vez por el 2, son 8, que es el sólido de quien es raíz PV.

Advertencias sobre este Problema.

1. Para sacar la raìz cubica de qualquiera numero, se ha de fingir un sólido en figura de qualquiera paralelogramo (pero quadradas sus basas menores), porque de otra figura es imposible poderse practicar, como si se pidiese la raìz cubica de 27µ. Busquese qualquiera numero, que se pueda hacer de èl un quadrado, sin quebrados: sea por exemplo el numero 20, que multiplicado en sì, forma un quadrado de 400. Supongase que estos 400 sean pies, y que sobre esta basa se và à formar un pilar quadrado, que llegue hasta 27000 pies cubicos: partanse los 27000 à los 400, y vendrán à la particion 67 y medio, y esta serà los pies de altura, que havia de tener el tal pilar. Tómense, pues, dos lineas, una de 20, y otra de 67 y medio, que se

se sacaràn de un exacto pitípie, como el de la Figura 18: hagase con ellas un paralelogramo, que sus dos lados mayores sean iguales á los 67 pies y medio; y los otros dos lados menores iguales à los 20 pies (lado del quadrado de la basa, ó basas del sólido): hagase la misma operacion de antes, levantando el lado NM por H á discrecion, y alargando NV por P arbitrariamente; y hallando el centro O, busquense los puntos HP, segun se ha obrado para hallar la raiz cubica de 8; y tirando la HP, que pase tocando el angulo E, la porcion que cortáre de V à P, seria la raìz cubica de 27000, como lo es de 8 en la Figura; sobre cuya linea se formaria un sólido de tres dimensiones iguales, como son largo, ancho, y alto. Si dicha linea PV se midiese en el pitipie, se hallaria que su longitud cortaba 30 pies: luego ésta será la raìz cubica de 27000, como se prueba, multiplicando el 30 por sus tres dimensiones, que produce los mismos 27000. Con el exemplo siguiente saldrá mas de la duda qualquiera principiante.

Elijase qualquiera cubo, cuya raìz sea conocida, como lo es 4 de 64. (Para hacer la

la prueba valgome de la Fig. 87. Estamp.4. por ser la mas demonstrable para este exemplo) Sea un sólido MDBL todo cuadrado de 64 pies cubicos: hallese su centro, que serà en medio de la diagonal DL, desde el qual se hallaràn los puntos NP, y la linea que se tira de N á P corta el sólido quadrado en su angulo M, y al lado BD le corta alargado en P: con que la DP es la raìz cubica del sólido MDBL, cuyos lados son de 4 pies, como lo es tambien la DP: luego multiplicando esta en sì, que es 4 por 4, seràn 16; y estos por otros 4, hacen 64, que son los mismos que tiene el sólido MDBL. Pruebase aqui tambien la proporcion de unas lineas á otras; porque buscando las medias proporcionales entre LB, y BD por ser estas iguales, lo son tambien las DP, LN: luego todas son continuas proporcionales en igualdad.

Por este Problema se forman cajones, que sean de doblada, tresdoblada, &c. cabida uno de otro, ò que sea de la mitad, tercio, quarto, &c. Pero como el fin de esta Obra no es para medir trigo, ni otras especies de granos, omito la explicacion de esto: el que lo necesite vea á Moya, Geometrìa Práctica, libr. 4. fol. 249.

CAPITULO III.

EN este Capitulo se trata de la graduacion del circulo, ò su division en 360 grados, ò partes, y de algunas operaciones, que se practican con este instrumento.

PROPOSICION XVIII.

Dividir el circulo en 360 *partes iguales, ò grados.* (Fig.22.).

Aunque en la Propos. 4. se ha tratado algo sobre la práctica del circulo graduado, se pone en ésta el modo de construìrlo, que se obrará como se sigue.

Tómese qualquiera abertura de compàs MH, y del punto M, como centro, hagase un circulo; pero basta con la mitad, que se formarà sobre la rècta H M 180, y esta linea serà el diametro. Formese, pues, del centro M el arco H 90, 180, y con la misma abertura del compàs MH, que es el radio, ò semidiametro del circulo, comenzando de qualquiera extremo H, se dividirà la cir-

circunferencia en tres partes iguales en los puntos 60, 120, 180. Dividase cada una de ellas en otras tres partes iguales, y cada una de estas en dos, y quedarà dividido el arco en 18 partes iguales, y cada una de ellas serà 10 grados, que se iràn anotando con sus propios numeros 10, 20, 30, siguiendo asi hasta el otro extremo, que se le asentaràn 180, mitad de los 360, en que se divide todo el circulo, como parece en la Figura. De cada numero de ellos tirese una recta al centro M, que podràn parar en qualquiera otro arco, que se haga, como VTZ, para no confundir el centro M con el concurso de tantas lineas. Hecho esto, se dividirá cada parte de las 18 en otras dos, y queda el arco dividido en 36 partes iguales, y cada una tendrá 5 grados, que se notaràn con los numeros 5, 15, 25, &c. Hecho todo esto, se dividirà cada una de las 36 partes en 5, y quedará hecha la division de todo el arco mayor en 180 grados, obrandolo todo como parece en la Figura, la que es suficiente para qualquiera operacion de las Proposiciones siguientes, y para otras, que se haràn adelante, como se verá en el discurso de esta Obra.

PRO-

PROPOSICION XIX.

Formar un angulo de qualquiera numero de grados (Fig. 22.).

Pidese, que se haga el angulo A de 130. grados.

OPERACION.

Tirese qualquiera recta AD, y vease en el semicirculo graduado dónde se halla el numero de los grados, que se piden, que en este exemplo serà en la linea MS 130. Sientese el compàs en el centro M; y tomando en él la distancia M 130, se describirà del punto A un arco igual al H 130; y tirando de los extremos de él las rectas D, y B al centro A, quedarà formado el angulo DAB de 130 grados.

Si la operacion se quisiere hacer con qualquiera abertura de compás, se obrarà de este modo. Vease què numero de grados se pide para formar el angulo; y porque se pide de 130, busquese este numero en el semicirculo, y tirese de èl al centro M la recta 130 SM. Abrase el compàs en qualquiera abertura MV, y con esta, desde

de el centro M, hagase el arco VS, que corta à la recta, que baja del numero dado al centro del semicirculo en el punto S: con la misma abertura del compàs sobre qualquiera centro A hagase el arco DB igual al VS; y tirando por sus extremos D, y B al centro A las rectas BA, AD, queda formado el angulo A de 130 grados.

PROPOSICION XX.

Hallar los grados que vale qualquiera angulo dado. (Fig. 22.)

Pidese quántos grados de los 360 que vale el circulo, corresponden al angulo BAD. Tómese en el compàs qualquiera abertura AD; y desde A hagase el arco DB, y con la misma abertura desde M, centro del semicirculo, hagase otro arco à discrecion, como VTS. Tómese ahora con el compàs la cuerda del arco del angulo A, que es la distancia BD; y cortando en el semicirculo la distancia VS igual à la BD, saquese del centro M la recta MS, que alargada cortarà en el semicirculo el numero 130; y asi dirèmos, que el angulo BAD vale 130 grados.

Del

Del mismo modo que se ha practicado esta operacion, y la antecedente, se obrarà con qualquiera otro numero de grados, tirando de èl al centro M una recta; y el arco que entre ella, y la MH se hiciere, darà los grados, que se pidieren.

Si se pidiere algun numero de grados, y minutos, serà preciso hacer el semicirculo tan grande, que cada grado de los 180 de la Figura se pueda dividir en 60 minutos, que tiene cada grado.

PROPOSICION XXI.

Hallar el valor de los angulos en qualquiera triangulo, ò figura de muchos lados, y saber quántos angulos rectos contiene qualquiera figura rectilinea. (Fig. 22.)

Pidese el valor de los tres angulos del triangulo PQE.

OPERACION.

Sientese un pie del compás en qualqui ra angulo Q; y abierto el otro pie en qualquiera distancia QF, hagase desde Q el arco FC: con la misma desde E se harà

el

el arco 50, y de P el 40. Vayase con la misma abertura del compàs al semicirculo graduado; y desde su centro M hagase el arco VTZ. Hecho esto, se tomarà en el compàs la cuerda del arco del angulo Q, que es la distancia CF; y sentando un pie del compàs en el punto V, vease en què parte corta el otro al arco VTZ, y será en el punto T. Tirese por MT la recta M 90, que corta al semicirculo graduado en el numero 90; y por tanto dirèmos, que el angulo Q vale 90 grados, y por consiguiente es recto, por tomar la mitad de los 180 grados del semicirculo.

Hagase la misma operacion con las cuerdas de los angulos E, y P, y se hallarà, que la cuerda del arco del angulo E corta 50 grados, y la del P corta 40 en los puntos O 50 O 40.

Con las operaciones de este triangulo se prueba, que los tres angulos de qualquiera triangulo valen tantos grados como dos angulos rectos, como se verà sumando los 90 del angulo Q, los 50 de E, y los 40 de P, que todos juntos montan 180, que partidos á 90, que vale cada recto, toca à 2 angulos rectos. Para saber los angulos rectos de qualquiera figura regular que se forma, ò es formada dentro de un circulo, dán todos, ò los mas Autores de Arquitectura Militar la regla siguiente.

REGLA PARA SABER LOS ANGULOS rectos que vale qualquiera figura regular, ò irregular.

Figura regular es qualquiera, que formada de lineas iguales, son tambien sus angulos iguales. Figura irregular es la que carece de uno, ò otro, ù de todo. Para saber, pues, los angulos rectos que vale qualquiera figura, sea irregular, ò la que fuere, se sabrà de este modo.

Sea un qualquiera triangulo; y porque este tiene tres angulos, doblense, y seràn seis: de estos seis restense quatro, y los dos que quedan, son los rectos, que vale el tal triangulo. En todas las demàs figuras se obra lo mismo, doblando sus angulos; y restando siempre quatro, los que quedaren seràn los rectos que vale la figura, como si es quadrado, 4, y 4, son 8: restando 4, quedan otros 4, valor del quadrado regular, ò irregular. Si fuere de 5 lados,

 y

y 5 angulos, como es el pentagono, doblados, seràn 10, quitando 4, quedan 6. Estos son los 6 angulos rectos que valen los 5 angulos del pentagono: el exagono valdrà 8 rectos: el eptagono 10: el octagono 12; y asi en todas las demàs figuras. Todo esto conviene lo tenga bien estudiado el principiante, para caminar con algun conocimiento en sus operaciones.

CAPITULO IV.

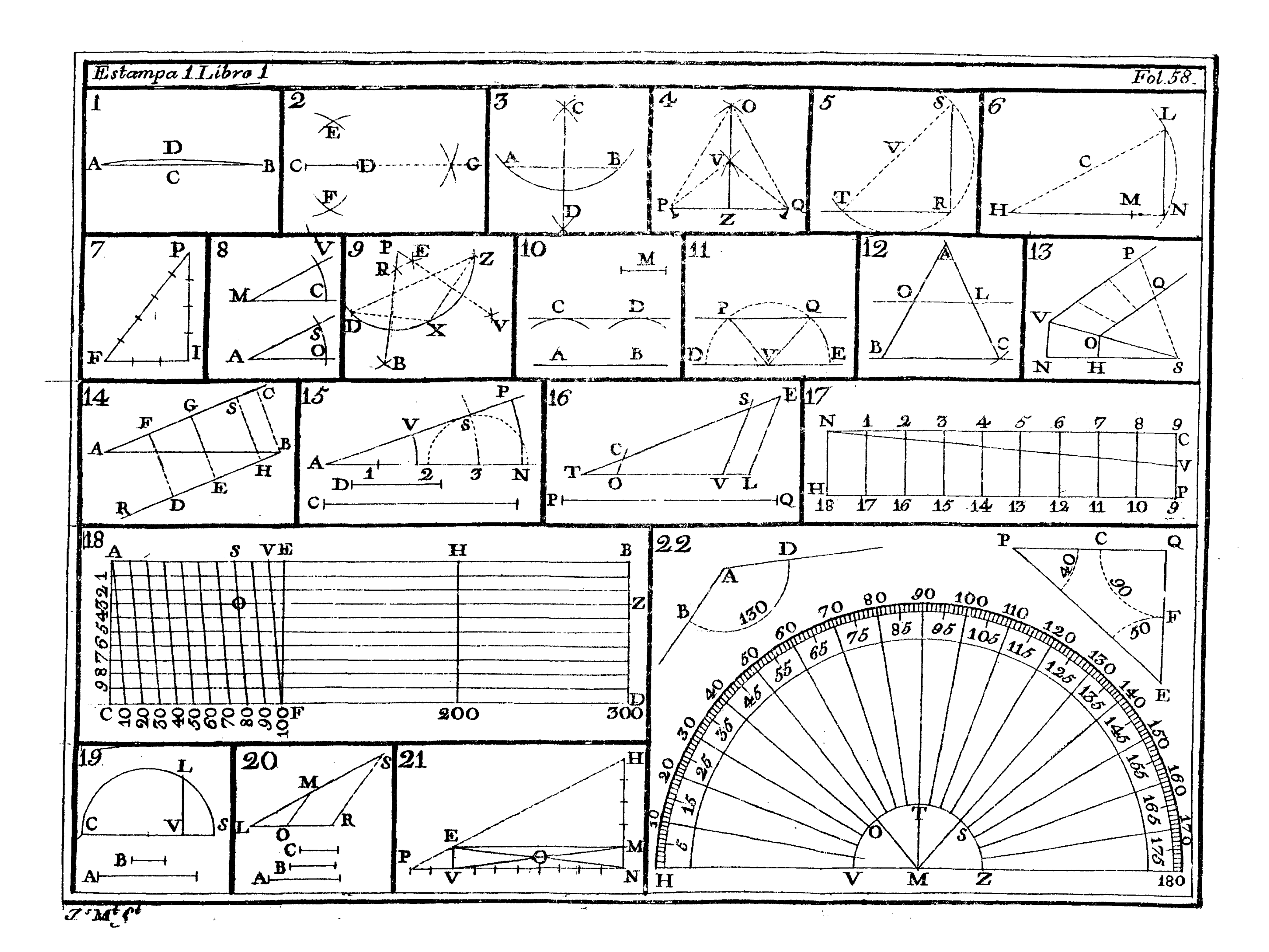
(*ESTAMPA II.*)

TRata de la delineacion de las figuras planas rectilineas, y curvilineas, y de las prácticas, que sobre ellas suelen ofrecerse à toda clase de Arquitectos.

PROPOSICION XXII.

Sobre una recta dada describir un triangulo equilatero en diferentes casos (Fig. 23.).

Caso 1. Sea la recta dada LF, cuya longitud se tome en el compàs; y desde sus extremos, como centros, haganse los arcos LA (desde F), y AF (desde L), que se


Estampa 1 Libro 1
Fol. 58.
J.s M.t f.t

se cruzan en A: tirense las rectas AL, AF, y queda delineado el triangulo equilatero LAF.

Caso 2. Con qualquiera abertura de compás hagase el mismo equilatero sobre la misma recta dada. Sea por caso el compàs abierto la distancia FP: hagase desde F el arco OP, y con la misma abertura desde P el arco OF, cuyos arcos se cruzan en el punto O: tirese por FO la recta FOA igual á FL; y tirando la AL, queda hecha la delineacion que se pide.

Del mismo modo se harìa construyendo sobre la recta LF qualquiera triangulo, equilatero PFO; y sacando del extremo L la recta LA, paralela al lado OP, hasta que se junte en A con el lado OF; y si en el extremo L se formase otro triangulo, como POF, continuando el lado FO, y el correspondiente al otro extremo, concurririan en A, formando siempre el equilatero sobre la recta dada LF.

Los triangulos escalenos, que son de tres lados desiguales, se delinean tomando uno de estos por basa; y luego tomando en el compàs qualquiera de los otros dos lados, se describe un arco con la distancia

del lado tomado desde un extremo de la basa; y haciendo lo mismo con el que falta desde el otro extremo, se cruzarán en un punto, que serà cuspide del triangulo: cuya práctica se comprehenderà mejor en la Figura 38. de esta Estampa. Los triangulos isosceles, que son de dos lados iguales, y uno desigual, se forman poniendo el desigual por basa; y sirviendo de centros los extremos de ésta, desde ellos se hace el triangulo isosceles, tomando en el compàs qualquiera de los lados iguales, cuya operacion es semejante à la del equilatero propuesto.

PROPOSICION XXIII.

Sobre una recta dada, formar un quadrado, ò paralelogramo (Fig. 24.).

Sea la recta dada MN: levantense las perpendiculares MH, NE (por la Prop. 3. de este Libro); y tirando la HE paralela á MN, queda hecha la operacion que se pide.

Si fuere quadrado perfecto, seràn sus quatro lados iguales, y los quatro angulos rectos; pero si los quatro angulos fueren rec-

rectos, y los dos lados fueren menores, que los otros dos, serà paralelogramo; y para probar si los quatro angulos son rectos, ò no, sea en quadrado, ò paralelogramo, se tiran las diagonales ME, HN, que se cruzan en el centro V, las que se mediràn con el compàs; y siendo iguales las dos, seràn rectos los quatro angulos de la figura. Y se sabrà si es quadrado, ò paralelogramo, asentando el un pie del compàs en el centro V; y con qualquiera abertura VE describir un circulo, el qual pasarà tocando su circunferencia en los quatro angulos; y si las quatro porciones de circunferencia de los quatro lados de la figura fueren iguales, serà quadrado; y si los dos lados opuestos fueren iguales, pero mayores, ò menores, que los otros dos, serà paralelogramo.

Nota, que una figura de quatro lados iguales se nombra elmoain, ó rombo, y es la que los dos angulos opuestos son obtusos, y los otros dos agudos, y la una diagonal es mayor que la otra; y si acontece lo mismo con los lados del paralelogramo, se nombra elmoarife, ò romboide; y si alguno de los lados de un quadri-

la-

latero fuere mayor, ó menor que los otros tres, ò todos quatro desiguales, se nombra la tal figura trapecia, ò trapecio; pero el nombre siempre se toma de los lados, y angulos que la componen, como triangulo de tres lados, y tres angulos, quadrado de quatro, pentagono de cinco, y asi infinitamente. Los Ingenieros llaman poligonos á toda figura rectilinea.

PROPOSICION XXIV.

Sobre una recta dada, construir un pentagono. (Fig. 25.).

Sea la linea dada AB: levantese la perpendicular A*e* (3): con el intervàlo AB, desde A hagase el arco BF à discrecion: dividase B*e* en 5 partes iguales, y saquese una de ellas de *e* à F; y tirando la FA, se tienen dos lados del pentagono FA, AB, y un angulo A. Hagase desde B con la distancia BA el arco AM igual á FB; y desde M, y F, como centros, y sin variar la abertura del compàs, haganse los arcos que se cruzan en *r*: tirense las rectas F*r*, *r*M, MB, y queda perfeccionado el propuesto pentagono. Si se quisiere hallar el centro del circulo, que pase por todos sus angulos, tómese la mitad del arco FB en S, y tirese la AS, que continuada cortarà el lado *r*M en dos partes iguales, y por consiguiente toda la figura. Del punto L (medio de la linea dada) levantese la perpendicular L*r*, y cortarà la AS en S, y este punto S será el centro del circulo que se busca.

PROPOSICION XXV.

Sobre una recta dada, describir el exagono (Fig. 26.).

Esta es la figura que con mas facilidad se delinea; porque con la misma abertura de compàs, que se describe un circulo, se divide su circunferencia en 6 partes iguales, de la que resulta la mayor parte del uso de la pantómetra en las lineas de las cuerdas, y poligonos. Sea la recta dada BD, de cuyos extremos, como centros, con su misma longitud, tomada en el compàs, se formaràn los arcos BA, DA, que se cruzan en A, cuyo punto serà el centro del circulo, que pasarà por sus 6 angulos; y descrito como parece, se cortaràn los 5 lados iguales à la propuesta linea BD; y ti-

tirando rectas de unos á otros, quedará formado el propuesto exagono.

Si de los angulos de él se tiran lineas rectas al centro A, se hallaràn construìdos dentro de la figura 6 triangulos equilateros todos iguales.

PROPOSICION XXVI.

Sobre una recta dada, construir un eptagono, ò figura de 7 lados (Fig. 27.).

Este problema no se halla puesto en práctica por este metodo, cuya operacion es de este modo. Sea la linea dada EX: abrase el compás en qualquiera abertura arbitraria XD: del punto X, extremo de la linea propuesta, hagase el arco DS á discrecion, y cortese con la misma abertura del compás desde D el punto S: de los puntos DS describanse los arcos que cortan el punto *r*, y tirese á discrecion la oculta X*r*, y cortarà el arco DS en dos partes iguales: levantese del extremo E la perpendicular EZ, y cortarà la X*r* en O. Hagase OZ igual à EO, y desde E, con la distancia EZ, hagase un arco de Z ácia S con la misma abertura del compàs: desde X con otro arco cor-

cortese el punto V, y será el centro de circulo sobre quien se halla la linea dada EX para un lado del eptagono, en cuya circunferencia se iràn cortando los restantes lados iguales à èl, y quedará formado, como parece en la figura, que se perfeccionará tirando rectas de unos puntos à otros.

La demonstracion de este problema es clara; porque varios Autores, que enseñan à construir todos los poligonos hasta el de 12 lados dentro de un circulo, conforman (y prácticamente se halla sin diferencia sensible) que la mitad de uno de los tres lados del triangulo equilatero, que se inscribe dentro del circulo, tocando sus tres angulos en la circunferencia de èl, la mitad de uno de estos tres lados divide la dicha circunferencia en 7 partes iguales, como sucede en la fig. 30. de esta Estampa, en la que para hallar el lado del triangulo equilatero, que se huviere de inscribir en el circulo con su mismo radio EK, desde qualquiera punto K de su circunferencia, se cortan en ella los puntos CZ, cuya linea tirada de uno á otro es lado del triangulo equilatero de aquel circulo, y su mitad FZ es lado del eptagono, que corta su

su circunferencia en 7 partes iguales: luego si se tirasen unas rectas del punto Z à los puntos EK (Fig. 30.) se formarìa otro triangulo equilatero EKZ, cuya perpendicular seria ZF, que corta en dos partes iguales el lado EK en el punto F: luego es esta la misma operacion que la que se ha hecho sobre la linea dada EX. (Fig. 27.)

PROPOSICION XXVII.

Sobre una recta dada, construir el octagono (Fig. 28. y 29.).

Sea la linea dada A*b* (Fig. 28.): dividase en 5 partes iguales: aumentese una de ellas por cada extremo, como AD, *b*C: construyase sobre la DC el equilatero CHD; y desde H, como centro, con la distancia HA, ò H*b* formese el circulo, como parece en la figura, cuya circunferencia pasarà precisamente por los extremos de la linea dada A*b*, con la qual se cortarà la circunferencia, como parece señalada; y tirando rectas de unos puntos à otros, se perfeccionarà el propuesto octagono.

Sucede muchas veces à los Arquitectos (Fig. 29.) haver de reducir un quadrado

do à poligono de 8 lados, para formar alguna bobeda esquilfada, cuya operacion no tiene mas dificultad, que tirar un cordel, ó linea oculta de un angulo al otro su opuesto, y con la mitad de la linea, como por exemplo CI, ó qualquiera otra mitad de las diagonales AD, CB, desde los angulos del quadrado se obrarà de este modo: Desde el angulo C con la distancia dicha, que será CI, cortense los puntos RS, y desde el angulo D los TO: desde B los EF, y desde A los LV; y tirando rectas de unos à otros, cortaràn las diagonales perpendicularmente, como parece en la Figura; y por consiguiente quedarà formado el poligono, sin diferencia notable.

PROPOSICION XXVIII.

Delinear dentro de un circulo todos los poligonos, desde el triangulo equilatero, hasta el de 12 lados (Fig. 30.).

Formado el circulo HB, KO, dividase con los dos diametros BO, HK, que se crucen en angulos rectos en el centro E; y tomando en el compàs qualquiera diametro OB, desde sus extremos, como centros, cor-

cortese el punto A, el qual serà universal para todas las operaciones.

Para formar el triangulo equilatero, dividase el diametro OB en 3 partes iguales; y por el punto L, que divide las dos de O á L, tirese de A la AL, hasta que corte en la circunferencia el punto N, y se hallará, que la linea tirada de O á N, es el tercio de la circunferencia de todo el circulo, como se puede probar cortando desde K con el radio del circulo los puntos CZ, cuya linea es tambien lado del triangulo, como se ha dicho antes; y midiendo la distancia ON con la CZ, se hallaràn iguales.

Por el mismo orden se formaràn todos los poligonos que se quisiere dentro del circulo, aunque sus lados sean infinitos, pares, ó impares, dividiendo siempre el diametro en tantas partes iguales, como lados huviere de tener el poligono; y tirando desde A por la segunda division proxima á O una recta; lo que esta cortáre en la OK, será lado del tal poligono: como por exemplo: Se quiere delinear un quadrado dentro del propuesto circulo; y porque el quadrado debe tener quatro lados,

dos, dividase OB en 4 partes iguales; y por la segunda division, que será precisamente el centro E, tirese la AE, que corta la circunferencia en K; donde se vè claramente dividida la circunferencia en quatro partes iguales; y tirando lineas rectas de K á B, y à O, y de H à B, y á O, queda perfeccionado el quadrado. Del mismo modo se formará qualquiera otro; como si se pidiere el eptagono, se dividirà el diametro OB en 7 partes iguales, y por el punto S, que divide dos de ellas, desde O se tirarà la AS, y cortarà el punto D, y la distancia DO serà uno de los 7 lados que se piden; lo que se probarà midiendo la DO con FZ, que tambien es lado del eptagono, como se ha dicho en la Proposicion 26; y se hallarà que DO, y FZ son iguales.

Para el poligono de 12 lados se dividirà la OB en 12 partes iguales; y por las dos proximas á O se tirarà la AO, que corta en C, y CO serà uno de los 12 lados, que se probarà ajustandose desde K á N, ó de N à Z, por ser cada una de estas partes mitad del exagono; y asi se obrarà con qualesquiera otros poligonos de mas, ò me-

menos lados, siendo esta regla universal para todos, cuya práctica es bien recibida de muchos Autores, y Profesores Geometras, aunque todas estas operaciones no vienen precisamente ajustadas al rigor Geometrico; pues en algunos poligonos sobra circunferencia, y en otros les falta; y el que necesitáre de toda la exactitud para qualquiera de ellos, se debe servir del semicirculo graduado (Fig.22.) partiendo los 360 grados à los lados que huviere de tener el tal poligono, ò bien dividir la circunferencia, tentando mecanicamente.

PROPOSICION XXIX.

Delinear qualquiera Elipse à punto determinado de varios modos (Fig.31.).

1 Pidese, que sobre la recta dada AB, diametro mayor, y la HV, diametro menor, se forme una Elipse (à quien los practicos comunmente llaman Ovalo): dispónganse los dos diametros de modo, que sus medios se crucen en angulos rectos en el punto Z: cortense por sus extremos arbitrariamente las partes HD, AT, BS: tirese la TD, y de su medio O saquese la per-

perpendicular OV (3), hasta que corte al diametro HV, que serà en V: tirense de V las rectas VS, VT largas à discrecion; y sentando un pie del compàs en V, como centro, con la distancia VH describase el arco PHQ; y desde T, y S, como centros, con la distancia TA, ó SB los pequeños arcos QB, PA, y queda descrita la mitad de la Elipse, que obrando lo mismo á la otra parte opuesta, quedarà concluída; y porque los Arquitectos solo necesitan la mitad, para la descripcion de arcos, y bueltas rebajadas, se omite formarle entero.

2 (Fig.32) De otro modo se describe la Elipse, y sale (al parecer) mas agradable à la vista su circunferencia; y es como se sigue: Crucense como antes los dos diametros mayor, y menor por sus medios en angulos rectos en el centro L: tómese la distancia del semidiametro menor LX, y pasese de L á D en el semidiametro mayor: dividase en tres partes iguales la diferencia de los dos semidiametros, que es la porcion de linea DA, y quatro de estas partes se pondrán de L á M, y de L á D, con la distancia MH, desde M hagase el

el arco HB; y sin variar la abertura del com-
pàs, desde H cortese el arco HB, y hagase
á la otra parte la misma operacion. Desde
los puntos D, y A, cortando el arco AC,
tirese la XB, y de su medio O saquese la
perpendicular OE, que cortará el diame-
tro menor continuando en E: hagase cen-
tro en E, y con la distancia EX hagase el
arco CXB, y queda delineada la mitad de
la Elipse; y asi puede obrarse á la otra par-
te para su conclusion:

3 (Fig. 33.) Esta práctica, y la siguien-
te, es la que mas comunmente siguen to-
dos los Profesores prácticos. A esta lla-
man remontar, y rebajar por tranquiles;
cuya operacion es como se sigue.

Ofrecese muchas veces haver de suje-
tar una bobeda á que levante á igualar con
la altura de otra, aunque el diametro sea
mayor, ò menor, de que resulta haverla
de subir mas que el semicirculo de su dia-
metro, si este fuere menor que la que se
ha de acompañar; ò ser mas baja, si dicho
diametro fuere mayor: y de qualquiera
modo siempre se obra una misma ope-
racion.

Sea, pues, sobre el diametro AB for-
ma-

mado un arco esferico, que sea mitad de
su circulo. Sea BD otro diametro mayor,
ó menor, que en este exemplo es mayor
que AB: juntese con AB la linea AM igual
á BD, que forme angulo en A: dividase
la circunferencia AVB en las partes iguales
que se quisiere: mientras mas fueren, será
mas exacta la operacion, no importando
que sean pares, ò impares: (En este exemplo
se halla en 6 partes en los puntos C, G, V,
h, Y.) bajense de estos puntos lineas per-
pendiculares al diametro AB, que lo cor-
tan en los puntos 1, 2, T, 3, 4: por los
extremos de los dos diametros AB, AM
tirese la oculta BM, y se havrá formado el
triangulo ABM. De los puntos de las divi-
siones del diametro AB tirense lineas ocul-
tas paralelas á BM, y cortarán á la AM en
los puntos 5, 6, 7, 8, 9: pasense estos
por su orden al diametro BD, como pa-
rece en la figura, y levantense sobre BD
las perpendiculares 9 Q, 8 P, 7 E, 6 F,
5 L, largas á discrecion, que se cortarán
iguales cada una á su correspondiente con
las de AVB; y por los puntos B, Q, P, E,
&c. se conducirá la curva por la práctica
de la Figur. 9. Estamp. I. y quedará descri-

ta

ta la media Elipse, sea remontada, ò rebajada; y del mismo modo sucederá aunque el arco, que haya de servir de fundamento, sea eliptico, cuya regla es universal para todo genero de arcos, ò porciones de ellos, como resulta para los cerchones, ò cimbras, quando se arman en bovedas de crucería, lunetas, y demás clases.

4 (Figur. 34.) Para delinear la Elipse á buelta de cordel se obra de este modo. Sea el diametro mayor MN, y el menor AC, que se cruzan en angulos rectos en el centro B: tómese la distancia BM, ò BN, pues son iguales, y ajustese desde qualquiera extremo C del diametro menor AC, hasta donde alcanzáre á una, y otra parte del diametro mayor, que será en los puntos D, y F: clavense tres clavos, uno en B, donde se atará un cordel: otro en C, sobre el que se tirará el cordel sin atarlo; y otro en F, atando el cordel en este, como en D; y soltando el clavo C, con este mismo se irá describiendo la Elipse, llevandolo por el plano de modo, que vaya siempre pasando el cordel tirante sobre el clavo C; pero sin soltarlo de los dos D, ni F. (Aqui se advierte, que las dos li-

lineas, que forma el cordel DC, CF juntas, son iguales al diametro mayor MN.)

De otro modo se pueden hallar los puntos D, F, obrando en esta forma. Sobre el diametro mayor MN hagase el semicirculo MON, y por el extremo del diametro menor C tirese la recta ECG paralela al diametro MN; y de los puntos E, G, que cortan la circunferencia del semicirculo MON, tirense las ED, GF paralelas al diametro AC; y los puntos D, F seràn los mismos que se cortaron antes sobre el diametro MN, à los quales llaman focus.

5 (Fig. 35.) De otro modo se describe la Elipse, segun el P. Tosca, tom. 3. Estamp. IV. Fig. 38. cuya operacion se hace con el compàs, y sale la circunferencia muy semejante à la de buelta de cordel; y porque en el citado lugar la trahe su Autor con alguna confusion para los que no son inteligentes, la explico aqui con mas facilidad, obrando como se sigue.

Dispuestos los dos diametros, que se crucen en angulos rectos en su centro, como los antecedentes, que en esta figura son el mayor MD, y el menor AB, hallen-

llense los focus OV por qualquiera de las reglas antecedentes. Se elegirà qualquiera de ellos, y sea V: sientese un pie del compàs en V; y de este punto, como centro, con distintas aberturas de compás arbitrarias (y quanto mas numero de ellas será mejor), haganse à discrecion los arcos 1, 2, 3, 4, 5, 6: hecho esto, alarguese por la otra parte el diametro mayor de modo, que DZ sea iguala DO; y para cortar los arcos en los puntos, que corresponden à la circunferencia, tómese del diametro mayor en el compàs la distancia Z 1, y con ella desde el focus O cortese el arco que saliò de 1: tómese la distancia Z 2; y desde O cortese el 2: con la Z 3 desde O el 3; y asi continuando hasta el 6, cortandolos todos desde O, luego se guiará la curva por los puntos cortados en los arcos por la Proposicion de la Figur. 9. y quedarà delineada la mitad de la Elipse; y haciendo las mismas operaciones à la otra parte DAN, se perfeccionará la otra mitad, y se havrà concluìdo con la operacion.

6 (Figur. 36.) Tambien puede ofrecerse por necesidad haver de hacer una Elipse irregular, sobre cuyo plano se pueda construír

qualquiera Boveda; cuya delineacion es facilisima, haviendo entendido las antecedentes; porque esta solo se diferencia de aquellas, en que es compuesta de dos, ò mas partes de distintas Elipses. Puede delinearse por qualquiera de las reglas dadas; y asi como nos podemos servir de qualquiera otra, nos servirémos de la Figur. 32, de donde resulta, que del centro E, cortado con la linea que sale de O, se describiò el arco XB; y la BH se describiò de M: con que asimismo en la presente Figur. 36. con la linea sacada de B se corta el punto V, desde el qual se forma el arco H Z; y desde S el arco ZMD (como en la Figur. 32. de D, y M las porciones AC, BH.): luego haciendo DA igual à HZ, queda delineada la parte HMA sobre el diametro HA: luego con esta operacion hemos delineado una Semielipse, cuya basa es el diametro menor, la qual se cierra con otra Semielipse HNA, cuyo diametro HA, sirviendo en la antecedente de menor, servirà en la presente de mayor: luego esta descripcion no tiene diferencia alguna con la de la Fig. 32. Porque E es centro del arco CXB (Fig. 32.), D es del arco AC,

AC, y M de BH: con que por el mismo orden en esta Fig. 36. K es centro del arco ENL: C es de HE; y O es centro de AL: luego tenemos explicadas estas delineaciones de figuras; de que se infiere no havrá dificultad para delinear qualesquiera otras por irregularidades que se ofrecieren.

PROPOSICION XXX.

Hallar el centro, y echar los diametros à qualquiera Elipse (Fig. 37.).

Sea una Elipse NOMZ: pidese se le halle el centro, y se le echen los diametros.

OPERACION.

Tirense dentro de èl qualesquiera dos lineas, distantes una de otra, que estén paralelas, y sean ND, QM: dividanse por medio en los puntos B, y C: tirese la BC hasta que toque en la circunferencia, que serà en los puntos I, S: hallese su medio, que será el punto L, y este serà el centro: sientese el un pie del compàs en L; y abriendole mas que el semidiametro menor NM, y menos que el mayor OZ, hagase qualquiera arco QP, que cortarà la cir-

circunferencia de la Elipse en los puntos P, y Q: tómese su medio en Z; y tirando la ZL à discrecion, se halla formado el diametro mayor ZLO. Para echarle el diametro menor se sacará del centro L la NM perpendicular á OZ, lo que se harà con brevedad, tirando de los puntos P, Q la recta P Q, y del centro L la NM paralela à la PQ, y quedan hechas las operaciones.

CAPITULO V.

DE LA TRANSFORMACION de las Figuras.

ESte Capitulo expresa el metodo de transformar los Planos en otras figuras de iguales superficies, con otras prácticas correspondientes al asumpto.

PROPOSICION XXXI.

Trasladar qualquiera plano del terreno al papel; ò delineado en papel, marcarlo sobre el terreno, y copiar un plano de un papel à otro papel (Fig. 38.).

1 Sea el plano de una heredad en la cam-

campaña la Fig GbEF, que se ha de tomar en papel: formese en dicho papel à vulto toscamente la Figura ABCD, semejante à la del terreno, ò poco mas,ó menos, como tenga el mismo numero de lados, y angulos: midanse los lados de la Figura en el terreno, y tenga por caso EF 60 varas, Fb 94, bG 54, GE 70: notense los mismos numeros, conforme se fueren midiendo sobre el terreno, en la figura del papel, cada partida en su correspondiente lado, como se expresa en ella: tirese en la figura del terreno qualquiera linea diagonal, que son las que vàn de un angulo á otro su opuesto, y sea por caso GF, que medida se supone tener 80 varas: tirese su semejante en el papel, notandole su numero 80, y con esta operacion se havrá desocupado el Artifice en la campaña, y en su casa podrá delinear la figura con toda exactitud, formando un exacto pitipie por qualquiera de los metodos de las Figuras 14, 17, 18 de la antecedente Estampa; y luego podrà ir delineando el edificio, que se le huviere encargado; ò si fuere Agrimensor, la tendrà presente para sus medidas. Y se advierte, que este metodo es el mas exacto para to-

tomar las figuras de los terrenos, quando no hay embarazo; que para quando lo huviere se tratará adelante. Si como esta figura es quadrilatera, fuere de mas lados, y tuviere angulos, que entrasen ácia su centro, no por eso es mas dificil su delineacion, porque esta la facilita formando todos los triangulos, que cupieren dentro de ella, y del mismo modo formarlos en el papel.

2 Si formado en el papel el plano ABCD, se huviere de marcar sobre el terreno, se elegirá la linea que se huviere de asentar primero; y siendo la correspondiente à DC, se fijará un piquete en E, y otro en F, que disten los centros de ellos 60 varas uno de otro, valor de la linea DC: luego se atarà una cuerda en F, y á distancia de 80 varas, que es la diagonal del papel AC, se hará una señal; y tirando por G, se marcarà una porcion de arco en el suelo por la señal del cordel; y desde E con el mismo cordel, ò qualquiera otro, con la distancia de 70 varas se marcarà otro arco, que se cruzarà con el antecedente en G: pongase otro piquete en G; y tomando en la cuerda 54 varas, se tendrà el un cabo

bo en G, y con el otro se harà un arco por *h*: tómense ultimamente 94 varas en la cuerda, con cuya distancia desde F se cortarà en el arco antecedente el punto *h*; y tirando rectas de unos puntos à otros, quedarà cerrada la figura EFG*h*.

Nota, que aunque esta operacion parece buena, puede tener error, por darse, ó encogerse la cuerda, y se harà mas ajustada, sin dependencia de la diagonal FG, asentando en el suelo las cuerdas de los lados, y sobre ellos se iràn midiendo con dos varas largas las que huviere de tener cada uno de ellos, formando sobre cada linea los angulos iguales à los correspondientes en el papel, como son el angulo E igual al D, el F al C; y asi de los demás. Estas operaciones se hacen por la Proposicion de la Fig.8. ò la Fig.22. de la Estampa antecedente.

3 Si se quisiere copiar la figura ABCD à otro lugar, elijase para basa qualquiera de sus lados, y sea DC, trasladado à EF: tómese en el compás la distancia DA, y con ella desde E hagase el arco G: tómese la distancia CA; y desde F con otro arco cortese el punto G: vuelvase à tomar desde D la distancia DB; y desde E con la misma hagase un arco por *h*: tómese ultimamente la distancia CB, y con ella desde F cortese sobre el arco antecedente el punto *h*; y tirando rectas de unos puntos à otros, queda copiada la figura: y esta regla es universal para qualquiera rectilineo, y aunque sea mixtilineo.

PROPOSICION XXXII.

Sobre una recta dada, describir qualquiera rectilineo semejante à otro propuesto (Figur. 39.).

Pidese, que sobre la recta dada CD se forme el rectilineo ABCD, semejante al EHGF.

OPERACION.

Tirese à discrecion aparte la linea MK; y porque la linea del rectilineo, que ha de servir de modelo semejante á la dada DC, es FG, pongase esta en la MK de M á L, y por este orden se iràn poniendo las de los demás lados FE de L á R, EH de R á I, y HG de I à K: tirese del extremo M otra recta à discrecion MN, que forme qualquiera angulo en M, y pongase en ella la li-

linea dada DC, cuya distancia serà de M à V: tirese la VL, y se havrà formado un triangulo MLV. De los puntos R, I, K tirense paralelas con la LV, y cortaràn en la MN los puntos P, Q, N, en los quales se hallan los lados correspondientes al rectilineo EHGF, que se irá formando de este modo. La linea dada es DC igual à MV: tómese en el compàs la VP, y pongase de D á A, haciendo el angulo D igual al angulo F por la Proposicion de la Fig. 8. Estamp.I. Por el mismo orden se harà el lado menor CB igual á QN, y sin mas operacion se tirarà la AB, y saldrà igual á la PQ de la linea MN. Esta operacion se puede hacer tambien sin dependencia de formar los angulos iguales, solo con poner en la MK desde K hasta donde alcanzáre qualquiera diagonal EG del rectilineo EHGF, obrando la misma operacion de la Proposicion antecedente; y es regla universal para qualquiera rectilineo de muchos mas lados, como se puede inferir de esta práctica, la que sirve lo mismo para mayores, que para menores.

PRO-

PROPOSICION XXXIII.

Aumentar, ò disminuir qualquiera rectilineo en una razon dada (Fig. 40.).

1 Pidese, que se aumente el triangulo ABC de modo, que tenga tres tantos de area.

OPERACION.

Tirese aparte la DEG, de manera, que DE sea igual à qualquiera de sus tres lados; (en este exemplo lo es con AB) y porque se pide triplo, alarguese la recta DE hasta G, haciendo la EG como tres veces DE: formese sobre ella el semicirculo DFG, y del punto E levantese la perpendicular EF, que es media proporcional entre DE, y EG; y el rectilineo, que se hiciere sobre ella, semejante al que sirve de modelo, será como tres en area: tómese, pues, la EF, y pongase de A à M: tirese la MN paralela á la BC; y alargando el lado AC, se cerrarà la figura en N, y queda hecha la operacion.

2 Pidese que se haga un rectilineo, que sea subtriplo de otro dado (que es el tercio.)

OPE-

OPERACION.

Sea dado RKV : tómese qualquiera de sus lados (sea RK): pongase aparte de G á E : alarguese ED, que sea un tercio de EG: hagase el semicirculo DFG : del punto E levantese la perpendicular EF (como se hizo antes), y el rectilineo hecho sobre ella será el que se pide : tómese, pues, EF, y pongase de R à H : tirese la HI paralela à KV, y se havrá formado un triangulo RHI, cuya area superficial es el tercio del triangulo RKV.

3 Si fueren circulos, se harà la operacion con sus diametros, y la prueba es medir las superficies de las figuras.

PROPOSICION XXXIV.

Convertir qualquiera triangulo en paralelogramo ; ò el paralelogramo en triangulo (Figur.41.).

Pidese que el triangulo escaleno MNO se convierta en paralelogramo.

OPERACION.

1 Elijase qualquiera de sus lados para basa, y sea el lado MN : tómense los medios de los dos lados restantes en los puntos L, F, de los quales se tiren las rectas QLR, PFS, perpendiculares à la basa MN, alargandolas à discrecion por los extremos P, Q ; y del angulo O tirese la QOP paralela à la basa MN, y queda formado el paralelogramo RSPQ igual al triangulo MNO.

2 Si de este paralelogramo se quisiere hacer un triangulo escaleno, dividanse qualesquiera de sus dos lados opuestos, como PS, QR, por sus medios en los puntos L, F, y de qualquiera punto de uno de los otros lados PQ, por exemplo del punto O : tirense las rectas OL, OF, hasta que corten al otro lado opuesto RS, alargado en los puntos M, N, y se havrá formado el triangulo escaleno MON igual al propuesto paralelogramo. La demonstracion es facil de probar por la Propos. 17. del Libr.6. de Euclides, y el que quiera lo hará midiendo los triangulos MRL, LOQ, y los hallarà iguales; porque el que se quita por la una parte, se aumenta por la otra, sucediendo lo mismo al otro lado opuesto con los otros dos triangulos.

No-

Nota, que si el punto O se eligiere en medio del lado, el triangulo sería isosceles; y si fuere en alguno de sus lados mayores, el angulo O sería obtuso en vez de que aqui es agudo, de que se ha tratado bastante en la Propos. 5.

PROPOSICION XXXV.

Convertir un triangulo equilatero en quadrado, ò en paralelogramo, y el quadrado en triangulo equilatero, ò qualquiera otro (Figur. 42.).

1 Para convertir el equilatero PVQ en quadrado, dividase qualquiera de sus lados PQ en 6 partes iguales (Moy. Geom. Práct. Lib. 1. Cap. 41.); y entrandose una de ellas por cada extremo à los puntos Z, N, las quatro que quedan ZN, seràn lado del quadrado que se pide, que se formarà por la Proposicion de la Figura 24, y será en esta ZNMH.

2 Si el quadrado se quisiere convertir en triangulo equilatero, no hay mas que dividir qualquiera de sus lados Z, N en 4 partes iguales; y aumentando en linea recta una por cada extremo, hasta P, y Q, con la

la distancia PQ, desde Q, y P, como centros, se cortarà el punto V; y tirando las rectas VP, VQ, queda hecha la operacion, que se probarà midiendo los tres triangulos PZD, NQC, B OV, y la suma de sus tres areas será igual à la que tuvieren los dos triangulos DBM, OCH.

3 Si el propuesto quadrado se quisiere convertir en otro qualquiera triangulo, se levantarà de qualquiera punto de uno de sus lados ZN una perpendicular NL, cuya longitud sea doblada de qualquiera de sus lados; y tirando de sus extremos L las rectas LZ, LN, se hallarà hecha la operacion: advirtiendo, que si el punto L cayere sobre MH, sin cortar ningun angulo H, las dos rectas, que se tirasen de L, havian de cortar por medio los lados MZ, HN, cuya práctica queda declarada sobre la Figur. 41.

4 Si qualquiera de los dos triangulos, que se representan en la figura iguales al quadrado, se huvieren de convertir en paralelogramo, està hecho con tomar los puntos de los medios en qualesquiera dos de sus lados; y tirando por estos puntos una recta paralela al lado que quedáre libre,

bre, se levantaràn de los extremos de este lado dos perpendiculares à el mismo; las que encontrando con la paralela antecedente, dejaràn formado el paralelogramo que se pide.

Son tantas las operaciones, que pueden resultar de las que se han explicado sobre esta figura, que qualquiera que se haya enterado de estas, podrà conocer las inumerables, que faltan. La demonstracion es por los mismos terminos, que la de la Proposicion pasada sobre la Fig.41.

PROPOSICION XXXVI.

Convertir qualquiera paralelogramo en quadrado, y qualquiera quadrado en paralelogramo (Fig.43.).

1 Sea el paralelogramo QSLM, que se ha de convertir en quadrado.

OPERACION.

Sobre qualquiera de sus lados mayores QS alarguese en linea recta uno de sus menores, como SR igual à SM: hagase sobre QR el semicirculo QKR, y alarguese el lado MS, hasta que corte la circunferen-

rencia en el punto K, que será la recta SK perpendicular à QR, y media proporcional entre QS, y SR: hagase el quadrado A, cuyos lados sean iguales, cada uno à la media proporcional SK, que se obrarà por la Proposicion de la Figur.24; y se concluye diciendo, que el quadrado A es de igual superficie, que el paralelogramo LSQM.

2 Si se pidiere, que sobre una recta dada se corten los dos lados de un paralelogramo, cuya superficie sea igual al quadrado A, se ha de advertir, que si la propuesta linea fuere menor que dos lados juntos del quadrado, no puede hacerse. Si fuere igual á ellos, serà otro quadrado igual al quadrado A; porque la media proporcional, cortaria á la dada en dos partes iguales, y cada una igual á ella. Luego es preciso que la recta dada, sobre que se pide la operacion, sea mayor que dos lados del propuesto quadrado.

Sea, pues, la QR: describase sobre ella el semicirculo QKR: tómese qualquiera de los lados del quadrado A, y pongase en el extremo R, levantado á V; de modo, que RV sea perpendicular á QR.

 Ti-

Tirese la VK paralela á RQ, y cortarà el arco en el punto K: tirese la KS paralela à la VR, y cortarà à la RQ en S. Digo, que QS serà lado mayor del paralelogramo que se pide; y SR serà el lado menor, con los quales se perfeccionarà el paralelogramo QSLM, y este serà igual al propuesto quadrado A.

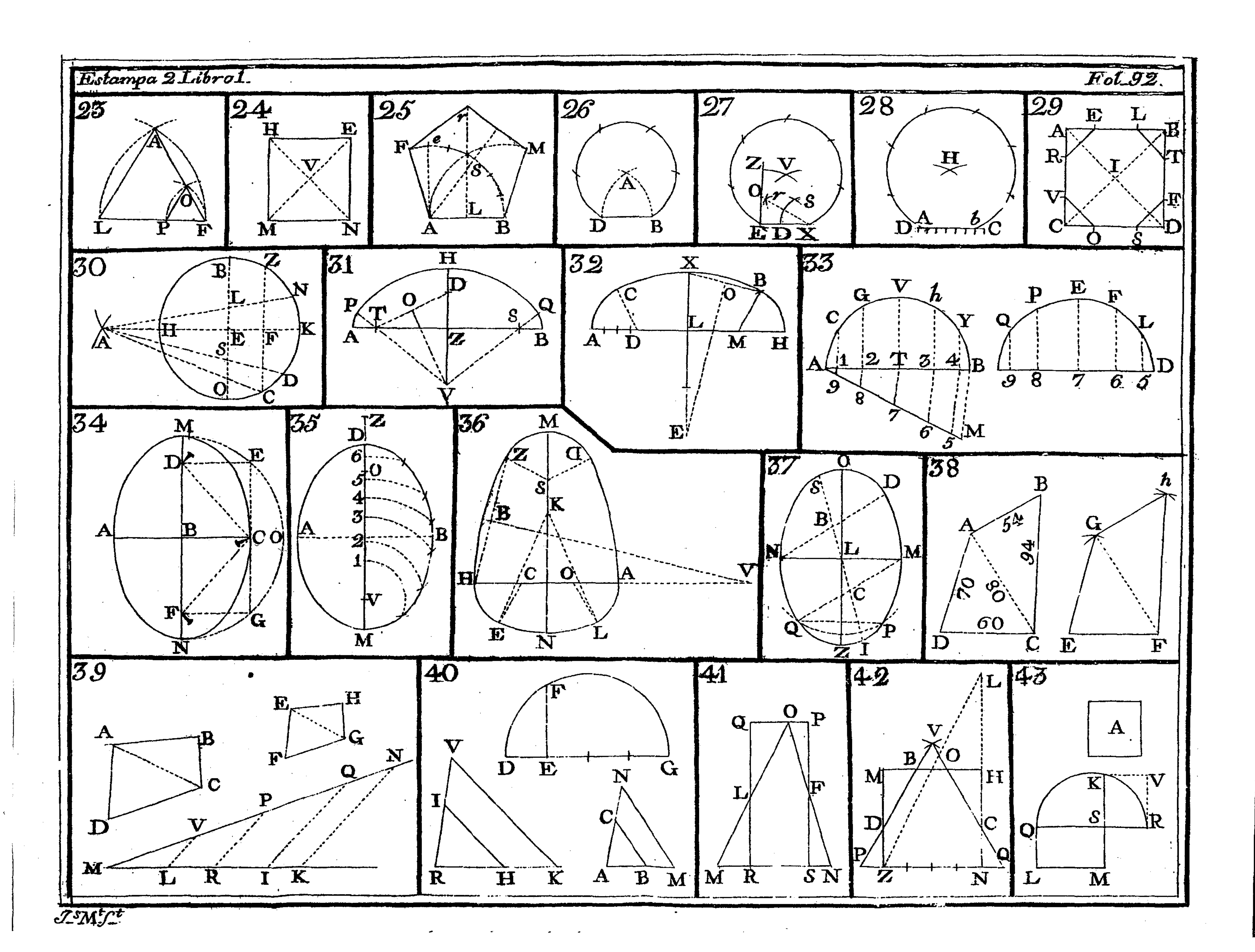
Nota, que esta operacion no es otra cosa, que hallar la division de dos lineas extremas, puestas en una recta, con la media proporcional, que se dà conocida, asi como quando se dàn conocidas las dos extremas, y se busca la media proporcional.

PROPOSICION XXXVII.

Convertir qualquiera circulo en paralelogramo, ò triangulo; y qualquiera de estos en quadrado, y el quadrado en circulo. (Fig.44.)

(*ESTAMPA III.*)

1 Sea el circulo, que se ha de convertir en paralelogramo, MN: hallese su centro O, y echesele el diametro MON; y de qualquiera de sus extremos N tirese la NL, que se cortarà igual à tres semidiametros,


Estampa 2 Libro 1.
Fol. 92.
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
J. S. M. f.t

tros, como NO, y la septima parte mas de uno de ellos: levantese de L la LH perpendicular á NL, ò paralela al diametro NM, y que sea igual al semidiametro ON: tirese la OH, y el paralelogramo ONHL será igual al circulo en superficie.

2 Si se quisiere reducir á triangulo, hagase la NL igual à tres diametros del circulo, y un septimo de otro, y perpendicular al diametro: saquese del centro O la OC hasta el extremo L, que estarà en distancia doble, cuya falta es el triangulo CHO, como se infiere de la figura; y este triangulo OHC, junto con el trapecio ONCL, compondràn el triangulo que se pide, cuya superficie serà igual à la del circulo, segun doctrina de Arquimedes. Si se quisiere convertir en quadrado, se harà por la Proposicion antecedente.

3 Si el quadrado V se quisiere convertir en circulo, dividase qualquiera de sus lados RL en quatro partes iguales; y de qualquiera punto de la division proxima á uno de sus angulos, que serà el punto I, saquese una recta al centro V, que serà IV, y esta serà el radio del circulo,

cuya area serà igual al quadrado, aunque no con toda precision; porque aunque es poca la diferencia, siempre serà algo mayor el quadrado, que el circulo; pero si se quisiere ajustar con mas seguridad la una area con la otra, se obrará en esta forma. Midase el area del quadrado, y los pies, ò varas que salieren, multipliquense por 11, y el producto de todo partase à 14; y de lo que viniere en la particion saquese la raiz quadrada, y esta serà el diametro del circulo que se pide; cuya regla es universal para reducir á circulo qualquiera figura plana.

Nota, que de esta Proposicion se infiere, que de qualquiera figura plana se puede formar un quadrado igual à ella con solo medir su superficie; y de ésta sacar la raiz quadrada, cuya raiz será lado del tal quadrado.

Si la raiz quadrada no se pudiere sacar, por ser el numero irracional, ò no estàr el Operante impuesto en la Arithmetica, se sacará por la Proposicion de la fig. 19, y con un exacto pitipie se harà la medida; y para que esta salga ajustada se podrà reducir à pulgadas, ò lineas, con lo que se es-

escusaràn los quebrados, cuya regla se declarará despues.

CAPITULO VI.

CON este Capitulo se dà fin á la práctica de la Geometrìa, necesaria para entrar con conocimiento en las medidas, y demás partes de esta Obra; y aunque hay otros distintos modos de practicar lo que hasta aqui se ha declarado, tengo por suficientes estas reglas para instruir al principiante.

PROPOSICION XXXVIII.

Convertir qualquiera quadrilatero en triangulo. (Fig. 45.)

Sea el quadrilatero ZXFE, que se ha de convertir en triangulo.

OPERACION.

Tirese la diagonal FZ, y de X la XR paralela á FZ, que corta el lado EZ continuado en R: tirese la FR, y queda formado el triangulo REF igual al propuesto quadrilatero.

Esta práctica, y la de las tres Proposiciones siguientes, con todas las semejantes à ellas, que se hallan en esta Obra, se prueba por la Propos. 37. del Libro 1. de Euclides; por lo que omito las demonstraciones.

PROPOSICION XXXIX.

Convertir qualquiera rectilineo de cinco lados en triangulo (Fig. 46.).

El pentagono ABDCG se ha de convertir en triangulo.

OPERACION.

De qualquiera angulo B à los opuestos tirense las diagonales BG, BC, y de los angulos inmediatos á B las rectas AH, DL, cada una paralela à su inmediata diagonal, y cortan al lado GC, continuado en los puntos HL: tirense las BH, BL, y queda construìdo el triangulo BHL igual al propuesto pentagono; cuya demonstracion se cita en la Proposicion antecedente, con la que se probarà, que el triangulo VAB es igual al triangulo VHG, por tocar uno, y otro en las dos paralelas AH, BG: luego quitado del pentagono el triangulo VAB, y aumentado el otro su igual VHG, se ha reducido el pentagono al quadrilatero HBDC, á quien dandole por la otra parte el triangulo ICL, por el que se quita IBD, queda formado el triangulo que se pide BHC.

PROPOSICION XL.

Convertir qualquiera rectilineo de muchos lados en triangulo (Fig. 47.).

Pidese, que el rectilineo KEVLNMB se convierta en triangulo.

OPERACION.

Del angulo M tirese la diagonal MK, y del angulo B su paralela BZ, que corta al lado KE, alargado en Z, con lo qual yá se le ha quitado un lado de los que tenia la figura, tirando la MZ; porque esta echa fuera el triangulo BOM con el lado MB. Para perfeccionar los dos lados EV, VL, y quitar el angulo entrante V, tirese la LE, cuyos puntos son dos angulos salientes; y de V tirese la VF paralela à la LE, que corta el lado ZE en el punto F, con cu-

cuyas operaciones se halla la figura, que antes era de 7 lados, reducida à solos cinco, que es el pentagono irregular, el que se continuarà por la Proposicion antecedente, hasta convertirlo en triangulo.

PROPOSICION XLI.

Reducir qualquiera rectilineo à triangulo de otro modo (Fig.48.).

Esta es la Proposicion 9. del Libro 6. Geometría Práctica de Tosca, cuya operacion es muy del caso para la particion de tierras entre diferentes herederos, que se obrarà en esta forma. Pidese, que el rectilineo DLAH, &c. se reduzca à triangulo.

OPERACION.

De qualquiera angulo A tirense à los restantes angulos de la figura las diagonales AC, AP, AD: del angulo H, inmediato à A, tirese la HF paralela á la diagonal AC, que corta al lado PC continuado en F: tirese la FA, y se halla la figura convertida de exagono en pentagono; porque los dos lados AH, HF, se han quedado en uno solo, que es la linea AOF: del angulo F tirese la FT paralela à la diagonal AP, que corta al lado DP alargado en T: tirese la AT, con la que se halla el pentagono reducido al quadrilatero ATDL: tirese la TM paralela à la diagonal AD, que corta el lado LD continuado en M; y tirando la AM, se ha formado el triangulo AML igual al propuesto rectilineo: lo que se puede probar midiendo ambas superficies cada una de por sì.

CAPITULO VII.

TRata de las medidas de Planos, práctica propia de Agrimensores, y precisa à los Arquitectos Politicos, y Militares.

PROPOSICION XLII.

De los instrumentos que sirven para echar lineas rectas en el campo, y fabrica de la escuadra. (Fig.49.).

Usan algunos para echar lineas en el campo de un semicirculo graduado, que es el mismo de la fig. 22, el qual llevan señalado en una tabla de 2 pies de larga, y uno y medio (poco mas, ó menos) de ancha, el

el que se asienta sobre un baston, como de 5 pies de largo, al qual se le pone en el un extremo una punta de hierro, como I, (figur.49.) para clavar en la tierra; y en el otro extremo se le hace una espiga redonda sobre la que carga la tabla del semicirculo, entrando la espiga Z en un agujero, que se abre en dicha tabla en parage que no tenga mas peso por un lado que por otro, y que fijando en tierra el baston ZI, pueda la tabla dár bueltas orizontales, hasta buscar el Geometra las lineas visuales que necesita; con cuyo artificio examinarà los grados que vale qualquiera angulo sobre el terreno, de que se tratarà adelante. Pero si no quisiere valerse del semicirculo, obrarà lo mismo con qualquiera escuadra, que no es otra cosa que un angulo recto, compuesto de tres listones de madera ligera, y bien labrada, cuya forma se representa en la figura. AD, DB son las dos piernas de la escuadra, que forman el angulo recto en D; y para probar si la esquadra es buena, se hace en qualquiera plano bien llano un semicirculo, cuyo diametro sea igual à la abertura de las dos piernas, como se demuestra en la figura; y asentando las pun-

puntas exteriores de ellas sobre los extremos del diametro, se hallarà que el angulo D, si es recto, tocarà justamente en la circunferencia, y la escuadra serà fina: si saliere fuera del semicirculo el angulo D, serà agudo; y si quedáre dentro, serà obtuso, el que se remediarà, si es agudo, labrando á las piernas lo necesario por D; y si es obtuso, por A, y B, sujetando las dos piernas con la riosta *c o*. Esta escuadra sirve de nivél para muchas prácticas, que son bien sabidas de los Profesores, y por tan comun no se necesita explicarlas, pues para nivelar solo se le pone la plomada E colgada con un hilo del angulo D.

Nota, que para muchas operaciones de las que se han de practicar es preciso que las piernas de la escuadra sean iguales por no usar de cuentas largas. Pero es de advertir, que quando se prueba una escuadra, pueden ser las piernas desiguales, lo que se conocerà, si quando se asienta sobre el semicirculo, dexa mas circunferencia à una parte del angulo D, que à la otra; pues la pierna mayor siempre cogerà mas parte del arco, que la menor; y siendo las dos piernas iguales, tomaràn iguales partes

tes de la circunferencia.

Con esta escuadra se usarà de este modo. Asientese en el suelo horizontalmente, y arrimandole la regla NL de modo, que un extremo de ella toque el angulo D, y el otro esté levantado; y teniendole con una mano, sin bajarse el Operante, tirarà la visual adonde tuviere necesidad, encaminando por ella la pierna de la escuadra, que le correspondiere, sin apartarse el angulo D de la regla NL, y todas las visuales se podrán señalar sobre el terreno con algunos piquetes, ò estaquillas de caña, ò palos delgados, por si se ofreciere tender alguna cuerda en la linea, para executar alguna operacion, como es corriente suceda muchas veces. Otros muchos instrumentos hay para obrar estas operaciones; pero tengo este por menos prolijo, y bastante seguro para la práctica de Agrimensores.

PROPOSICION XLIII.

De la regla de numerar partidas crecidas para escusar quebrados en las cuentas de medir.

El ser buen Arithmetico el Agrimensor

sor es muy conveniente: en esto puede imponerse por alguno de los muchos Maestros, que la enseñan, ò por medio de algun libro, de que hay bastante abundancia; pero aunque sea Arithmetico grande, todos apetecen la facilidad en las cuentas; y mas quando nos vienen tantos, y tan insensibles quebrados, que no merecen estimacion, al parecer; pero en grandes partidas, que se deben multiplicar por ellos, se siguen bastantes perjuicios á los que compran, ó venden; y el que quisiere acertar sin mucho trabajo en sus cuentas, lo tiene comprehendido sabiendo numerar una larga série de numeros; pues siendo la primera de las cinco reglas llanas de Arithmetica la de el numerar (que algunos toman por primera la segunda, que es sumar), he visto á muchos Contadores, que llegando à 13 la serie, ò linea de numeros de una suma, dicen no se puede numerar mas, y concluyen diciendo, cuento de cuentos: y es por no haver entendido la primera regla, que, como se ha dicho, es el saber numerar; lo que està comprehendido con la serie de numeros siguientes, que se explica à continuacion de ella el

el modo de colocar los numeros, y saber nombrar la partida.

4 5 6 0 2 3 7 9 5 8 4 0 1 7 3 8 2 9 3 4 6 7 5
3 2 1 0

En la presente partida se hallan 23 numeros; y para saber lo que importan se comenzaràn à contar del primero de la mano derecha del que lee, que es un 5, cuyo lugar es la unidad, al qual se le pondrá un cero, como parece en la figura; y contando (inclusive el 5) siete numeros, se encuentra en la série un 2: asientese debajo de este 2 el 1; y bolviendo á contar otros siete numeros (inclusive el 2) toca un 4: pongase un 2 debajo del 4, y cuentense otros siete numeros (inclusive este 4) y alcanzan en un 2, à quien se le pondrà debajo el 3; y si huviese muchos mas numeros en la série, se continuaria siempre de 7 en 7, poniendoles debajo el 4, el 5, el 6, &c; mas porque los que quedan no llegan á siete, se pararà en el 4, y comenzarà à contar por el 4 primero de la mano izquierda; y porque el 2, que està sobre el 3, debe suponerse como unidad, se dirà 45ʉ600, y 2 tricuentos. Pasese al 3, que sigue, diciendo 379ʉ584 vicuentos; y porque el cero, que sigue al 4, no supone nada, se pasarà al 1, diciendo 17ʉ382 cuentos; y continuando con el 9, se concluirà 934ʉ675 pulgadas, ó lineas superficiales, que se partiràn à las que tuviere el pie, ó vara, ò lo que fuere, de que se tratarà luego. Para numerar contando desde la unidad, que es el numero 5 de la mano derecha, se comenzarà de èl, diciendo unidad: en el 7, decena: en el 6, centena: en el 4, millar: en el 3, decena de millar: en el 9, centena de millar: en el 2, que està sobre el 1, cuento; y se continuarà en el 8, decena de cuento: en el 3, centena de cuento: en el 7, millar de cuento: en el 1, decena de millar de cuento; y pasando al 4, se dirá vicuento; continuando asi hasta el 2, que està sobre el 3, que se dirá tricuento; y si mas atràs huviere 4, se diria cuadriquento, prosiguiendo infinitamente por este orden.

PROPOSICION XLIV.

De las medidas que debe usar el Agrimensor, y en què forma.

Las medidas no son iguales en todas partes; porque en unos Reynos se mide con

cuer-

cuerdas, y en otros con varas de cierto numero de pies: à unas dán el nombre de perjas, y à otras de pertiga, estadales, &c. y en cada paìs se debe sujetar el medidor à la costumbre establecida, para componer las fanegas, ò caizadas de tierra, que tienen por legitimo; y aunque se diferencia en que en unos paises son las fanegas de mas numero de pies que en otros, no por esto es diferente el arte de medir; porque informado el medidor de aquella medida, que usan, con ella practicarà las mismas operaciones, que practicarìa con la que estuviere versado; y porque en las mas Provincias es la medida mas universal el pie, y este es en unas mayor, y en otras menor, el que mas ordinariamente se usa en cada paìs es del que se valen todos los Profesores de Arquitectura Politica, y Militar.

En estos Reynos de Castilla se hace la division del pie en 16 partes iguales, que llaman dedos; y cada dedo en 4 granos, que dicen ser 4 granos de cebada, juntandolos de lado; y cada grano se divide en 6 partes, à las que llaman cabellos, y esta es la medida que se usa en Madrid.

Los

Los Ingenieros dividen el pie en 12 partes iguales, à las que llaman pulgadas; y cada pulgada en otras 12 partes, à las que llaman lineas; y aun cada linea dividen algunos en otras 12 partes, à las que llaman puntos; y tengo por mejor esta division del pie, que la antecedente, porque el numero 12 tiene mejores divisiones, que el 16, y el que sepa hacer sus operaciones por uno, las puede hacer por otros muchos; y asi me valgo del pie de Castilla, que siguiendo à los Ingenieros, serà el numero 12.

La medida ordinaria es una vara, cuya longitud es 3 pies, y ésta se acostumbra en estos Reynos de España, aunque en algunos es menor el pie, que en Castilla; pero al fin, en todas partes se le dán 3 pies à la vara, los que con facilidad se reducen de una Provincia à otra. Dividiendo en mil partes iguales la longitud del un pie, y ajustandolas con el otro, se vè las que ellos se exceden en mas, ò menos de aquellas milesimas, ò centesimas, ò qualquiera otro numero en que se quisiere hacer la division, cuya regla se obrará por la Proposicion 13.

H 2 Las

Las medidas de los Agrimensores son distintas, segun los casos; porque si se hacen para segadores, sembradura, ò pasto de ganados, se miden por la superficie que tiene el terreno; y quanto mas imperfecciones tuviere éste, mas superficie se le hallarà en la medida; pero si este se huviere de medir para dár termino à alguna Villa, ò Lugar, ò que fuere vendido de un dueño à otro, para levantar sobre aquel terreno algun edificio, en estos casos se debe medir por la basa horizontal, que es el plano menor que se puede hallar en el terreno, de cuyas medidas se tratarà sobre la figur. 63. de esta Estampa.

Para toda clase de medidas debe usarse de cuerdas, y varas; porque con las unas, ò las otras solas puede cometerse error. Las cuerdas son mejores de esparto bien torcido, que las de cañamo: aquellas en tiempo humedo se llevan mojadas, y en tiempo seco, secas; y asentandolas en las lineas que se han de medir, sobre las mismas cuerdas se vàn contando las varas, haciendo la medida á lo menos con dos de éstas: de modo, que asentadas las dos varas sobre la cuerda, se levanta la una, y se pa-

pasa à juntar la testa de ella con la de la otra, procurando que no se muevan de su lugar al tocarse; y qualquiera medida, que asi se haga, saldrà cierta; y aunque se buelva à medir en otra ocasion, no se hallarà diferencia, como que se hallaria si solo se midiese con cuerda, porque esta tan pronto se dà, como se encoje. Con las varas solas puede tambien cometerse error: este será siempre contra el comprador; porque saliendose de la linea de las cuerdas unas veces à una parte, y otras à otra, serà mas larga la linea, que ha medido, que la que debiera medir, como dexa conocerse por razon natural.

Las medidas son lineales, superficiales, y cubicas. Medida lineal es la que solo mide por linea recta, ò qualquiera otra, sin dependencia de lo ancho. Medida superficial es la que consta de dos lineas, una por lo largo, y otra por lo ancho, cuyas dos dimensiones se multiplican los pies, ò partes de la una por los de la otra, y lo que resulta de la multiplicacion son los pies, ò partes iguales quadrados del plano, que se ha medido. Medida cubica es la que se hace en los sólidos, midiendo lo largo, ancho.

cho, y alto, ó profundo; y multiplicando estas tres dimensiones unas por otras, se hallan los pies cubicos, que tiene el cuerpo que se mide, de que se trata en el Libro siguiente.

PROPOSICION XLV.

Medir un campo quadrado, ò paralelogramo (Fig. 50.).

Sean los lados del paralelogramo A*b*, *dc* menores, y A*d*, *bc* mayores (que si fueran iguales, seria quadrado): midase qualquiera de los dos lados mayores, y tenga 60 varas: midase otro lado de los menores, y tenga 34 varas: multipliquense 60 por 34; y el producto 2040 seràn las varas que tiene cuadradas el campo A*b*, *cd*, las que se reducirán à pies superficiales, multiplicandolas por 9 pies, que tiene cada vara superficial; porque 3, que ella tiene de largo, por otros 3, que tiene de ancho, hacen 9: luego multiplicando 2040 por 9, montan 18360 pies, que se partiràn à los que tuviere la pertiga, ò estadal, ò à los que correspondiere à la fanega, ó medida del País.

Nota, que si este campo estuviere en un

un plano inclinado, como sucede en la falda de un monte, podia ser su altura sobre el lado A*b* tanta como la misma A*b*: luego en este caso los lados mayores A*d*, *bc*, serian iguales à la diagonal *db*: con que haviendose de medir para venta, se havia de medir por la basa A*d*, y no por la diagonal *bd*, de que se tratará sobre la fig. 63.

PROPOSICION XLVI.

Medir qualquiera triangulo (Fig. 51.).

Elijase qualquiera de los lados del triangulo HZC, y sea (por caso) el mayor, que es HZ: tirese de H à Z una cuerda, que se sujetarà por sus extremos con dos estacas bien clavadas, una en el angulo Z, y otra en H; y si la cuerda no llegáre à toda la linea, se clavará en ella la una estaca, donde alcanzáre la cuerda; pero en parage que la pueda cortar la perpendicular CF. Para hallar esta perpendicular, llevese la escuadra de modo, que la una pierna de ella vaya ajustada por la linea ZH, hasta que por la otra se corte con una visual el angulo opuesto, lo que sucederá en llegando el angulo de la esquadra al punto F, como parece en la figura; y midiendo la distancia

 FC,

FC, que es la perpendicular, se multiplicarà por los pies, ó varas, que tuviere la HZ, y la mitad de lo que saliere à la multiplicacion serà la area del tal triangulo.

EXEMPLO.

Tenga la perpendicular FC 36, y la basa HZ 69: multiplicada una linea por otra, hacen 2484, que son las mismas que tendria un paralelogramo, cuyos dos lados mayores fueran HZ, KQ, iguales al lado mayor, ò basa del triangulo HZ; y los menores HK, ZQ, iguales à la perpendicular FC. Luego siendo el triangulo HZC mitad del paralelogramo HKQZ, cuya superficie es 2484 varas, su mitad 1242 serà la area, ò superficie del triangulo, como se demuestra en la figura; pues siendo igual el triangulo HCK, al HCF, y asimismo el triangulo ZCQ, al ZCF, se ha hecho la medida doble de lo que el triangulo tiene: luego este es mitad de la area, que se ha medido por todo el paralelogramo.

La misma cuenta saldrà, si se multiplica la mitad de la perpendicular por toda la basa, ó la mitad de la basa por toda la perpendicular.

No-

Nota, que la perpendicular FC se puede medir sin cruzar por dentro del triangulo, lo que puede suceder por estàr el terreno regado, ò haver algun otro embarazo, de ser viña, ò sembrado de algunos frutos delicados, que se pudieran perder cruzando por ellos, en cuyo caso se obrarà de este modo: Haviendo hallado con la esquadra el punto F, sobre el que debe cortar la perpendicular FC, se clavarà un piquete en F, y se llevarà la esquadra por la linea FH hasta que se halle en la linea un punto como L, que echando una linea visual por los extremos de las piernas de la esquadra, se corte el punto C, que serà la visual LC; y siendo iguales las piernas de la esquadra, serán tambien iguales la perpendicular FC, y la porcion FL: luego esta se puede medir sin entrar en el triangulo, como tambien todo el lado HZ; y obrando como antes, se medirà este triangulo, ò qualquiera otro que fuere. (Esta regla es universal para toda especie de triangulos.)

Si las piernas de la esquadra fueren desiguales, como por exemplo la que asienta sobre el lado HZ tuviese 2 pies, y la sexta par-

parte de otro pie, y la otra pierna, que mira de F à C, tuviere 3 pies, y un cuarto de otro pie, se reducirán los pies à pulgadas; y porque cada pie es 12 pulgadas, tendrà el lado, ó pierna de la esquadra por los 2 pies, y un sexto 26 pulgadas; y por el otro lado de 3 pies, y un quarto, tendrà 39 pulgadas: midase, pues, la porcion de linea FL, que ahora se supone ser menor que la perpendicular CF, y tenga por caso 24 varas: hagase una regla de tres, diciendo: Si 26 pulgadas, lado menor de la esquadra, me dàn 39 pulgadas en el lado mayor: 24 varas, que tiene la linea FL, quántas varàs me darà en la perpendicular FC? Multipliquese el segundo numero por el tercero, y el producto partase al primero, y lo que viniere à la particion seràn las varas, que tendrà la perpendicular.

EXEMPLO.

Multiplico el segundo numero 39 por el tercero 24, y el producto 936 parto à 26, que es el numero primero, y vienen à la particion 36, y estas son las varas, que tendrà la perpendicular FC. Si no salieren varas justas en las lineas, se harà la me-

medida por pies, ò por pulgadas; y partiendo estas á las que corresponde à cada pie, ó vara, se harà la reduccion como se ha prevenido antes.

PROPOSICION XLVII.

Medir qualquiera trapecio (Fig.52.).

Sea un trapecio, que se ha de medir, el quadrilatero ABDE: dividase en dos triangulos, tirando una diagonal de qualquiera de sus angulos al otro su opuesto, y sea la oculta AD: midase cada triangulo de por sì, segun se ha hecho en la Proposicion antecedente, que serà hallando las perpendiculares con la esquadra, y será la del uno FA, y la del otro SA, como se representa en la figura, y no se necesita repetir la práctica por ser la misma antecedente.

Si no se quisiere echar la diagonal AD, se pondrà un piquete en A, y en el lado ED se hallarà con la esquadra el punto F, y en el DB el punto S, que son los que corresponden à las perpendiculares; y en todo lo demás que se ofreciere, se seguirán las reglas dadas en la Proposicion antecedente.

PRO-

PROPOSICION XLVIII.

Medir qualquiera quadrilatero, quando tiene dos lados paralelos (Fig. 53.).

Si el trapecio, que se huviere de medir, tuviere dos lados paralelos, como el lado DP con el lado LQ, que distan igualmente uno de otro, no hay necesidad de reducirlo à triangulo, sino presentar la esquadra en qualquiera de dichos lados, y en qualquiera punto E, de donde se echarà la visual ES, que cortarà al lado DP en S: midase la ES, y tenga por exemplo 30 varas: midanse los dos lados mayores, y tenga el uno LQ 65 varas; y el otro DP 50 varas: sumense los dos lados 65, y 50, y seràn 115: tómese la mitad, que son 57 y medio: multipliquense estos 57 y medio por los 30 de la perpendicular, y montaràn 1725, y tantas varas superficiales tendrá la propuesta figura.

PROPOSICION XLIX.

Trata de medir toda suerte de triangulos, y sacar sus perpendiculares por la noticia de sus lados.

Para los que carecen de Arithmetica son

son suficientes las reglas de las Proposiciones antecedentes; pero siendo medianos Arithmeticos, podràn hacer las operaciones sin la esquadra, lo qual se obrarà por la doctrina de Moya, Geometrìa Práctica, Libr. 3. Cap. 5, que será como se sigue.

1 Porque en la Propos. 46. del 1. de Euclides se prueba, que en todo triangulo, que tuviere un angulo recto, es el quadrado de su lado opuesto igual à los quadrados de los dos lados, que forman este angulo, de que se ha tratado en la Proposicion 4. de este Libro, es facil la práctica de medir qualquiera especie de estos triangulos; pues midiendo los lados, que forman el angulo recto, y multiplicando uno por otro, la mitad de lo que saliere à la multiplicacion serà el valor de la supercie de aquel triangulo; ó bien multiplicando la mitad de qualquiera lado por todo el otro (sin hacer caso del lado mayor, que será el lado opuesto al angulo recto), saldrà la misma cuenta por una regla, que por otra: luego el triangulo que tuviere alguno de sus tres angulos recto, no necesita de buscarsele perpendicular ninguna dentro de èl; pues los dos de sus tres

tres lados son perpendicular uno à otro: luego este triangulo tiene dos perpendiculares. El triangulo rectangulo puede ser isosceles, ò escaleno: isosceles serà, si los dos lados, que forman el angulo recto, son iguales; pero siendo desiguales, serà escaleno, y en ninguno de los dos casos havrà lado tan largo como el opuesto al angulo recto.

2 Los triangulos equilateros, y los triangulos isosceles, se miden por una misma regla, hallandoles primeramente la perpendicular, que se hace en esta forma. Midase uno de sus dos lados iguales, y los pies, ó varas, que tuviere, multipliquense por sì mismo (que es lo mismo que medir un quadrado, cuyos cuatro lados fueren cada uno igual al lado del triangulo): tómese la mitad del lado desigual, si fuere isosceles, ò de qualquiera otro, si fuere equilatero, pues los tres lados serian iguales: quadrese tambien la mitad de este lado, como se ha hecho con el lado antecedente: restese el quadrado menor del mayor, y de la resta saquese la raìz quadrada, y esta será la perpendicular del triangulo, con la qual, y el lado, que esta debe cortar en an-

angulos rectos, se harà la medida por las reglas antecedentes.

3 Si fuere un triangulo escaleno, fig. 51, cuya perpendicular CF no puede caer en medio de el lado HZ, se sabrá á qué distancia de H corresponderá el punto F obrando en esta forma: Tenga por caso el lado HZ 21 varas, el HC tenga 17, y el menor ZC tenga 10 varas: quadrense los dos lados mayores, que multiplicando 21 por 21, hacen 441, y 17 por 17, hacen 289: juntas las dos partidas, montan 730: restese de estos el quadrado del lado menor, que es 100, y quedan 630: estos se partirán al duplo de la linea HZ, que es 42 varas, y vendrà á la particion 15, y estas son las varas que havrà de H à F: luego conocida la distancia HF 15, se sabrá, que FZ tendrá 6, que es el cumplimiento hasta 21, que tiene todo el lado HZ. Para saber qué varas tiene la perpendicular FC quadrese la FH, que es 15, y multiplicados por sì, montan 225: restense estos del quadrado del lado HC, que es 289, y quedaràn 64: saquese la raiz quadrada de 64, que es 8, y seràn 8 varas las que tendrà la propuesta perpendicular; que toman-

mando su mitad 4, y multiplicando estas por las 21, que tiene todo el lado HZ, seràn 84, y tantas varas superficiales se dirà que tiene el propuesto triangulo. Si la raíz quadrada no se pudiere sacar por Arithmetica por ser los numeros imperfectos, se harà por la regla de la fig. 19. Estamp. 1.

Otra regla pone Moya en el cap. 5. art. 8, que se mide qualquiera triangulo sin dependencia de la perpendicular, y es la siguiente.

Sea un triangulo, cuyos lados tengan, por exemplo, uno 26, otro 28, y el otro 30: sumense todos, y montan 84: tómese su mitad 42, y de estos se restaràn los tres lados del triangulo cada lado de por sí; y quitando de 42 el primer lado, que es 26, quedan 16; y quitando de los 42 el segundo lado 28, quedan 14; y quitando de los mismos 42 el tercer lado, que es 30, quedan 12: multipliquense estas tres restas una por otra, que son 12, 14, y 16, y montarà el producto de todas 2688: multipliquese esta partida por 42, mitad de la suma de los tres lados del triangulo, y montaràn 112896: la raiz quadrada de esto será la area del propuesto triangulo, que

que segun la regla son 336.

PROPOSICION L.

De las proporciones del circulo entre la circunferencia, y diametro (Fig. 54.).

Para medir los circulos, y sus partes es necesario tener entendida la proporcion que guardan entre sí el diametro con la circunferencia, ò la circunferencia con el diametro; porque sabido lo uno, se halla lo otro; y aunque hasta ahora no se ha podido ajustar la proporcion, que debe tener uno con otro, se han aproximado mucho algunos Autores, que sobre esto han trabajado. Los que mas estimacion han merecido hasta hoy, han sido Arquimedes, Adriano Mercio, y Luis de Ceulen. A este (conforman muchos) se le debe seguir, por ser mas aproximado á la exactitud; pero por la facilidad de menos numeros està mas bien recibida la doctrina de Arquimedes. De todos se pone à continuacion, para que cada uno use de la que mejor le acomodáre.

Arquimedes.	Diametr.	7	Circunf.	22
Adriano Mercio.		71		223
Ceulen.		100		314

Por qualquiera de las reglas de los tres memorables Varones se pueden obrar las medidas del circulo, sin temor de reprueba (hasta que Dios sea servido iluminar algun docto, que halle las legitimas proporciones, que será hallar la quadratura del circulo). Y siguiendo la doctrina de Arquimedes, por ser la mas facil, serà el diametro 7, y la circunferencia 22, cuya linea si se tiende en recta, serà igual á tres diametros, y la septima parte de otro; como si el diametro PS (Fig. 54.) tuviese 7 varas de largo, la linea, que rodéa el circulo, tendida en recto, sería de 22 varas: esto entendido, supongamos que el circulo PS tuviese de diametro 35 varas, y con esta noticia se quiere saber la circunferencia: esto se puede obrar de dos modos, que son los siguientes.

Hallar la circunferencia por la noticia del diametro.

1 Suponiendo, que el diametro sea 35 varas, se harà la regla de tres, diciendo, si 7 de diametro de un circulo conocido me dàn 22 de circunferencia; el diametro 35 de otro circulo, que voy à medir, qué circunferencia me darà? Multipliquese el segundo numero por el tercero, y el producto partase al primero, y lo que viniere à la particion serà la circunferencia, que se busca.

E X E M P L O.

El primer numero es 7, el segundo 22, y el tercero 35: multipliquese 22 por 35, y el producto 770 partase á 7, y vendrán à la particion 110, y esta serà la circunferencia.

Nota, que el tercer numero ha de ser de la misma calidad, que es el primero, y el segundo ha de ser de la del que se busca, que serà este un quarto proporcional: de modo, que si el primero es del diametro, tambien lo ha de ser el tercero de otro diametro; y siendo el segundo para la circunferencia, esta serà la que saldrá en el quarto; y si se trocasen los lugares, serìa la regla indirecta; esto es, que si dixesemos: si 22 de circunferencia dàn 7 de diametro, 35 de diametro, qué circunferencia me darán? En este caso no saldrà la cuenta, y es menester colocar los numeros como se ha dicho; pues algunos por probar al sugeto suelen echar de estas cuentas.

2 De otro modo se saca tambien la circunferencia con la noticia del diametro; y suponiendo sea el mismo diametro 35, como antes, multipliquense los 35 por 3, y un septimo, y tres veces 35 serán 105, y tomando la septima parte de los 35, que es valor del diametro, seràn 5, y aumentados á los 105, seràn 110, numero igual al que saliò por la regla antecedente, siendo esta mas breve que la otra.

Conocida la circunferencia, hallar el diametro.

Sea la circunferencia de un circulo 110 varas: pidese su diametro.

OPERACION.

Si 22 de circunferencia, me dàn 7 de diametro en un circulo conocido, 110 de circunferencia de otro circulo, qué diametro me daràn? Multipliquese como antes el segundo numero 7 por el tercero 110, y el producto 770 partase à 22, y vendrán à la particion 35, y este serà el diametro que se busca, con cuyas reglas se entrará con facilidad en las medidas siguientes.

PRO-

PROPOSICION LI.

***De la medida de la superficie del circulo* (Fig. 54.).**

Varias son lás reglas, que hay para medir las areas de los circulos: aqui solo nos valdrémos de dos, por ser las mas ordinarias, y menos prolijas.

1 Sea conocido el diametro. Tenga 7: la circunferencia 22: multipliquese la mitad de 22, que es 11, por la mitad de 7, que es 3 y medio, diciendo: Tres veces 11 son 33: y media vez 11, son 5 y medio, que juntos con los 33, hacen 38 y medio, y esta es la superficie del propuesto circulo; y del mismo modo se sacarà de qualquiera otro, multiplicando siempre la mitad del diametro por la mitad de la circunferencia. La razon de esto se funda en la práctica de la fig 44; porque siendo igual el paralelogramo ONHL al circulo, los lados mayores son iguales à la mitad de la circunferencia, cada lado de por sí, y los menores tambien son cada uno igual à la mitad del diametro ON (segun Arquimedes).

2 Tambien se halla la superficie del

cir-

circulo con brevedad multiplicando el diametro en sì, y el producto por 11, y lo que sale se parte á 14, y lo que viene al cociente es el area del circulo.

EXEMPLO.

Sea el diametro 7, que multiplicado en sí, son 49, y estos, multiplicados por 11, montan 539, que partidos á 14, vienen al cociente 38, y $\frac{7}{14}$, que es lo mismo que medio, como por la regla antecedente; y asi se obra con el diametro de qualquiera circulo, sea grande, ó chico.

Esta práctica se funda en la figur. 61. de esta Estampa; porque segun Arquimedes, el quadrado cuyos lados son iguales cada uno al diametro del circulo, tiene la area del uno à la del otro la proporcion de 14 à 11; esto es, que si el circulo fig. 61. tuviese de area 11 varas, el quadrado PQLF tendria 14 varas: luego los quatro triangulos, que quedan fuera del circulo, entre su circunferencia, y angulos del quadrado, deberán tener 3 varas de area los quatro juntos, que es el exceso, que hay de la superficie del circulo á la del quadrado de su diametro: luego en todo circulo, si

si se quadra el diametro, se figura el quadrado, y multiplicado éste por las 11 partes, que debe tener el circulo, y lo que sale partirlo à las 14 del quadrado, vienen al cociente solo las que pertenecen á la superficie del circulo.

PROPOSICION LII.

Medir el area del semicirculo (Fig. 54.).

Haviendo entendido la medida del circulo, facil es la del semicirculo, por ser mitad suya; pues midiendolo por entero, y sacando la mitad de su importe, es hecha la operacion; pero porque à esta se siguen otras partes del circulo, serà bien darle su medida separada. Sea, pues, P 22 S el semicirculo, que se ha de medir; y porque el diametro pasa por el centro, se tomarà su mitad, que de 7 es 3 y medio: tómese la mitad de su circunferencia, que de 11, que tocan al semicirculo, serán 5 y medio: multipliquese 5 y medio, mitad de la circunferencia del semicirculo, por 3 y medio, mitad de su diametro, y saldràn 19 y quarto, y esta serà la supercie del propuesto semicirculo, cuya operacion es

regla general para quantos se ofrecieren medir.

PROPOSICION LIII.

Medir Sectores (Fig. 55.).

Sector es qualquiera parte de circulo, compuesta de dos radios, ò semidiametros, y alguna porcion de su circunferencia mayor, ò menor que la mitad de toda la del circulo.

1 Sea, pues, el Sector A*r*D: midase qualquiera de sus radios AD, ò A*r*: midase tambien su circunferencia *r*ND; y multiplicando el radio AD por la mitad de la circunferencia *r*ND, saldrá al producto la superficie del Sector: ò multipliquese la mitad del radio por toda la circunferencia del arco *r*ND, y saldrá lo mismo; ò multiplicando todo el radio por toda la circunferencia del Sector, y tomar la mitad del producto, serà la misma cuenta.

2 Si los radios del Sector fueren AD, A*r*, y el arco de su circunferencia *r*XD mayor, que semicirculo, se hará la medida midiendo el circulo por entero (51); y restando el Sector A*r*D, segun se ha medido, quedará en limpio la area del Sector A*r*XD; y asi se obrará con todos sus semejantes.

PROPOSICION LIV.

Medir segmentos de circulo (Fig. 55.).

1 Si el segmento fuere menor, que semicirculo, como es el que forma la cuerda *r*D, y el arco *r*ND, hallese el centro (por la Proposicion de la fig. 9. Estamp. 1.) y formese el sector A*r*ND: midase este por la Proposicion antecedente, y de su producto restese el triangulo A*r*D; y lo que quedare será la area del segmento *r*ND, y asi se obrarà con todos los segmentos, que sean menores, que semicirculo. Adviertase, que á mas de la regla antecedente, se pueden medir todos los sectores con mucha seguridad, presentando el semicirculo (Fig. 22.) sobre el centro de esta (Fig. 55.); y ajustando la linea MH de aquella sobre A*r* de esta: de modo, que el centro M se ajuste sobre el centro A, se verà los grados que corta el semicirculo graduado en el arco del sector *r*ND; y midiendo el circulo, como si fuera entero, se

se sabrà la area de todo él, y se formarà una regla de tres en esta forma: Si 360 grados, que vale todo el circulo, me dán tantas varas superficiales de area; los grados, que vale el arco del sector, que mido, qué varas me daràn? Multipliquese el segundo numero por el tercero, y el producto partase al primero, y lo que viniere al cociente será la area del sector, que se busca, sea mayor, ó menor que el semicirculo.

2 Si el segmento fuere mayor, como el que se compone con la cuerda *r*D, y el arco *r*XD, se medirà el circulo por entero, y de su area se restarà el sector menor, y quedarà la area del mayor, que se compone de los dos radios AD, A*r*, y del arco *r*XD, á quien se le añadirà el triangulo *r*DA, y quedarà la medida que se desea.

PROPOSICION LV.

Medir qualquiera figura mixtilinea, compuesta de dos cuerdas, y dos porciones de circunferencia (Fig. 56.).

Figura mixtilinea es qualquiera que se compone de lineas rectas, y curvas.

Sea,

Sea, pues, la que se ha de medir IVSH: de los extremos de las rectas tirense las ocultas VS, IH, y midase el quadrilatero HIVS (por las reglas de las figuras 52, ò 53 de esta Estampa): guardese el numero de sus varas; y porque faltan que medir los dos segmentos IH, VS, hallense los centros de sus arcos por la Proposicion de la Fig. 9. Estamp. 1. y se hallarà que el centro del arco VS es el punto O: formese el sector OVS, y midase por la Prop. 53. de la figura antecedente; y restando de esta superficie del sector la que saliere del triangulo SVO, quedará la del segmento VS, que se juntarà con la que se guardò del quadrilatero. Hagase lo mismo con el segmento IH, hallando el centro de su arco en O; y formando el sector OIH, se medirà como el antecedente; y restandole su triangulo IHO, quedarà la area del segmento HI, que se juntarà tambien con la del quadrilatero; y sumando las areas de los dos segmentos VS, IH con la del quadrilatero HSVI, será la suma las varas que tendrà de area el propuesto mixtilineo; y asi se obrarà con qualesquiera otros, por irregulares que sean.

PRO-

PROPOSICION LVI.

Medir qualquiera figura lunula, menor, que semicirculo (Fig.57. y 58.).

Figura lunula es qualquiera, que se compone de dos lineas curvas, formando donde estas se juntan dos angulos curvilineos.

1 Pidese, pues, que se mida la lunula PHQ (Fig.57.).

OPERACION.

Hallese el centro del arco mayor PHQ, que serà en D: tirense las rectas DP, DQ, y se ha formado el sector DPHQ: midase este por las reglas antecedentes, y guardese el producto de varas de su area.

Tirese la recta PQ; y midiendo el triangulo DPQ, se restarà su area de la del sector, y la que quedáre serà del segmento PZQH; y porque de esta falta que quitar el segmento, que hay entre H, y Z, hallese el punto B, centro del arco PZQ: tirense las rectas BP, BQ, y se ha formado otro sector PZQB: midase este por las reglas antecedentes, y restese del segmento PZQH, y añadase al dicho segmento el triangulo PZQB. La razon de esto se expresa claramente en la figura, y la operacion, que se ha hecho, y no es necesario mas demonstracion.

2 Si la lunula fuere mayor que semicirculo, como AMAV (Fig.58.), hallese el centro de su mayor arco AMA en el punto Z, y desde este centro con la distancia ZA cumplase el circulo con la curva ATA: midase este circulo por entero (51), y de su area se ha de restar la porcion AVAT, la qual es compuesta de dos porciones menores de circulo. Y para restar el segmento ATA, midase el sector ZATA, y de su area restese la del triangulo AAZ, y quedará la del segmento; que se restarà la de este de la que saliò en el circulo. Del mismo modo se medirà el segmento AVA, hallando el punto C, centro del arco AVA; y formando el sector CAVA, se medirá este como el antecedente, y de su area se restarà la del triangulo AAC, y la que quedáre será la que tiene el segmento V, que se restarà tambien de la area del circulo; y lo que quedáre despues de haver restado los dos segmentos, que acabamos de medir, será

rà la superficie de la propuesta lunula AVAM.

PROPOSICION LVII.

Medir qualquiera segmento de lunula, ò triangulo mixtilineo (Fig. 59.).

Haviendo entendido las medidas antecedentes, no tendrà el medidor dificultad en medir quantas figuras dificiles se le presentaren; y siendo de las mas dificultosas, el triangulo mixtilineo PTV, con la práctica de este acabarà de quedar satisfecha su inteligencia. Pidese, pues, que se mida el dicho triangulo.

OPERACION.

Hallese el centro del arco VSP, que serà en el punto Q: formese el sector QVSP: midase el area de este sector como las antecedentes; y tirando la cuerda VP, midase el triangulo VPQ: restese la area de este triangulo de la que saliò en el sector, y la resta serà la del segmento VOPS, en la qual entra parte de superficie, que no es de la figura, como se vè entre la porcion de cuerda, y arco OP. Mas no por eso se ha de dexar de contar toda la superficie del segmento VOPS.

Hecho esto, hallese el centro del otro arco TOP, que serà el punto C: tirense las CT, CP, y se ha formado un quadrilatero CTVP: midase este quadrilatero por las reglas de la figura 52; y juntando su area con la del segmento VOPS, seràn las dos areas juntas toda la superficie comprehendida entre las letras PCTVS, de la qual se ha de restar el sector CTOP, cuya operacion es la misma que las antecedentes; y haviendo restado este sector, como se ha dicho, quedarà la area de la figura, que se pide.

Aqui se vè ahora, que no importa haver medido en el segmento la porcion que sale de la fig. entre la parte de cuerda, y arco OP; porque siendo esta inclusa en la figura PCTVS, se quita de ella restando el sector CTOP, como todo se representa en la figura.

PROPOSICION LVIII.

De la medida de los Ovalos, ò Elipses (Fig. 60. y 61.).

Sobre estas medidas he visto variedad de

de opiniones, asi entre los Autores clasicos, como entre los Profesores modernos; y haviendo tenido varias conferencias sobre esto con muchos inteligentes, se han conformado con el metodo que yo mido, que es sujeto á todas las reglas de medir sectores, como quedan declaradas en las antecedentes Proposiciones.

1 Sea, pues, la Elipse, que se ha de medir, BLFD (Figur.60.); y por la regla de la Fig.9. Estamp.1, hallense los centros de todos los arcos, que componen la figura, y á cada arco tiresele su cuerda; y si salieren quatro arcos, y los segmentos de ellos fueren iguales cada uno à su opuesto, la Elipse será perfecta, ó regular, como acontece en la presente, y con las quatro cuerdas se havrà formado en el centro de la Elipse un paralelogramo rectangulo, como DFBL, con cuya operacion se harà la medida con facilidad en esta forma. Hallado el punto C, centro del un arco mayor FIL, tirense las rectas CF, CL, y se ha formado el sector CFIL, que se medirá por la Proposicion 53; y restando del sector el triangulo CFHL por la Proposicion 54, se tendrà medida la superficie del segmento FLHI;

FLHI; y doblando esta por otra tanta, que debe tener el segmento opuesto DCB, se notaràn aparte las partidas de los dos segmentos mayores. Hallese tambien el punto V, centro del arco BOL; y formado el sector VBOL, se medirà como el antecedente; y restando el triangulo BLV, quedarà en limpio la area del segmento BOL, la que se doblará tambien por el otro su opuesto, y juntárase con las de los otros dos segmentos C, I. Hecho esto, midase el paralelogramo por la regla de la figura 50; y sumando la area de este paralelogramo con la de los quatro segmentos, la suma total serà el numero de varas, (pies, ò lo que se huviere medido) la area del Ovalo propuesto.

1 Nota, que por esta medida se obra con mas seguridad, que por otras que enseñan varios Autores; y no importa que la figura tenga muchas irregularidades, pues en este caso no resultaria mas dificultad, que salir mas arcos, mas segmentos, y el rectilineo del centro de la Elipse de mas lados; no importando tampoco, que estos formen angulos entrantes, y salientes del centro de la figura: si ésta fuere

K irre-

irregular, es preciso obrar segun se ha hecho ahora; pero si fuere Ovalo regular, se puede medir con solo multiplicar el diametro menor por el mayor: el producto de la multiplicacion volverlo à multiplicar por 11; y la partida, que de esto saliere, partirla á catorce, y lo que viniere à la particion serà la area, ò superficie de la Elipse. La razon de esto es la misma que se dió en la Proposicion 51.

2 Para que se vean los errores, que se padecen sobre estas medidas, los demuestro en la Figur. 61. cuyas practicas conforman algunos Autores, que son las que se deben seguir, y yo las he visto practicar à varios Profesores; y dàn la razon, en que la Elipse, que fuere inscripta en un paralelogramo, cuyos quatro lados de él, puestos en una suma, fueren iguales á los quatro lados de un quadrado, dentro del qual fuere inscripto un circulo, aseguran que este circulo serà igual á la Elipse. Y para que se vea la falsedad, formese el quadrado PQLF, cuyos lados tengan á 7 varas cada uno, que cada lado debe ser igual al diametro del circulo: hagase dentro de èl su circulo: formese ahora el paralelogra-

gramo, cuyos lados mayores EB, VD, tengan à 10 varas cada uno; y los lados menores BV, ED, tengan à 4 varas, que sumados los quatro lados del paralelogramo, hacen 28 varas, las mismas que suman los otros quatro lados del quadrado; pues cada lado tiene 7 varas: multipliquese, pues, la superficie del quadrado, que 7 de largo por otras 7 de ancho, montan 49: multipliquese la superficie del paralelogramo, que 10 varas de largo por 4. de ancho, montan 40. Digo, que la superficie del quadrado es cerca de una quinta parte mayor, que la del paralelogramo, porque ésta solo tiene 40 varas, y aquella tiene 49: luego la Elipse no puede ser de tanta area, como la que tiene el circulo; y aun puede cometerse mayor error: de modo, que si el paralelogramo tuviere 13 varas de largo, y una de ancho, sus quatro lados, dos de 13 varas, y otros dos de una vara cada uno, sumados, harian las mismas 28 varas que el quadrado; pero multiplicado su largo 13 por su ancho 1, saldrian à la multiplicacion solo 13 varas: luego para igualar con la superficie del quadrado, faltan 36 varas, hasta el cumplimiento de

las

las 49 del quadrado: luego aqui se manifiestan los errores, que cometen los que miden de esta suerte; pues lo que vale 13 hacen que se pague por 49: otros suman los dos lados del paralelogramo, ó diametros mayor, y menor de la Elipse; y de la suma de las dos lineas toman la mitad, y esta mitad, dicen, es diametro del circulo igual à la Elipse, con el qual hacen la medida de ella, como reducida à circulo: estos cometen el mismo error, que los antecedentes; pues suman el diametro 10 con el diametro 4, y sacan la mitad, que es 7, y reducen el mismo paralelogramo al quadrado; siendo asi, que este tiene 49, y aquel solo tiene 40.

Otros multiplican el diametro mayor de la Elipse por el menor, y del producto sacan la raiz quadrada, y esta dicen ser el diametro de un circulo igual á la Elipse: es práctica que la he probado mecanicamente, y no tiene la mayor seguridad, ni la he hallado como la de esta Proposicion.

PRO-

PROPOSICION LIX.

Trata de las medidas, que deben hacerse quando las heredades estàn embarazadas de bosques, y lagunas; de modo, que ni se puede cruzar por ellas, ni descubrir sus angulos (Fig.62.).

Sea un terreno, que se ha de medir totalmente embarazado, la figura ZADGPSCF.

OPERACION.

De qualesquiera dos angulos, que se descubran de modo, que el uno sea visto del otro, como son G, S tirese una visual, que serà la recta de puntos SG, la qual se marcarà en el suelo con algunos piquetes de cañas, ó varas delgadas: presentese la esquadra en el angulo G, de modo, que la una pierna de ella esté con la linea GS, y por la otra pierna se echará la linea visual GX, larga à discrecion, que tambien se marcará con piquetes, y por el mismo orden se tirarán las lineas XM, MS, y se havrà formado el quadrilatero, rectangulo GXMS; y multiplicando las varas que tuviere un lado mayor por otro menor, se

 ten-

tendrá el area de todo èl: de ésta area se iràn restando las figuras, que sobràn fuera de la del terreno, que se mide, que se obrará en esta forma. Del punto D saquese la DL, perpendicular à la visual GX: midase la DL, y tenga por caso 15 varas, y la LG tenga 50 varas. Con esta noticia se formarà el triangulo GXZ, rectangulo en X, cuya operacion se debe hacer por no poder entrar por la figura á echar la linea DOZ, para lo qual se medirá tambien toda la linea GX, y supongase que GX tiene 114 varas: hagase ésta regla de tres, diciendo: Si la LG 50 varas me dàn la perpendicular LD 15, toda la GX, que tiene 114, què varas me dará en otra perpendicular, que he de sacar de X á Z? multipliquese el segundo numero 15 por el tercero 114, y el producto 1710 partase al primero 50, y vendràn al cociente 34, y diez cinquenta abos, que en menor denominacion es un quinto: cortese, pues, la perpendicular XZ de 34 varas, y un quinto; y multiplicando la ZX por la XG, la mitad de lo que viniere á la multiplicacion será la area del triangulo ZGX, segun las reglas de la Fig. 51. y porque en este triangulo se ha quitado el segmento

DOZ,

DOZ, que es parte de la figura, que se mide, es preciso sacarlo del triangulo, y aumentarlo á la figura; y no pudiendose medir por dentro, se obrará la medida por fuera, en esta forma. De los puntos DZ, donde se forman los angulos con las lineas rectas, y la curva del arco DAZ, saquense arbitrariamente dos rectas, que formen qualesquiera angulos en D, y Z; pero que sean paralelas entre sì, como DE, ZR: dividase el arco DOZ en las partes iguales, ò desiguales, que pareciere (Aqui por lo pequeño de la figura se divide en dos en el punto O): saquese de O la recta OH, paralela á las otras dos; y por qualquiera punto proximo á O, tirese qualquiera linea XAL, que corte en qualesquiera puntos á la ZR, OH, DE, y serà en los puntos X, A, L: haganse la XR igual á XZ; la AH igual à AO, y la LE igual à LD, y (por la práctica de la Fig. 9.) se cogeràn los tres puntos E, H, R con un arco, cuyo centro se halló en Y: tirese la ER, y el segmento EHR será igual al que hay dentro del terreno OZD: formese el sector YEHR: midase su area, y de ella restese el triangulo YER; y lo que quedare

se-

serà la superficie del segmento, que se juntarà á la del terreno, que se mide; ó se restarà del triangulo ZGX antes que este se haya restado de la figura inaccesible: midanse asimismo por sus reglas los demàs rectilineos ZMV, S, PGS, y se restaràn tambien del paralelogramo MXGS; y formando el sector NCF, se medirá el segmento CF, que se quitarà tambien del propuesto paralelogramo, y se havrá concluìdo la medida, la qual sirve de exemplo para vencer quantas dificultades se ofrezcan de su clase.

PROPOSICION LX.

Medir la basa de qualquiera monte (Figur. 63.).

Aqui se dá satisfaccion à lo que se previno al fin de la Proposicion 45 sobre la medida de planos inclinados, ó planos horizontales. Sea, pues, la basa de un monte, que se ha de medir, la recta AMN: tómese una vara, ò regla derecha, y fixese perpendicularmente en A, cuya altura puede ser de 5, ò 6 pies de A à P. Por el extremo P tirese una cuerda, ú otra vara, que

que forme el angulo recto en P, y se notaràn los pies, ò varas, que tiene la altura AP, y lo largo PQ; pero separada cuenta la de lo alto con la de lo largo, hagase la misma operacion sobre el punto Q, levantando la QH, y tirando la HV; y asi se irà subiendo por la falda de qualquiera monte, formando escalones hasta llegar á su cumbre; y para bajar por la falda opuesta se pondrà horizontalmente la vara VE; y si fuere muy escarpada la cuesta, se colgará del extremo E un cordel con algun peso, que caiga sobre N, y de este modo se formarán otros escalones à la otra parte: midanse ahora las alturas AP, QH, y puestas en una suma, serà la altura que se busca igual á la perpendicular, que se imagina bajar de la cumbre del monte à la basa, cuya linea es la oculta VM, igual tambien á la NE; y sumando las horizontales PQ, HE, será la suma de estas igual á la basa AMN: donde se prueba, que la medida de este monte, si se hiciere para vender, ó plantar sobre èl algun edificio, no se havia de medir por la linea, que se hallarìa, ciñendole una cuerda, que asentase en la superficie de sus faldas por AQ, VN,

VN, porque esta serìa mayor, con mucho exceso, que la AN: hallando, pues, por esta ragla, y otras, que se han dado antes, la figura de la planta del monte, se medirà esta por sus reglas; pero si fuere para segadores, ò pasto de ganados, se debe medir por la superficie exterior que tuviere el monte, pues esta no puede producir mas fruto de siembra, pero sì de pasto, que la superficie de la basa. Con esto, y las reglas que hasta aqui se han explicado, tiene suficiente práctica qualquiera aficionado para quanto se le ofrezca medir en superficies planas; y ahora resta, que se instruya en cómo partirà las tierras entre herederos, que se habilitará con las Proposiciones del capitulo siguiente.

CAPITULO VIII.

ESte Capitulo contiene las Proposiciones mas esenciales, que debe saber un perfecto Agrimensor, para obrar con acierto en las particiones de las heredades, siendo estas operaciones de las que mas perjuicio puede seguirse á las partes, entre quienes se hayan de partir: por lo que pondrá

drá especial cuidado en señorearse de ellas.

PROPOSICION LXI.

THEOREMA.

Si sobre una misma basa, y entre dos paralelas, se forman qualesquiera dos triangulos, aunque los dos lados, y todos los angulos no sean iguales, ni semejantes, las areas de los dos triangulos seràn iguales (Fig. 64.).

Sean dos paralelas AT, PE: sea AT basa del triangulo AET, sobre la qual se halla formado otro triangulo TPA. Digo, que las areas de estos dos triangulos son iguales, por estàr entre las dos paralelas AT, PE, y sobre una misma basa AT, luego estando sobre una misma basa AT: y entre las dos paralelas AT, PE, seràn los dos triangulos de una misma altura, la que serà igual à qualquiera de las perpendiculares EB, ò PL. Tambien si la basa fuere PE, y sobre ella los dos triangulos EAP, PTE, por la misma razon serán iguales, segun la Proposicion 37. del Libr. I. de Euclides; y se puede probar practicamente, sacando del extremo de la basa una perpendicular EB, que cortará la paralela AT con-

continuada en B; ó sacandola del punto P, cortarà en L; y multiplicando la mitad de esta perpendicular por toda la basa PE, sale la medida de qualquiera de los dos triangulos: luego son iguales. Digo, que por la misma razon son tambien iguales los dos triangulos TEO, y A*o*P; porque tambien tocan con sus lados mayores, y dos angulos cada uno en las propuestas paralelas; y siendo los dos triangulos EAP, PTE iguales, y comun de la area de los dos el triangulo P*o*E, si este se quita, quedan iguales los segmentos P*o*A, T*o*E, de que resulta la demonstracion de la práctica de las Proposiciones siguientes.

Lo mismo resulta de los quadrilateros, ò qualesquiera poligonos, que lo que se ha dicho de los triangulos, como se demuestra en el quadrado OVBT; porque tirando la TH paralela à la diagonal BO, corta al lado VO, continuado en H, de tal modo, que HO con OV tiene la misma proporcion, que el triangulo, ò segmento OVB con el BTO: luego siendo tambien el segmento THO igual á uno de los dos del quadrado, juntandole al TBO se ha formado un elmoarife, ò romboide HTBO,

HTBO, cuya superficie es igual á la del quadrado: luego aqui se prueba, que siendo los dos quadrilateros de igual altura TO, por estár entre las paralelas TB, HV, y sobre una misma basa TB, son iguales: luego, &c.

PROPOSICION LXII.

Partir un triangulo en dos partes iguales por un punto dado en diferentes casos (Fig. 65.).

Caso 1. Si el triangulo ABH se huviere de partir en dos partes iguales, comenzando la particion de qualquiera de sus angulos, como por exemplo del angulo B, dividase el lado AH, opuesto al angulo B, en dos partes iguales en el punto F, y tirando la recta BF, queda hecha la particion.

Caso 2. Si se huviere de partir en las mismas dos partes iguales de qualquiera punto dado en uno de sus lados, como por exemplo el punto D, saquese del angulo immediato B al punto F, medio del lado opuesto al angulo, la recta BF; y de F al punto dado D, tirese la FD; y tirando del angulo B la recta BE, paralela à DF, cortará al lado AH en el punto E: tirese la

la ED, y queda dividido el triangulo ABH en las dos partes iguales, que se pide: la una serà el trapecio AEDB, y la otra el triangulo DEH.

Caso 3. Si el punto dado fuere E en el lado AH, tómese el medio de este lado en el punto F; y de este punto, y el dado E, tirense al angulo opuesto B las rectas EB, FB; y del punto F saquese la FD, paralela á EB, y cortará al lado BH en el punto D: tirese de este punto al dado E la recta ED, y queda hecha la misma operacion. La razon de esto se prueba por la Proposicion antecedente.

PROPOSICION LXIII.

Dividir qualquiera triangulo en el numero de partes, que se quisiere (Fig. 66.).

Pidese, que el triangulo PQD se divida en dos partes; de modo, que la una sea mitad de la otra; esto es, que si fuere una heredad, que se huviere de partir, dando à un heredero el tercio de ella, y al otro los dos tercios, se puede hacer, comenzando por qualquiera punto dado, como en la Proposicion antecedente, que será en diferentes casos.

Ca-

Caso 1. Sea el punto dado el angulo P; y porque se pide, que la particion sea la una parte un tercio, y la otra dos tercios, dividase el lado opuesto al angulo P en tres partes iguales, y sea el tercio del lado DQ el punto S: tirese la recta PS, y el triangulo PSD serà el tercio, que se pide, y el PQS serà los dos tercios, cuya operacion se puede obrar por qualquiera de los dos lados de la figura. Si la particion se huviere de hacer en tres partes iguales, no hay mas que tirar otra recta del angulo P al medio de la SQ. Si se pidiere la particion en quatro, ò cinco, ò mas partes, se dividirà el lado opuesto al angulo en las partes que se huviere de dividir el triangulo, y à cada punto de la division tirar una recta desde el angulo opuesto al lado que se ha dividido, y asi quedarà hecha la division.

Caso 2. Si el punto dado fuere R, tirese del angulo immediato P al punto S, tercio del lado opuesto, la recta PS; y de S al punto dado R, la recta SR; y del mismo angulo P, la PL, paralela à la RS, y cortará al lado DQ en L: tirese la LR, y queda dividido el triangulo, como se

pi-

pide, siendo su tercio el trapecio DLPR, y los dos tercios el triangulo RLQ. Si como es el tercio el dicho trapecio, huviera de ser quarta, ó quinta parte, havia de ser tambien la DS quarta, ó quinta parte del lado DQ; y si se huviere de dividir en tres partes, ò mas, el sobredicho triangulo, se repetirà la misma operacion sobre el triangulo, que ha quedado RLQ, continuando asi hasta concluir la particion en las partes que se quisiere.

Caso 3. Si el punto dado fuere L, en el lado DQ, dividase este lado de modo, que DS sea el tercio del mismo lado; y de estos dos puntos S, tercio del lado, y L, punto dado en èl, tirense al angulo opuesto P las rectas LP, SP, y del punto S la SR, paralela à la LP, y cortará al lado PQ en el punto R: tirese la LR, y queda hecha la division como antes, cuya razon es la misma que en las antecedentes Proposiciones.

PROPOSICION LXIV.

Dividir qualquiera triangulo en las partes iguales que se quisiere, con lineas paralelas à qualquiera de sus lados (Fig. 67.).

Pidese que el triangulo BLV se divida en tres partes iguales con lineas paralelas al lado BV: alarguese qualquiera de los otros dos lados, y sea VL hasta C; de modo, que LC sea el tercio de LV: hagase sobre VC el semicirculo CPV, y del punto L, cuspide del triangulo donde se juntó la CL con la LV, levantese la LP, perpendicular à CV, que corta el semicirculo en P: pasese la LP de L à N, y del punto N tirese la NR paralela al lado, ò basa BV, y el trapecio BNRV será dos tercios del propuesto triangulo; y el triangulo RNL serà el tercio, y esto es haver partido el triangulo en tales dos partes, que la parte proxima à L sea el tercio de todo este triangulo; y para que se tome el mismo tercio, ù otro igual por el lado BV, alarguese la LV hasta M, de modo, que LM sea los dos tercios de VL; y formando sobre VM el semicirculo MQV, se alargará la LP, hasta que corte el semicirculo en Q; y pasando la LQ de L à O, tirese la OT paralela à BV, y el trapecio BTOV serà tambien tercio del propuesto triangulo; y por consiguiente se halla hecha la division en tres partes iguales; y

por esta misma regla se dividirá en otras distintas que se quisiere, como se dexa entender de esta misma práctica, la qual se funda en la Proposicion 33. sobre la Fig. 40. Estampa 2.

PROPOSICION LXV.

De la division de quadrados, y paralelogramos entre herederos (Fig.68. y 69.).

Si el paralelogramo CPQO (Fig. 68.) se huviere de partir en dos partes iguales arbitrariamente, se puede obrar dividiendo qualesquiera de sus dos lados opuestos por medio; y tirando una recta del medio del un lado al medio del otro, queda hecha la division; como tambien si se tira del un angulo al otro su opuesto, como las diagonales CQ, OP, las quales dividen tambien la figura en quatro triangulos iguales, cuyos son los lados de la figura, y sus cuspides el centro V, como todo se representa en ella; pero si la division se huviere de hacer de un punto determinado en qualquiera de sus lados, como el punto E, tomese la distancia de este punto à su angulo mas immediato, que es EC, y pasandola al angulo, y lado opuesto, se señalará la misma de Q à Z, y tirando la ZE, queda hecha la division. Si esta linea cortáre el centro V, no hay duda que serán los lados de la figura iguales, y paralelos cada uno à su opuesto.

Si el paralelogramo (Fig.69.) se huviere de partir en tres partes iguales arbitrariamente, se dividirán dos de sus lados opuestos ML, BV en tres partes iguales cada uno, con los puntos NT, HQ; y tirando las rectas NH, TQ, queda hecha la particion; pero si se huviere de hacer ésta, comenzando de un punto dado en qualquiera de sus lados, como B, dividase la figura, como antes, en tres partes iguales, con las ocultas NH, TQ; y dividiendo la HN por medio en A, tirese la BA, y ésta divide la figura en una de las tres partes iguales, cortando en el lado ML el punto C, del qual, tirando otra recta, que pase por medio de la TQ, hasta que corte el lado opuesto VB, con esta se havrá cumplido la operacion que se pide.

PROPOSICION LXVI.

Cortar de un campo paralelogramo las varas quadradas de tierra, que se pidieren (Fig. 70.).

Pidese, que del paralelogramo ABSO se corten 1140 varas quadradas.

OPERACION.

Midase el lado BS, si fuere perpendicular, à BA, y à OS; y si no lo fuere, (como no lo es AO) tirese la perpendicular AC: midase ésta, y tenga por exemplo 30 varas: partanse las 1140 à las 30, y vendrán à la particion 38: cuentense 38 varas de B à D, ò de A à D, y tirando la DV, paralela à la BS, ò si fuere por la otra parte, la DZ à la AO, queda hecha la operacion que se pide.

PROPOSICION LXVII.

Cortar de qualquiera campo triangular las varas de tierra que se quisiere (Fig.71.).

Del triangulo ARB se han de cortar 1020 varas quadradas: tirese la perpendicular AI: midase su longitud, ò largueza, y sea 60 varas: partanse las 1020 à 60, y vendrán à la particion 17: doblense, y serán 34: cortese el lado BR à distancia de 34 varas, desde qualquiera de sus angulos; y cortadas desde B, alcanzarán en el punto D: tirese la DA, y el triangulo DAB tendrá la superficie que se pide de 1020 varas quadradas. La razon de hacer la DB de dobladas varas, que las que salen al cociente, se dió en la Proposicion 46. sobre la Fig.51.

PROPOSICION LXVIII.

Cortar de qualquier trapecio las varas quadradas de tierra, que se quisiere, saliendo la particion de un punto dado (Fig. 72. y 73.).

Pidese, que del campo LBED, fig.72. se corte la mitad de la tierra con una recta sacada del angulo D. (Esto es lo mismo que pedir se divida en dos partes iguales la tal heredad).

1. Midase, pues, el trapecio por la regla de la figura 52. ò 53: tenga su area, por exemplo, 4200 varas, cuya mitad

2100 se pide se corten del punto D: saquese de este punto al lado opuesto LB la perpendicular DZ: midase ésta, y tenga 60 varas: partase 2100, que ha de ser la superficie de la tierra, à las 60 de la perpendicular, y vendrán à la particion 35: cuentense éstas dobladas de L à V, que seràn 70 varas, y tirando la DV, queda hecha la division que se pide.

2. Si la particion se hiciere por el otro lado DE, la perpendicular DZ havia de cortar en el lado EB; y porque partida la superficie à la perpendicular, vendrian à la particion mas varas, que las que tiene la linea EB, en este caso se formarìa un triangulo, sacando una diagonal de D à B, cuya area se mediria; y porque no sería bastante la superficie del triangulo BDE para tomar la mitad de la area del trapecio, se le dará la que le falta, tomandola por el lado BL; lo que se hará tirando la perpendicular DZ, à la que se partirán las varas de la superficie, que falta para el cumplimiento; y cortando la porcion de linea BV, igual al duplo del numero, que viniere à la particion, como se ha hecho antes, tirando la recta DV,

DV, queda hecha la misma operacion (Fig.72.).

3. Si el punto dado fuere V, tirese la VD, y midase la superficie del triangulo LDV, ò la del trapecio DEVB; y si tuviere mayor superficie el uno que el otro, como, por exemplo, el trapecio tuvo 40 varas de mas, tomese la mitad de 40, que son 20, y éstas se partirán à la perpendicular, que se tirase de V al lado LD; y cortando desde D ácia L el duplo de las varas, que vinieren à la particion, se tirará una recta de V al dicho punto, que cortáre en DL, y se havrá concluido con la operacion.

4. Otras dificultades se pueden ofrecer sobre estas particiones, las que se vencerán entendiendo las operaciones siguientes.

Sea el mismo trapecio, ò qualquiera otro rectilineo CLNE (Fig.73.): pidese, que de un punto dado como O en qualquiera de sus lados LC, se divida en dos partes iguales con una linea recta.

OPERACION.

Tirese la ON, y se havrá formado un

 trian-

triangulo ONL; y si por algun embarazo no se pudiere entrar en la figura à echar la perpendicular desde L à su lado opuesto, ò basa ON, se obrará la operacion por fuera en esta forma: Alarguese à discrecion el lado NL por H, y del punto O saquese la perpendicular OH: midase ésta, y tenga por caso 32 varas: midase tambien el lado LN (pues no se puede entrar en la Figura), y tenga por caso 56 varas: multipliquense éstas por 16, mitad de la perpendicular OH, y el producto 896 serán las varas de superficie, que contiene el triangulo OLN: supongase, que la mitad de la tierra ha de ser 2131: restense de éstas las 896, que tuvo el triangulo, que se ha medido, y quedarán 1235: saquese ahora del punto O, al lado NE, la OB, perpendicular à NE: tenga esta perpendicular 65 varas, à las que se partirán las 1235, y vendrán al cociente 19: el doble de éstas, que son 38, tomense de N à D; y tirando la recta DO, se havrá formado el trapecio OLND, cuya superficie será la mitad de toda la del trapecio CLNE; de cuya práctica se pueden inferir las que se deben obrar, por muchas dificultades, que ocurran.

PROPOSICION LXIX.

De la particion de los Ovalos, ò Elipses (Fig.74.).

No haviendo visto Autor ninguno, que hasta ahora haya dado reglas para dividir un ovalo, como las dán para los rectilineos, se halla, que la misma práctica de las Proposiciones antecedentes enseña la de estas particiones, que es como se sigue: Sea un ovalo (Fig.74.), que se ha de partir entre dos herederos; de modo, que al uno se le dén los dos quintos de la tierra, y al otro los tres.

OPERACION.

Midase la superficie de todo el obalo por la regla de la Fig.60. de esta Estampa, y tenga, por exemplo, 500 varas toda la area del ovalo: con que al un heredero le pertenecen 200, y al otro 300. Para darle al uno sus 200 varas, elijase en la Figura la parte de circunferencia que se quisiere para comenzar la particion. Sea el arco FCO: hallese (por la

la regla de la Fig. 9. Estampa 1.) el centro V, y formese el sector VCO: midase éste (por la Proposicion de la Fig. 55.), y tenga por caso 100 varas; y porque han de ser 200, se tomarán otras 100 por qualquiera lado OS: hallese el centro del arco OS, que será el punto P: formese el sector PSO, y midase como el antecedente, y de su area restese la del triangulo POS, y quedará en la resta la superficie del segmento, compuesto de la cuerda, y arco, que se juntan en los puntos OS: tenga este segmento por suposicion 8 varas, que se juntarán con las 100, que tuvo el sector VCO, y serán 108: tirese de S à C la recta CS, con la qual se aumenta la superficie del triangulo OVS: midase este triangulo, y supongase tiene 72 varas, que juntas con las otras 108, hacen 180, y esta será la superficie de la figura, compuesta de la recta CS, y la circunferencia COS; y porque faltan 20 varas para cumplir las 200, midase la recta CS, y tenga 40 varas: partanse à éstas las 20, que faltan para las 200, y vendrá à la particion media vara: doblese, y será una vara, y de qualquiera punto V de

de la recta CS, saquese la perpendicular VD, que tenga una vara: tirese de su extremo D à los de la recta CS las lineas DC, DS, y se havrà formado el triangulo CSD, cuya superficie será 20 varas, que juntandolas con las 180 de antes, serán las 200, que se piden, cuyos segmentos son DCOS los dos quintos, y DCLS los tres quintos, que se piden: como todo consta de las prácticas de las Proposiciones antecedentes.

Si hecha esta division con las dos lineas CD, DS, se quisiere reducir à que se parta con una sola recta, dividase la perpendicular DV por medio; y tirando del extremo mas apartado de VD al medio de ésta la recta SF, quedarà hecha la division, sin diferencia sensible.

PROPOSICION LXX.

Dividir qualquiera rectilineo de muchos lados en dos partes iguales, de qualquiera punto dado en uno de sus angulos (Fig. 75.).

Pidese, que el rectilineo DEHAB se divida en dos partes iguales, comenzando del angulo B.

OPE-

OPERACION.

Saquense del angulo B à todos sus opuestos las diagonales BH, BE: del angulo A tirese la AR, paralela à la diagonal BH, y cortará al lado EH continuado en R: tirese de R la RM, paralela à la diagonal BE, y cortará al lado DE continuado en M; y porque se pide la division en dos partes iguales, dividase la DM en las mismas en el punto N: si este punto cayese dentro del lado DE, se havria hecho la operacion, solo con tirar de él la recta EB, aunque estuviere mas arrimada à D; pero por caer fuera del lado DE, que en este exemplo es el punto N, tirese la NC, paralela à la MR, y corta al lado EH en el punto C: tirese de C la CB, y ésta dividirá la figura en las dos partes iguales, que se piden, que son los trapecios ABCH, BDEC. Si como se ha pedido la division en dos partes iguales, se pidiere en tres, quatro, &c, se dividiria la DM en otras tantas, y por el mismo orden se irian cortando los puntos, que à cada division correspondiere en los lados de la figura, cuya práctica se infie-

fiere de la Figura 48, y se expresará mejor en la Proposicion siguiente.

PROPOSICION LXXI.

Dividir qualquiera rectilineo de muchos lados por un punto dado en qualquiera de ellos en las partes que se quisiere (Fig.76.).

Pidese, que el rectilineo DAVEF se divida en tres partes iguales, desde el punto C, dado en el lado DF. Tirense del punto C à todos los angulos de la figura opuestos á èl las diagonales CE, CV, CA, del angulo F, immediato al punto C: saquese la recta FL, paralela à la diagonal CE, y corta el lado VE, continuado en L: tirese de L la recta LK, paralela à la CV, que corta al lado AV, continuado en K: tirese de K la recta KH, paralela à CA, que corta al lado DA, alargado en H; y porque la division de la figura se pide en tres partes iguales, dividase en éstas la linea DH (que si fuere en 4, ò en 5, ò mas, se dividirá en ellas), y serán los puntos MN. Si el punto M cayese en A, se tiraria la recta AC, y el triangulo DAC seria el tercio de la figura;

ra; pero por caer mas afuera M, tirese la MO, paralela á la HK, ò à la diagonal AC, y cortará al lado AV en O: tirese de O al punto dado C la recta OC, y se havrá formado el trapecio DAOC, cuya superficie serà la tercera parte de la figura. Para dividir lo restante, que queda de ella en otros dos tercios, tirese de N la recta NX, paralela à la HK, ò á la diagonal AC; y porque no puede cortar en el lado AV, si no es alargando en X, havrá de cortar en el lado VE: tirese, pues, del punto X, cortado en el lado continuado AV, la X*b*, paralela à la KL, ò à la diagonal CV, y cortará al lado EV en el punto *b*: tirese la *b*C, y queda dividida la figura en las tres partes iguales, que se piden con las dos rectas C*b*, CO, cuya razon se probará, como la de la Proposicion antecedente.

Puedense obrar tambien las particiones de qualquiera punto dado dentro de la figura, en cuyas prácticas no me detengo; porque me parece, que quien huviere entendido las que hasta aqui llevamos declaradas, à poco discurso obrará quantas se le ofrecieren; y el que necesi-tá-

tàre de mas Geometrìa, podrá ver à Moya en sus quatro libros de Práctica, y al Padre Tosca en el Tratado tercero del primer tomo, que tambien es todo práctico; y si quiere enterarse de las demonstraciones, estudie el primero de este Autor en el citado tomo, donde le pone sucintamente los Elementos de Euclides, à quien han comentado muchos Autores, con abundancia de explicaciones, y demonstraciones.

PROPOSICION LXXII.

Explicase el modo de poner las mugas, ò mojones en las lindes, que dividen los terrenos, ò jurisdicciones de unos Pueblos, ò Estados de Señores con los de otros (Fig.77.).

Son muchas las disensiones, pleytos, y quimeras, que han acontecido, y acontecen entre las vecindades de algunos Estados de Señores, con los Pueblos vecinos, que por no poner los mojones con la formalidad que corresponde, sucede, que hallandose el Señor de aquel Estado ausente, como regularmente sucede à muchos, ò los mas Señores, llega el vecino, y

y quita las mugas, si le parece; las fixa dentro del terreno del Señor ausente, usurpandole el que puede; ò llevandose las mugas, quedan los dos Estados en una pieza dispuestos para un pleyto, y mas si hace muchos años, que faltaron estas mugas. Esto se remedia marcando el terreno como se sigue.

Sea un estado, ò sitio, que se ha de amojonar, ABCDE: en cada angulo hagase un foso, de modo, que por cada lado siga las lineas, encaminandose por ellas una zanja estrecha, y profunda, quanto uno, y otro fuere posible, hasta 8, ò 10 pies de larga por cada lado, contados desde el vivo del angulo, y estas zanjas se podrán llenar de canto pelado, menudo, ò qualquiera otra casta de piedra; y con la tierra, que se huviere sacado de las zanjas, se cubrirá el canto pelado, haciendo sobre aquellas lineas à modo de un cerro: en el mismo angulo se mete una piedra de silleria, labrada, ò en bruto, segun se proporcionáre en la cantera, la que será bueno entre á lo menos dos pies dentro del terreno: à éstas les suelen arrimar contra ellas mismas otras pie-

piedras, que observan las lineas de los lados, y dexandolas embueltas con la tierra que se sacò del foso para poner el mojon (la qual se aprieta à pison), llaman à estas piedras testigos, por ser menores que el mojon, y servir de guia cada una para buscar el angulo de su linea; pero yo tengo por mejores testigos las zanjas, como se ha dicho primero; pues estas no se pueden deshacer sin dexar rastro; pero de qualquiera modo hechas, y colocadas las mugas en todos los angulos, tómese el semicirculo graduado (Fig. 22. Estamp. 1.): sientese su centro en qualquiera angulo E; y ajustando su diametro sobre qualquiera linea de los lados ED, se observará qué grados corta la EA del semicirculo, para el angulo E; y por caso cortò 85 grados, vayase poniendo en papel rudamente esta figura, formando á vulto las rectas EA, ED: midanse las dos lineas ED: tenga 720 varas, y EA 310, que se irán notando en el borrador del papel, juntamente con el numero de grados, que vale cada angulos y haciendo la misma operacion en todos los angulos, y lados de la figura, resultarà, que el angulo D vale 130 grados, y la

 li-

linea DC tiene 220 varas; y el angulo C vale 115 grados, y el lado CB tiene 260 varas, y el angulo B 110 grados, y el lado BA 750 varas: de este mismo modo se llevarà en borrador la figura anotada en el papel, con el numero de grados, y varas, que tiene cada lado, la qual se podrà delinear en limpio, mediante un exacto pitipie; y segun ella, se harà la escritura, haciendo constar los grados, que vale cada angulo, y à què parte de los quatro puntos principales del emisferio mira cada uno, y quántas varas de longitud tiene cada linea de aquellos lados, que concurren en el angulo: de este modo, aunque falten todos los lados de la figura, con que exista uno de ellos, es bastante para que qualquiera inteligente, con la noticia de la escritura, vuelva à poner los mojones donde estaban, quando aquella se hizo; y aun será mejor, si del centro del estado se midieren las varas, que huviere por linea recta á cada uno de ellos, teniendo esta razon en el Archivo del Señor del Estado; y para que no dude el operante el modo de conocer los quatro puntos principales del emisferio, se declaran en la

la Proposicion siguiente.

PROPOSICION LXXIII.

Práctica de tomar el medio dia (Fig. 77).

Hay variedad de instrumentos, y muchos modos de tomar el medio dia, tanto de dia, como de noche; pero el que tengo por mejor, y me valgo de èl quando se me ofrece hacer algun relox de sol, es del modo siguiente.

Sobre la superficie de una tabla, ò baldosa bien lisa, y llana, hagase un circulo VQHP de un palmo, ò menos de diametro; y en el centro V fijese una aguja de coser, ò cosa semejante à ella, que se pondrá perpendicular al plano del circulo, por uno de dos modos; ò tómese un cartabon, y asentando un lado de èl sobre el plano del circulo, fijando su angulo recto en el centro V, se verà por al rededor de la aguja si està igual por todas partes, ajustandose al lado del cartabon, que estuviere levantado ácia el Cielo; y si por diferentes partes se ajustáre la ajuga con el cartabon, estarà el instrumento como se desea. Puede hacerse la misma operacion de otro

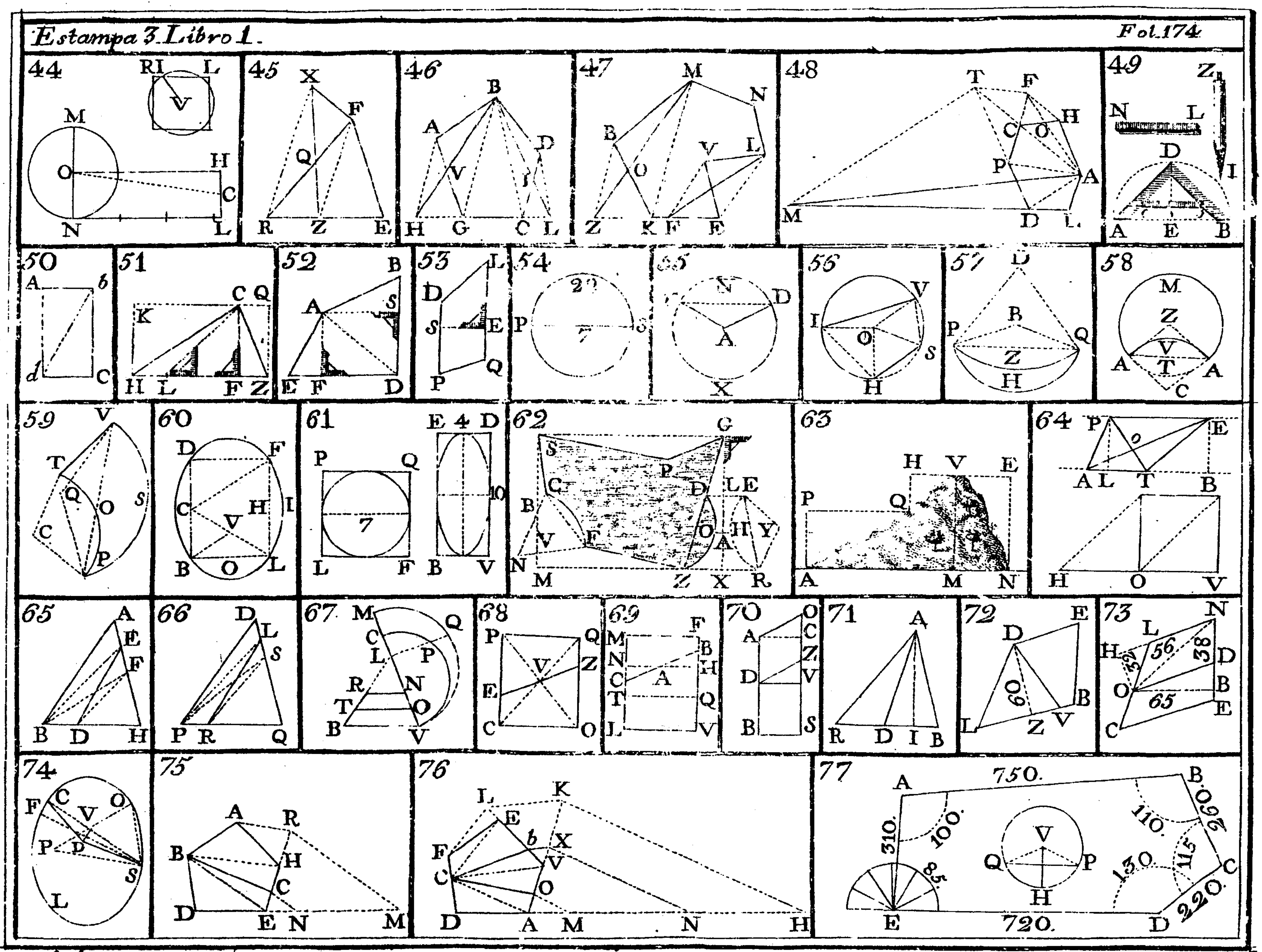
 mo-

modo, sin el cartabon, ni esquadra, ni ser del caso, que la punta de la aguja se clave en el mismo centro, sino cerca de èl en qualquiera parte. Clavada la aguja, se tomará una paja de centeno, ó cosa semejante, y se hará la medida en esta forma: Supongase, que la punta de la aguja, que està levantada, sea el punto V: tómese la medida, que huviere desde qualquiera punto P de la circunferencia, hasta la cabeza V, y sea la paja PV: pasese á otro qualquiera punto Q, y ajustese la paja de Q á V, llevando, ò trayendo la cabeza V hasta que VQ, VP sean iguales, y que suceda lo mismo de otro qualquiera punto H, que estando V levantada sobre el plano, y en igual distancia los tres puntos VP, VQ, VH, estaràn tambien de qualesquiera otros, que se midieren, de la cabeza V á la circunferencia. Dispuesto el instrumento en esta forma, pongase à nivél en el suelo, cuya practica es bien sabida de qualquiera principiante, y no es menester gastar tiempo en explicarla. Observese antes de medio dia, quando llegue la sombra de la cabeza de la aguja V à tocar en la circunferencia del circulo;

y supongamos tocò en Q, señalese con promptitud un punto sutíl en Q (porque la sombra camína ligera), y dexese quieto el instrumento: vuelvase á la tarde antes que la sombra haya llegado á tocar en otra parte de la circunferencia; y observando quando llegue à P, se harà otro punto sutíl en P; y tirando una recta de P à Q, se tienen señalados los dos puntos, que corresponden à Oriente, y Poniente; y tomando el medio del arco QHP en H, se tirarà de H una recta HV, que pase por el centro del circulo, con cuyas operaciones se tienen conocidos los quatro puntos del Emisferio. P, es el Oriente: H, Medio dia: Q, el Poniente; y V, el Septentrion, con los quales yà se vè en la figura, que se le han puesto los mojones, à qué partes del mundo corresponden sus lados, y angulos.

Nota, que quando se toma el Medio dia, la sombra de la mañana, que hace el clavo del centro, viene de fuera del circulo á meterse dentro de él ácia su centro, y la sombra de la tarde sale del circulo, hasta fuera de èl; y si se hace la operacion muy de mañana, no es tan exacta, como si

si se hace dos horas poco mas, ó menos del medio dia, y lo mismo á la tarde. Por la mañana, si es muy temprano, se observa, que la cabeza del clavo forma la sombra desvanecida, y camina con mas velocidad, que cerca de medio dia, lo que no sucede en este tiempo; pues vá la sombra con mas perfeccion, y lentitud, dando lugar á que se obren à gusto todas las operaciones. Si estas se hicieren para hacer reloxes, se requiere mucha exactitud en las operaciones, haciendo en lugar de un circulo tres, ò quatro, por si de alguno se pasáre el tiempo, pueda servir el otro, ó si con todos ellos se quisieren hacer à un tiempo las operaciones; las que si se obran bien, se hallará, que todas las lineas, que de cada circulo se tirasen del punto del Poniente, que es el que corta à la mañana, al del Oriente, que corta à la tarde, seràn paralelas unas à otras; y si no lo fueren, serà por estàr mal hechas las operaciones.



J. M. S.

CAPITULO IX.

DE LA FABRICA, Y USO de la Pantòmetra, ò compàs de proporcion.

EN el arbol de las Ciencias Mathematicas ponen los Autores, y Maestros, que las enseñan en las Reales Academias, en primer lugar la Arithmetica, que la subdividen en varias partes, à distintos efectos.

La Geometrìa acomodan en segundo lugar, dividiendola en tres partes, que son Elementar, Práctica, y Ultraelementar: de la primera, ni tercera, no toca esta obra, solo sì de la segunda, que es la Práctica: á ésta la subdividen en dos partes, que son delineal, è instrumental. Delineal es la que hasta aqui se ha tratado, y en el siguiente Libro hay que tratar, la qual se obra por medio del compàs, y regla simple. Geometrìa Instrumental es la que enseña à usar de instrumentos, que son mas que el compàs, y regla simple, de que se tratará en el Lib. 3, y en este Capitulo,

de la fabrica, y uso de la Pantómetra; cuyas operaciones son de tanto alivio para obrar las prácticas en papel, que sin trabajo se dividen qualesquiera lineas; y todo lo que hasta qui se ha tratado, ò la mayor parte, se obra con toda seguridad, y mucha mas brevedad. Es este instrumento muy conveniente à los Agrimensores, de mucha utilidad à los Arquitectos Civiles, y muy preciso á los Militares. Si se huviesen de explicar todas las operaciones, que con la Pantómetra se pueden obrar, era menester un volumen aparte. Me contentarè con poner en este Capitulo las Proposiciones mas precisas, las quales abren el camino para otras muchas, que se han inventado, y se pueden inventar.

PROPOSICION LXXIV.

De la fabrica de la Pantómetra (Fig.78. y 79.).

(*ESTAMPA IV.*)

Haganse de cobre, ù laton dos reglas, como AF, BD (Fig.78.), cuya longitud puede ser medio pie, uno, ò lo largo, que

que se quisiere, y quanto mas, será mejor: el ancho de cada regla podrà ser de un dedo, ò pulgada, poco mas, ò menos; y el grueso de su canto, como una sexta, ù octava parte de una pulgada. Dispuestas las dos reglas, bien labradas, y perfectas, se uniràn en A, de modo, que puedan abrirse, y cerrarse, como si fuera compàs, con el juego semejante à èl; pero no ha de exceder la superficie del circulo A en mas, ni menos altura à la de las reglas, sino que por ambos lados de la Pantómetra han de estàr las superficies tan llanas, y derechas, como por sus juntas, y cantos. Dispuesta asi, y aseguradas las dos reglas con su exe bien firme en A, de modo, que tenga resistencia para que la Pantómetra no se mueva, sin obligarla por fuerza á abrirse, y cerrarse, y que en la postura que se dexe, quede firme, y existente, se cerrarà de modo, que se unan las dos reglas en la linea AE, que las dos juntas parezcan una sola regla. Dispuesta que sea en esta forma, se delinearàn en ella las lineas, que el Artifice necesitáre para su exercicio; y aunque son muchas las que se pueden colocar en la Pan-

Pantómetra, regularmente no se le ponen mas que seis, que son tres por cada superficie de ella, como son en el un lado la linea Arithmetica; que se le nota con el titulo de partes iguales: à esta se sigue en el mismo lado la linea Geometrica, que se titula con el nombre de los planos; y luego se le pone la linea poligonica, que se nota con el nombre de poligonos. Por la superficie del otro lado de la Pantómetra se ponen otras tres lineas, cuyos nombres son, Cordometrica, Estereometrica, y Metalica: la primera se nombra las cuerdas, la segunda los sólidos, y la tercera los metales. La fabrica de estas lineas, modo de colocarlas en la Pantómetra, y uso de ellas, se declara en las Proposiciones siguientes, con tanta claridad, que qualquiera mediano Profesor las puede comprehender con menos trabajo, que al Padre Tosca, y otros, que sobre estas prácticas han escrito.

PROPOSICION LXXV.

Fabrica de la linea, de las partes iguales, y modo de ponerla en la Pantómetra.

Tirense del centro A (Fig. 78.) las rectas

tas AB (estando las dos reglas bien ajustadas en la oculta AE; y para mas seguridad, se meten las espigas P, unidas en la una regla, y entran ajustadas en unos agujeros, que se abren en la otra regla. Las lineas AB se pueden tirar del centro A à los angulos B, por cada regla la suya, para que no embaracen á las que se han de tirar despues: cortadas estas lineas, en igual distancia del centro A, en los puntos 120, se ha de procurar, que estos puntos, extremos de las lineas, disten igualmente de la linea del medio AE; aunque importa poco, que haya en esto alguna diferencia, mientras ellas sean iguales, y formen qualquiera angulo en A.). Esto entendido, se pegarà con cola en una tabla bien lisa, y llana, y de madera bien sólida, un papel: sobre éste, despues de haverse secado, se tirará una linea recta, lo mas sutíl que sea posible, y se cortará de ella una parte igual à qualquiera de las dos de la Pantómetra AB; y por la regla de la Fig. 18. Estamp.I. se dividirá en mil partes iguales, ó las que se quisiere (En la presente figura està dividida en 120 partes iguales, señaladas por la unidad, hasta las 40; y de estas, hasta las

las 120, continúan de 5 en 5 partes; pero deben ponerse todas conforme hasta las 40.). Hecha esta division en aquella linea de la tabla, se irán pasando las mismas partes por su orden à las dos lineas AB de la Pantómetra, que se iràn notando de 10 en 10, comenzando del centro A, hasta finalizar en B con el numero 120. Con estas lineas se obraràn las prácticas de las Proposiciones siguientes.

PROPOSICION LXXVI.

Dividir qualquiera linea recta en las partes iguales, que se quisiere, y tomar de ella qualquiera numero de partes determinadas (Fig. 80.).

La recta PQ se ha de dividir en 22 partes iguales.

OPERACION.

Busquese en la Pantómetra qualquiera numero, que tenga las partes que se piden; y aunque puede servir el mismo 22, que se encuentra entre las partes iguales, 22, y 22 en ambas lineas, se quisiere valer de qualquiera otro, por causar el mismo efecto: sean, pues, en esta linea de las partes iguales los numeros 110, y 110, que tienen 22 partes, de à 5 cada una: tómese en el compás la linea PQ (Fig. 80.) y ajustese transversalmente á los numeros 110, y 110 de las partes iguales en la Pantómetra (Fig. 78.), y dejandola quieta, tómese en el compàs la distancia transversal de 105 à 105, y con esta se pasará à la linea PQ (Fig. 80.); y desde P, y Q se cortaràn los puntos I por ambos lados; y PI serà una de las 22 partes, y QI serà otra de las mismas, y cada una de ellas será 5 partes de las 110 de la PQ. Para continuar con la division de la PQ, tómese en las mismas lineas de la Pantómetra otra parte, que sea otras 5 partes menos, que la antecedente, y serà entre los puntos 100, y 100: pasese esta distancia de P à E, y de Q à E en la linea PQ (Fig. 80.) y se tendràn hechas quatro partes de la division, que se pide, que seràn en el un extremo de la dada PQ las dos partes PI, IE, y en el otro QI, IE; y continuando en esta forma, se acabarà la particion, tomando cada vez en el compàs cinco partes menos en las lineas de las partes iguales, bajando ácia.

ácia el centro A de la Pantómetra, y estas distancias se cortaràn siempre desde los extremos de la PQ, y asi saldràn las partes iguales, con mas precision, que si despues de cortar una de ellas, se tomase en el compàs, y con esta abertura se fueren señalando, en lo que es facil cometer error; porque una parte pequeña, tomada en el compàs, tiene muchas contingencias, por los muchos puntos, y bornéos, que hace el compàs, quando el un pie de él se levanta para dàr vuelta sobre el otro.

Si de la recta PQ se pidiese, que se tome el onceabo de ella, tómese su largura en el compàs (Fig.80.): elijanse en las lineas de las partes iguales de la Pantómetra los numeros que tuvieren 11 partes justas, y se hallarà, que el 110 las tiene, porque son 11 partes iguales de otras 10 menores cada una: ajustese la linea PQ, tomada en el compàs à los puntos 110, y 110, y bajando á la primera decena, que comienza del centro de la Pantómetra, sin que esta se haya movido, se tomarà en el compàs la distancia de 10 à 10, y esta se cortarà en la PQ (Fig.80.), y serà PE por el un extremo, ò QE por el otro, y qualquiera de

de estas dos partes serà el onceabo, que se pide; y el resto desde E, hasta el otro extremo de la linea dada, serà los 10 onceabos.

Nota, que lo mismo sería haver ajustado la linea PQ de 110 à 110, y tomando de ella la distancia de 105 á 105, cortar desde Q, ò P las 10 partes, cortarian como en la operacion antecedente, y la porcion menor que quedáre de resta en la linea PQ seria el onceabo; y lo mismo es ir descontando de los extremos de las lineas de las partes iguales, que tomarlas por la parte del centro A; advirtiendo, que si las partes, que se huvieren de tomar, cayesen dentro del circulo, que juega el exe del centro de la Pantómetra, no se puede hacer; porque abierta la Pantómetra, queda aquella parte de la una linea dentro del circulo A en distinta direccion, que lo restante de fuera, hasta su extremo; y por eso en partes muy menudas se hace esta operacion por los extremos: como si por exemplo se huviere de dividir la PQ (Fig. 80.) en las 120 partes iguales, que tienen las lineas AB (Fig.78.), se tomaria en el compàs la PQ;

PQ; y ajustada à los puntos 120, y 120 de la Pantómetra, se dexaria ésta quieta, y luego se tomaria la distancia de 119 à 119, y de los extremos PQ se cortarian de cada uno 119 partes, y quedaria cortada en la resta de cada extremo una de ellas; y asi se continuaria tomando la distancia de 118 á 118, desde los mismos extremos, y se cortaria otra parte en cada uno de los opuestos, continuando por este orden hasta concluir la linea; pero siempre asentando en los extremos P, y Q la una pierna del compàs, y con la otra cortar el punto por la otra parte opuesta.

PROPOSICION LXXVII.

Usar de la Pantómetra, como de pitipie universal, para medir qualquiera Plano (Figur.80.).

Sea el rectilineo PG*b*Q la planta de una casa, castillo, &c. que importa medirla, y no tiene pitipie; pero consta, y se sabe, que el lado Q*b* tiene 50 varas: tómese en el compàs el lado conocido *b*Q, y ajustese en las lineas de las partes iguales de la Pantómetra á los puntos 50, y 50

Fig.

(Fig.78.), y dexando quieto el instrumento, se sabrán los demás lados de la figura, en esta forma: Tomese el lado *b*G, y vease à qué numeros se ajusta en las lineas sobredichas, y se hallará, que es de 45 á 45; y asi se sabrà que el lado *b*G es de 45 varas; y haciendo lo mismo con los otros dos lados, se hallarà, que GP se ajusta de 70 à 70, y PQ de 110 à 110: con que asi dirémos, que el lado PQ tiene 110 varas, PG 70 varas, G*b* 45, y el conocido *b*Q 50 varas.

Nota, que si haciendo estas medidas, alguno de los lados no se ajustáre à partes justas, se sabrá el quebrado, que cortáre, en esta forma: Supongase, que el lado PG no se pudo ajustar à los puntos 70, y 70, porque era mayor la linea; pero tampoco podia alcanzar de 71 à 71; solo sí, que puesto un pie del compás en la una linea de las partes iguales en el numero 70, se ajustaba el otro en la otra linea al 71; pues tomese la mitad de la diferencia (que de uno es medio), y añadido à los 70, serán 70 y medio el valor de la linea de aquel lado: Si como llegó de 70 del un lado à 71 del otro, no huviese llegado

N mas

mas que al medio de entre 70, y 71, seria la diferencia medio: luego la mitad de este medio sería un quarto, con que la tal linea de aquel lado sería 70 y un quarto. Entendidos estos quebrados, se pueden comprehender quantos ocurran, tomando siempre la mitad de la diferencia, y aumentarla al numero menor de las dos lineas.

PROPOSICION LXXVIII.

Dada la planta de un recinto, ò sitio de un edificio, formar otra semejante sobre una linea dada (Fig. 80.).

Dada la planta PG*b*Q, se pide otra semejante, y menor que ella, sobre la recta KH, y que ésta sea correspondiente al mayor lado PQ, cuya operacion se obrará en esta forma: Tomese en el compàs la mayor linea, que será PQ de la planta propuesta: vease qué puntos corta en las lineas de las partes iguales de la Pantómetra, tomando la medida desde el centro A, y alcanzará desde A en los puntos $32\frac{1}{2}$, y $32\frac{1}{2}$: tomese ahora en el compás la linea dada KH, y ajustese à los puntos $32\frac{1}{2}$ de las dos lineas de las partes iguales transversalmente, y quedará figurado el angulo de las dichas dos lineas de la Pantómetra en la Fig. 80. como representa XZX. Estando asi firme la Pantómetra, se iràn hallando los lados de la figura de la planta del modo siguiente. Para hallar el lado KV, correspondiente à PG, tomese PG en el compas, y pongase desde Z adonde alcanzáre en las dichas lineas de la Pantómetra, que será en los puntos $21\frac{1}{2}$, y $21\frac{1}{2}$: tomese la distancia transversal entre estos puntos, y ésta será el lado KV: para sentarlo en la linea dada, se llevará tomado en el compas; y en el extremo K se hará centro, y desde éste se hará el arco MV à discrecion: del angulo P, su correspondiente en la planta dada, con la misma abertura de compas, hagase desde P el arco CV, que cortará los lados PQ, PG en los puntos C, V: cortese el arco MV igual al arco VC: y tirando la KV, se tiene el angulo K igual al de la planta dada, su correspondiente P, y el lado KV, correspondiente al PG. Para hallar el lado HD correspondiente à Q*b*, tomese la linea *b*Q, y pongase de

Z adonde alcanzáre, que será à los numeros 15., y 15 de las partes iguales: tomese asi la distancia de 15 à 15 en el compás, y con ésta haganse los arcos ON desde el angulo Q, y MD desde H à discrecion; y cortando MD igual al arco ON de la plánta dada, tirando la recta DH, se ha construido el lado HD sobre la recta dada, correspondiente al Q*b*, y el angulo H igual al angulo Q: tirese sin mas operaciones la recta DV, y queda formada la planta que se pide, semejante à la propuesta PG*b*Q: si se huviere obrado con exactitud, se hallará, que tomando el lado G*b*, que faltaba, y ajustandolo en las lineas de las partes iguales, desde el centro de la Pantómetra, alcanzará de Z à los numeros $13\frac{1}{3}$, y $13\frac{1}{3}$, y la distancia transversal de entre estos numeros será el lado VD, que es preciso venga justo á cerrar la figura. Si huviere mas lados en ella, se repetirán las mismas operaciones.

Si dada la planta menor KHDV se pidiere otra semejante sobre la recta PQ, se invertirá la sobredicha operacion en esta forma: Por ser mayor la recta dada PQ,

PQ, que su correspondiente KH, tomese la PQ, y pasese à las lineas de las partes iguales, y alcanzará desde el centro Z à los numeros $32\frac{1}{2}$: tomese la KH de la planta, y ajustese transversalmente entre $32\frac{1}{2}$, y $32\frac{1}{2}$, y dexese quieta la Pantómetra hasta hallar todos los lados de la figura, que se ha de delinear de este modo: Quierese hallar el lado PG correspondiente à KV, tomese la KV, y vease à qué puntos transversales de la Pantómetra se puede ajustar, sea de $21\frac{1}{2}$ á $21\frac{1}{2}$; pues la distancia de $21\frac{1}{2}$, que es hasta Z, será el lado PG; y obrando lo mismo con los demàs lados, se hallará, que HD se ajusta de 15 à 15, y la linea Z 15 será igual al lado Q*b*: la DV se ajustará de $13\frac{1}{3}$ à $13\frac{1}{3}$, y lo que hay de Z hasta $13\frac{1}{3}$, será el lado igual à G*b*; y colocando estos lados de modo, que sus angulos sean iguales cada uno à su correspondiente, se havrá concluído con la operacion; y asi se obrará con todas las semejantes, siendo mas facil de obrarse con figuras regulares, como triangulos, equilateros, quadrados, ò paralelogramos,

 rec-

rectangulos, o qualesquiera poligonos; y si fueren circulos, se hará la operacion con sus diametros.

PROPOSICION LXXIX.

A dos rectas dadas, hallar una tercera proporcional (Fig.81.).

Pidese, que à las dos rectas *bd* se les busque otra linea tercera proporcional: tomese en el compás la primera *b* (y sean las lineas de las partes iguales las VM, y el centro de la Pantómetra sea V): pongase la *b* del centro V adonde alcanzáre, que será en los puntos M: tomese la segunda *d*, y ajustese transversalmente de M à M; y estando asi firme la Pantómetra, vuelvase à poner la segunda *d* desde V hasta donde alcanzare, que será en los puntos O: tomese la distancia de O à O, y esta será la tercera proporcional, que se busca, de modo, que la proporcion, que tiene de menos la segunda *d* con la primera *b*, tiene reciprocamente la tercera hallada OO con la segunda *d*. Si como se ha buscado la proporcional en diminucion, huviere de ser en aumento, se pondria la primera *d* del centro de la Pantómetra, à los puntos O, y ajustando en estos transversalmente la mayor *b*, se tendria quieta la Pantómetra; y poniendo la misma *b* de V à M, la transversal de M à M seria la tercera, que se pedia mayor, que la misma *b*.

PROPOSICION LXXX.

Dadas tres lineas rectas, hallar una quarta proporcional (Fig.82.).

Esta Proposicion es la regla de tres por via de linea, asi como por Arithmetica se busca un quarto numero, que corresponda à la especie del segundo, como corresponde el tercero con el primero. Sean las tres lineas dadas L, Z, H: buscase la quarta proporcional: Tomese en el compás la primera L: pongase desde R hasta P en la linea de las partes iguales: tomese la segunda Z, y ajustese à los puntos transversales de P à P; y sin mover la Pantómetra, tomese la tercera H, y pongase del centro R hasta donde alcanzáre, que será en los puntos S, S, y la distancia de entre estos puntos será la quar-

quarta proporcional que se busca (consta de la Propos. 2. del lib. 6. de Euclides): es RP à PP, como RS à SS.

Otras muchas operaciones se pueden resolver por las lineas de las partes iguales, como es hallar un numero, que sea medio proporcional entre dos numeros dados, y dividir una recta en las partes semejantes, que lo estuviere otra, yá dividida; pero estas operaciones se obran con menos embarazo, mas brevedad, y seguridad por las prácticas de las Figuras 16, y 19 de la Estampa 1; por lo que se omiten en este uso de la Pantómetra.

PROPOSICION LXXXI.

De la fabrica de la linea de las cuerdas, y de los poligonos, y asiento de ellas en la Pantómetra (Fig. 79.).

Las divisiones de esta linea contienen las cuerdas de los grados, que à cada una corresponden en la circunferencia, que corta de qualquiera semicirculo, y no puede haver cuerda mayor que el diametro del circulo, la qual tampoco puede cortar mas que 180 grados, que es la mitad de 360, en que se divide toda su circunferencia; y valiendonos del semicirculo graduado de la Fig. 22, Estamp. 1, para exemplo de colocar la linea de sus cuerdas en la Pantómetra, se obrará como se sigue.

Vuelvase la Pantómetra por la otra superficie, opuesta à la linea de las partes iguales, que es VGHN, y ajustense los lados interiores VN en la oculta del medio VM: hecho esto, se tiraràn las rectas del centro V à los angulos H, para que haya lugar de acomodar debaxo de éstas las que faltan que poner en la superficie de este lado; y pegando con cola una quartilla, ò medio pliego de papel à una tabla bien labrada, se tirará una linea sobre este papel, que sea igual à qualquiera de las dos VH: sobre esta linea se hará la division con todo cuidado, del mismo modo que se representa en la Fig. 22. (Estamp. 1.); y aunque en las Pantómetras, que llegan à un pie, ò poco menos, se les ponen las cuerdas de todos los grados del semicirculo, en las que son menores, como la de la figura presente, les basta con las cuerdas, que llegan hasta

ta 60 grados; pues siendo la cuerda de 60 grados igual al semidiametro del circulo, como tambien à una sexta parte de su circunferencia, se pueden hacer con éstas todas las operaciones, como si fuere con el diametro, que es cuerda de 180 grados.

Dése por supuesto, que la VH de esta Fig.79. sea igual à la cuerda del arco de 60 grados de la Fig.22, que es la distancia, que hay en aquella figura por linea recta, desde el extremo H, hasta el numero 60: tomese en el compás la distancia H60 (Fig.22.), y pongase en las VH de esta Fig.79, y alcanzarà en cada una de estas lineas, desde V, hasta los numeros 60, en las lineas de ambas reglas: tomese otra vez en el compás la distancia H59 (Fig.22),y pongase desde V en las VH (Fig.79.), y cortará los puntos immediatos à los 60, baxando ácia el centro V, y por este orden se irán tomando en la Fig.22 todas las cuerdas hasta la ultima, que será la proxima de un grado en el extremo H, pasandolas todas à las VH (Fig.79.), y hecha toda la division hasta el centro V, se comenzará à numerar de 10 en

en 10 grados, comenzando de dicho centro por ambos lados, como parece por los numeros 10, 20, 30, 40, 50, y 60, y con esta division se harán las operaciones mas seguras, que si sobre las mismas lineas VH se huvieren metido 180 grados, con cuya espesura de partes sería una confusion.

Las lineas de los poligonos son mas faciles de colocar: su division se obrará en esta forma: Tirense del centro A (Figur.78.) las rectas A4: tomese en el compás qualquiera abertura, que sea algo mas que la mitad de una de las lineas A4, y sea en estas mismas los puntos 6, y 6 distantes igualmente del centro A. Con la distancia A6, como radio, tomada en el compás, se hará un circulo perfecto, y en su circunferencia se dividirán todos los poligonos, que se huvieren de poner en la Pantómetra, y sean desde el quadrado hasta el de doce lados, que se puede hacer por las reglas de la Fig.30. Estampa 2. ò mecanicamente; pero sea con toda exactitud; y tomando las cuerdas del poligono, se pasarán à las lineas de la Fig.78. en esta forma: La cuerda del poligono de 12 la-

lados, se pondrá desde el centro A, hasta el numero 12, que está én la oculta AE, señalandò un punto en cada linea de las dos A4: lo mismo se harà pasando la cuerda del poligono de 11, de 10, de 9, de 8, de 7 (el de 6 yà está de antes), el de 5, y el de 4; y si huviere lugar, el de 3, y queda hecha la division de esta linea: las operaciones de ésta, y la de las cuerdas, se expresan en las Proposiciones siguientes.

PROPOSICION LXXXII.

Cortar de qualquiera circulo un arco de los grados, que se quisiere, y hallar el valor de los grados, que vale qualquiera angülo dado (Fig. 83.).

Pidese, que de un circulo, cuya parte es el sector FPS, se corten en su circunferencia 70 grados: tomese en el compás su radio FS, y ajustese tranversalmente en las lineas de las cuerdas de la Pantómetra (Fig. 79.) à los numeros 60, y 60 (que es la cuerda de 60 grados, valor del radio); y dexando quieta la Pantómetra, busquese transversalmente en las lineas de las cuerdas los numeros 70; y porque en esta Pantómetra no los hay, se obrará como se sigue: Tirese aparte una recta à discrecion, como SP: tomese el radio del circulo, que es cuerda de 60 grados del mismo, y pongase de S à C: tomese en la Pantómetra la cuerda de 10 grados, que será transversalmente la distancia entre los numeros 10 y 10: pongase esta distancia en la misma SP de C à P, y la linea SP es la cuerda de 70 grados: tomese esta cuerda en el compás; y asentando un pie de él sobre qualquiera punto S de la circunferencia, alcanzará el otro en ella misma en el punto P, y el arco PS será de los 70 grados, que se piden.

Si se pidiere los grados, que vale qualquiera angulo, como por caso el angulo PFS, abrase el compás en qualquiera distancia, sea FP; y desde el angulo F, como centro, hagase con ella el arco PS, que corta los lados FS, FP en los puntos P, S, y tirese la cuerda PS: hecho esto, ajustese la abertura del compás con que se describió el arco PS à la linea de las cuerdas en la Pantómetra, à los numeros 60, y 60 transversalmente; y dexandola fir-

firme, se tomará la cuerda PS en el compás; y ajustandola en los puntos transversales, que se pudiere, en las lineas de las cuerdas, se sabrá los grados, que vale el angulo; y porque en este instrumento no hay cuerda tan larga como la PS, se tomarà qualquiera otra de las de la Pantómetra: tomese, pues, la mayor que se encuentra, que es la de 60 grados; y tomando en el compás la distancia transversal entre 60, y 60, pasese ésta à la cuerda PS, y se pondrà de S à C: tomese en el compás la distancia que falta CP, y vease à qué puntos de las lineas de las cuerdas se ajusta en la Pantómetra, que será de 10 à 10: con que añadiendo 10 de CP à 60 de SC, la suma 70 seràn los grados, que vale el angulo PFS: y por esta práctica, y la antecedente se obrará en todos los casos semejantes.

PROPOSICION LXXXIII.

Conocer los grados, que vale un arco, dado; y dados los grados, que vale un arco, hallarle el radio (Fig. 83.).

Pidese los grados, que vale el arco PS,

PS, suponiendo, que no hay mas lineas, que la curba PS: hallese el centro F, y tirese qualquiera radio FP (Prop. 6. Fig. 9. Estampa 1.): tomese FP en el compas, y ajustese en las lineas de las cuerdas à los numeros 60, y 60: tirese la cuerda PS, y el mismo radio pongase de S à C: tomese la porcion que falta CP de la misma cuerda, y vease à qué numeros se ajusta en las de la Pantómetra, que serà de 10 à 10: juntense las 10 de CP con las 60 de SC, y la suma 70 seràn los grados, que vale el propuesto arco PS; y asi se obrarà con los demás.

Dado el arco PS, y su valor 70 grados, se pide el radio.

OPERACION.

Tomese en el compás la cuerda PS, y ajustese en la Pantómetra en las lineas de las cuerdas entre los puntos 70, y 70; y dejando quieta la Pantómetra, tomese en el compás la distancia transversal entre los puntos 60, y 60, y haciendo centros en los extremos PS, con la distancia que se ha tomado en el compás, se haràn los arcos, que se cruzan en F; y el pun-

punto F será el centro del circulo, cuya parte es el arco PS; y qualquiera linea, que de él se tire hasta la circunferencia, como FP, será el radio que se pide; y porque en esta Pantómetra no hay cuerda, que llega à los 70 grados, se tomará en el compás la de 60; y con esta distancia se cortará del arco PS la parte SL: de estos puntos S, L, como centros, con la misma cuerda de 60 grados, haganse los arcos, que se cruzan en F, y este será el centro del arco; y tirando de èl à la circunferencia, qualquiera recta FS, ò FP será el radio que se pide.

Nota, que por esta linea de las cuerdas se puede inscribir qualquiera poligono regular dentro del circulo; como si se pidiere el pentagono, se partirán los 360 grados, que vale la circunferencia, à 5, que son los lados, que ha de tener este poligono, y vendrán à la particion 72 grados; y tomando en las lineas de las cuerdas la de 72 grados, con ésta se dividirá la circunferencia de todo el circulo en 5 partes iguales; y tirando rectas de unos puntos à otros de la division, se perfeccionará el pentagono; y por esta misma regla se formará qualquiera otro, partiendo los 360 grados del circulo à los lados, que huviere de tener el poligono, y en algunos vendrán quebrados, los que se evitan para estas prácticas por las operaciones de las lineas de los poligonos.

PROPOSICION LXXXIV.

Inscribir dentro del circulo qualquiera poligono regular, ò hacerlo sobre una linea dada, y hallar el centro, y radio de qualquiera poligono por las lineas de los poligonos (Fig. 84.).

Pidese, que en el circulo de la figura 84 se forme un pentagono. Hallese el centro V (por la Prop. 6.), y tomese la distancia de V hasta qualquiera punto A de la circunferencia: con esta distancia, tomada en el compás, vayase à la Pantómetra (Fig. 78.), y se ajustará à los puntos 6, y 6 transversalmente en las lineas de los poligonos (abriendo la Pantómetra lo que fuere necesario, y dexandola quieta): tomese en el compás la distancia transversal entre los puntos 5, y 5 de las mismas lineas: con esta distancia se

fixará el compás en qualquiera punto R del circulo dado; y dando la buelta por la circunferencia, se cortarán los otros puntos DACL; y tirando rectas de unos à otros, quedará formado el propuesto pentagono, como parece en la figura.

Si se pidiere, que el poligono de 5 lados se describa sobre una linea propuesta LR, tomese esta linea en el compás: ajustese entre los numeros 5 y 5 de las lineas de los poligonos (Fig.78.); y dexando quieta la Pantómetra, tomese la distancia entre los numeros 6, y 6; y con ésta, tomada en el compás, desde los extremos de la recta dada LR (Fig.84.), como centros, se harán los arcos, que cortan el punto V, y éste será el centro, desde el qual, con la distancia VL, ò VR, se hará el circulo, en cuya circunferencia se acomodará 5 veces la linea dada LR; y qualquiera recta, que salga de V hasta qualquiera angulo L, será el radio del circulo.

Por la misma orden se formará qualquiera otro de los poligonos, que señala la Pantómetra, hasta el de 12 lados; como si la LR huviere de ser uno de ellos, se

se tomaria esta linea en el compás; y ajustandola en la Pantómetra en la linea de los poligonos de 12 à 12; y dexando quieto el instrumento, tomar la distancia de 6 à 6: con ésta se hallaria el centro del circulo, que la LR fuere uno de sus 12 lados, obrando del mismo modo, que se ha hecho para hallar el centro V del pentagono; y asi se obrará con los demás.

Nota: que la práctica antecedente fué formar un pentagono dentro del circulo, para cuya operacion se ajustó el radio à los numeros 6, y 6 de la linea de los poligonos; y dexando la Pantómetra quieta en aquella disposicion, se tomò la distancia de entre los numeros 5, y 5 para el pentagono: si se tomáre el 7, el 8, ò qualquiera otro hasta los 12, sin que se mueva el instrumento de otros tantos lados, se hará el poligono sobre el circulo.

PROPOSICION LXXXV.

De la division de las lineas Geometricas, ò lineas de los planos, y su asiento en la Pantómetra (Fig.85.).

 La

La linea Geometrica, ò de los planos sirve para aumentar, ò disminuir en qualquiera proporcion las figuras planas. Algunos la llaman linea planometrica, otros quadratica; pero en buen Castellano se llama linea de los planos: el modo de dividirla, y asentarla en la Pantómetra es el siguiente.

Cerrada la Pantómetra en la oculta del medio AE (Fig. 78.), se tirarán del centro A las rectas AC por ambas reglas de la Pantómetra: desde el centro A, con qualquiera abertura de compás que sea, como el tercio, ò mitad de las AC, como, por exemplo, AL, hagase desde A un arco LL, que cortará las AC en los puntos L: hagase (Fig. 85.) VB igual à AL de la Fig. 78. y dividase la VB en 4 partes iguales, que se notan en ella con los numeros 1, 2, 3, 4 (Fig. 85.): sobre la parte extrema V1 hagase el quadrado 1HMV: tirese la diagonal M1; y tomandola en el compás, pasese à la VL de V à D; y la diagonal MD pasese tambien de V à E; y si la operacion estuviere bien hecha, la diagonal ME vendrá justa de V à 2; y por este orden se irán pa-

pasando todas las diagonales, que vayan resultando à la VB, poniendolas siempre desde V; y si fuere menester, se alargará la VB todo lo que se quisiere; y haviendo obrado las operaciones con proligidad, se hallarà, que la ME se ajusta de V à 2; y el quadrado hecho sobre 2V, será igual à quatro quadrados de 1V, como se puede probar, tirando por el punto 2 una paralela à 1H, que sea igual á la 2V; y haciendo la VM tambien igual à 2V, se tiraria otra por sus extremos paralela à 2V, y se formaria un quadrado como quatro de 1HMV. Del mismo modo sucederá con la diagonal MF, que se ajustará de V à 3; y el quadrado hecho sobre la recta 3V, será como 9 veces 1V: tambien la MB se ajustará de V à 4; y el quadrado hecho sobre 4V, serà como 16 quadrados de 1V, como se probará, multiplicando cada linea en sí. De esta práctica resulta el modo de ir aumentando qualesquiera planos; como se puede inferir de la misma operacion, que siendo la diagonal M1 lado de un quadrado doblado de VM, cuya diagonal es igual à VD, la ME será como tres quadrados: la

la M2 como quatro; y continuando asi, se ván aumentando de quadrado en quadrado quantos se quisieren poner en la recta VB, haciendola mas larga. Hecha esta division, se irán pasando los mismos puntos à las lineas de la Pantómetra AC (Fig.78.), poniendolos por su orden en esta forma.

Tomese la 1V, y pongase en las lineas de la Pantómetra AC desde A, y cortarán el arco II: tomese la VD, y cortará un punto mas adelante del arco I en cada linea AC: pasese VE, y cortará en las mismas lineas dos puntos adelante de I; la V2 cortará tres puntos; y tomando desde V la distancia que hay hasta el punto primero adelante del 2, se pondrá desde A, y alcanzará en el numero 5; y haciendo aquel arco desde el centro A, será su cuerda como 5 quadrados de la cuerda II; y asi se irán pasando los demás puntos desde el centro A hasta concluir en C: que hecho el arco CC desde el centro A, será el quadrado hecho sobre la cuerda CC, como 60 quadrados hechos sobre la cuerda II.

Nota. En estas lineas se hallan señala-

lados hasta L 16 quadrados en progresion Arithmetica, que se ván excediendo de uno en uno, como 1, 2, 3, 4, &c. hasta L, que son 16; y desde el 15, antes de L, se exceden de 5 en 5, hasta llegar à C, que son 60; pero todos deben asentarse de uno en uno, como están desde A hasta L.

PROPOSICION LXXXVI

Aumentar, ò disminuir qualquiera figura plana en qualquiera proporcion dada por las lineas de los planos (Fig.86.).

Pidese, que se haga un triangulo semejante à BAC, que sea su mitad. Midase qualquiera de sus lados, que huviere de servir de vasa; y porque en este exemplo es triangulo equilatero, no tiene mas medir un lado que otro, pues son iguales: tenga por caso 60 pies: tomese en el compás qualquiera lado BC, y ajustese en las lineas de los planos à los puntos 60, y 60; y porque se pide otro de la mitad (estando firme la Pantómetra), tomese la distancia entre 30, y 30, que es la mitad de 60; y cortando la BE igual

à los 30, se tirará de E la ED, haciendo el angulo E igual al angulo C; y si la figura se formáre aparte, se hará lo mismo en el extremo B, tirando de éste la BD, formando el angulo B igual al mismo B, y las dos lineas de los extremos se juntarán siempre en D.

Si se pidiere, que dado el triangulo BDE de 30 pies por lado, se haga otro semejante, que sea doblado, tomese en el compás su lado BE, y ajustese à los puntos 30, y 30; y dexándo quieta la Pantómetra, tomese la distancia de 60 à 60 en las mismas lineas de los planos; y haciendo la BC de 60 pies, se tirarán las BA, CA, haciendo iguales los angulos C, y B á sus correspondientes B, y E, y se havrà concluido la operacion.

De esta práctica se infiere poder hacer qualquiera otra figura semejante; como si dado el triangulo mayor ABC, se pidiere otro, que fuere su sexta parte, se tomaria la BC en el compás; y ajustada en las lineas de los planos à los numeros 60, y 60 (que tiene su lado), dexando quieta la Pantómetra, se tomará la distancia de 10 à 10, que es sexta parte de 60, cuya linea seria BG, sobre la qual se construirá el triangulo BGF, semejante al BCA; y si dado el BGF, se pidiere otro triplo à èl, se ajustarà su lado 10 á los puntos 10, y 10 de las lineas de los planos; y estando asi la Pantómetra, se podrà hacer el triplo, tomando el numero de 30 à 30; y sobre éste se formará el triangulo BED, que será como tres veces BGF; ò si se toma el numero de 60 à 60, sobre éste se formará el triangulo BCA, que será como seis; y por estas reglas se puede inferir de hacerse lo mismo con qualesquiera planos, en los que, si fueren de muchos lados, se repetirán las operaciones por cada lado de la figura, si la dada fuere irregular, haciendo los angulos iguales cada uno à su correspondiente; y si fueren circulos, se obrará lo mismo con sus diametros. La demonstracion de todo esto se expresa en la figura siguiente.

PROPOSICION LXXXVII.

Hallar la razon que tienen entre si qualesquiera figuras samejantes (Fig. 87.).

Sean tres rectangulos, quadrados, ò paralelogramos PBN, ABV, DBL: pide-

dese, qué partes son unos de otros.

OPERACION.

Tomese con el compás el lado PB, y ajustese transversalmente à las lineas de los planos (Fig. 78.) entre qualesquiera puntos iguales, sea de 60 à 60: dexese quieta la Pantómetra, y tomese el lado AB (Fig. 87), y vease à qué puntos se acomoda en las mismas lineas de la Pantómetra, sea de 45 à 45: vease qué parte es 45 de 60, y se halla, que son tres partes de las quatro en que se divide el numero 60, que son 15 partes cada una de las quatro; de que resulta, que el rectilineo ABV es tres quartos de todo el PBN, y el trapecio PANV es un quarto de la figura.

Para saber què proporcion tiene el otro rectilineo DBL, tomese DB en el compás, y vease à què puntos se ajusta en la Pantómetra (sin que ésta se haya movido de como se dexó), y se halla, que es entre los numeros 15, y 15 de las mismas lineas de los planos; con que siendo 15 la quarta parte de PB, que es 60, será el rectilineo BDL, quarta parte de

de todo el PBN; de que se infiere, que DBL, y PANV son de igual superficie, y los dos juntos son iguales al trapecio ADVL, que queda en el centro.

Para probar, que DBL es quarta parte de PBN, perfeccionese el quadrado DBML, y se halla, que sobre la diagonal DL se han formado tres rectilineos DPM, DML, y LMN, todos tres iguales à BDL, con que está probado, que el BDL es quarta parte. Si estos fueren circulos, se obrará lo mismo con sus diametros.

PROPOSICION LXXXVIII.

Dadas muchas figuras semejantes, y desiguales, hacer otra semejante, cuya superficie sea igual à la de todas juntas; y dadas dos figuras semejantes, y desiguales, hacer otra semejante, que sea igual à la diferencia de las dos (Fig. 87.).

1 Pidese, que de los dos rectilineos semejantes, cuyos lados son del menor la recta DB, y del mayor la AB, se haga otro semejante á ellos, que sea su area igual à la de los dos juntos.

OPE-

OPERACION.

Tomese en el compàs la linea de qualquiera de los dos rectilineos: sea DB del menor: ajustese à qualesquiera puntos transversales de las lineas de los planos en la Pantómetra (Fig.78.): sea de 15 à 15: dexese quieto el instrumento, y tomese en el compás la linea AB, y vease à qué otros puntos transversales se ajusta en las mismas lineas de los planos, y sea de 45 à 45: sumense éstos con los 15, y serán 60: tomese en el compás la distancia de 60 à 60 en dichas lineas, cuya longitud serà PB (Fig.87.), y el rectilineo PBN serà igual à los dos juntos ABV, DBL, cuya prueba se puede hacer midiendo las tres figuras por las lineas de las partes iguales.

2 Si se pidiere, que dados dos rectilineos semejantes, y desiguales, se haga otro semejante, que sea igual à la diferencia de los dos, se obrará como se sigue.

Sea el mayor PNB, y el menor DLB: tomese en el compás de qualquiera de ellos uno de sus lados: sea del mayor PB: ajustese transversalmente à qualesquiera puntos de las lineas de los planos, como de 60 à 60; y sin moverse la Pantómetra, tomese el lado DB del rectilineo menor, que es el correspondiente al lado del mayor, y vease à qué otros puntos transversales se ajusta en las mismas lineas de los planos, sea de 15 à 15: restense estos 15 de los 60, y quedan 45: cortese la recta AB de 45 pies (ò las partes que fueren las demás medidas); y haciendo el rectilineo ABV semejante à los dados PBN, DBL, será el que se pide, cuya superficie será igual à la diferencia, que lleva PBN mayor, à DBL menor.

La prueba de esto consta de la Proposicion antecedente; porque el triangulo DBL es igual al trapecio PAVN: luego quitando el dicho triangulo, y en lugar de él formar el trapecio, será el triangulo ABV la diferencia de las dos figuras planas, que se propusieron.

Si los rectilineos fueren de muchos lados, y angulos desiguales, se repetirá la misma operacion con cada uno de sus lados correspondientes; y hallados éstos, se formará el rectilineo, haciendo tambien sus angulos iguales, segun correspon-

pondiere à los semejantes de la figura dada.

Si las figuras fueren circulos, se harà la operacion con sus diametros, como aqui se ha obrado con los lados.

PROPOSICION LXXXIX.

De las lineas de los sólidos, y modo de colocarlas en la Pantómetra.

Para dividir las lineas estereometricas, ò de los sólidos, han formado los inventores de este instrumento varias tablas de cubos, y sus raíces, y por ellas se hace la division de las lineas de los planos; y porque raro, ò ninguno de los que han de seguir la práctica de esta Obra, creo se meterá en el trabajo de hacer estas lineas, omito el poner las tablas, que para este fin se hallan trabajadas; pero por si alguno tuviere el gusto de entretenerse en esta diversion, lo podrá hacer sin valerse de tabla ninguna, obrando del modo siguiente.

Dispuesta la Pantómetra (Fig.79.), tirense del centro V, por cada regla de las dos, que componen la Pantómetra, las rec-

rectas VS; y porque estas lineas son para las medidas de sólidos, ò cubos, tome à su arbitrio las raices cubicas, como son la raiz cubica de uno, es el mismo 1; porque multiplicado por tres dimensiones, uno de ancho, otro de largo, y otro de alto, ò profundo, nunca será mas que uno su producto: el cubo de 2 yá llega à 8; porque multiplicando dos de ancho por dos de largo, son 4; y éstos, por otros dos de alto, ò profundo, hacen 8, cuya raíz fué el 2. El 3 llega à 27, multiplicandolo, como se ha hecho con el 2; y siendo 27 el cubo, su raíz de donde procede es el 3: el 4 compone un cubo de 64; porque 4 veces 4 son 16, y 4 veces 16 son 64: con que la raíz de 64 es 4. Por este orden se ván haciendo cubos con el 5, el 6, el 7, &c. Esto entendido, elijanse los cubos, que se quisieren poner en la Pantómetra, y en otras tantas partes iguales se han de dividir las lineas VS. Sea, pues, en quatro partes iguales: la primera será de V à 1 en ambas lineas, que es la raiz del primer cubo 1: la segunda raíz, que es 2, cortará 8 puntos desde los 1, 1, que serán tres puntos mas adelante de los nume-

meros 5, 5, y la tercera raíz cortará en 27, que se halla tres puntos antes de llegar à los numeros 30; y la quarta raíz cortará en 64, que será en S, S, à quatro puntos mas adelante de los numeros 60, y 60. Señalados estos quatro cubos en las dos lineas VS (que son los de las quatro raíces, que se tomaron, cuyas notas son 1, 8, 27, y 64) se irán colocando quantas raices se quisiere, obrando como se sigue.

Tirense aparte dos lineas rectas iguales, la una à V1, y la otra à V8, que es la segunda division, que se cortó de los numeros 1, 1; y para mejor entenderlo, hagase una recta igual à V1, y otra que sea doblada que ella: entre estas dos hallense otras dos medias proporcionales á ellas, que se hará por la regla dada en la Proposicion 17, y por este medio se irán sacando otras muchas, tomando siempre las dos immediatas, y todas se irán pasando à la Pantómetra, asentandolas desde el centro V, hasta donde alcanzaren: hecha esta primera operacion, están comprehendidas todas, y no hay que observar otra cosa, que coger siempre las dos li-

lineas mas juntas, que se hallen divididas, y entre ellas sacar sus otras dos medias proporcionales; y estas caerán siempre dentro del espacio, que tenian aquellas, y asi se continuará hasta llenar de cubos las VS; y nunca puede llegar el caso de baxar de los numeros 1 ácia V, ni salir de los 64 de S, por quanto no hay fuera de estos lineas conocidas, que se les puedan sacar medias proporcionales: esta es la práctica mas segura de quantas se hayan podido inventar. Y haviendo entendido estas lineas, se obrarán con ellas las operaciones de las Proposiciones, que se siguen.

PROPOSICION XC.

Hallar dos lineas, que sean medias proporcionales entre otras dos lineas dadas, por las de los solidos de la Pantómetra (Fig. 88.).

Pidese, que entre las dos lineas D, y A se hallen dos medias proporcionales entre ellas (que sean B, y C): tenga la A 108 pies (por caso, y la D 32); porque en esta Pantómetra no hay numero que alcance à 108, se tomará su mitad AL, que es 54: ajustese en la Pantómetra de 54

 à

à 54; y dexando quieto el instrumento, tómese en las mismas lineas de èl la distancia de 16 á 16 (mitad de 32 de la D), y esta distancia serà la mayor media proporcional BL: tómese en el compás esta BL, y ajustese á los mismos 54, y 54, y tomando segunda vez la distancia de 16 à 16, ésta será la media proporcional CL (que es la menor); y porque la operacion se ha hecho con la mitad de la A, se tendràn que alargar hasta que sean dobles las BL, y CL, que será en los numeros 72, y 48. Si todas las quatro lineas se dividen por medio en L, y la LA se ajusta en las lineas de las partes iguales entre los numeros 54, y 54, se hallarà, que BL se ajusta de 36 á 36, y CL de 24 á 24, y DL de 16 à 16, que dobladas son A 108, B 72, C 48, y D 32, y todas se exceden en una continua proporcion geometrica. Por esta regla se puede hacer la division de las medias proporcionales de la Proposicion antecedente, valiendose de otra Pantómetra.

Algunos, ò los mas, que han escrito de este instrumento, expresan el modo de sacar la raiz cubica por estas lineas: yo lo

lo omito, porque es muy trabajoso, y poco seguro, y se obra mejor por la practica, que se puso al fin de la Proposicion 17 de la Fig. 21. Estamp. 1.

PROPOSICION XCI.

Aumentar, ó disminuir qualquiera sólido en una proporcion dada por las lineas de los sólidos (Fig. 89.).

Supongase hecho el globo A*b*: pidese otro que sea doblado: elijanse en las lineas de la Pantómetra qualesquiera dos numeros, que el mayor sea doblado del menor, como por exemplo 20, y 10: tómese en el compás el diametro del globo A*b*, y ajustese en las lineas de los sólidos de 10 à 10; y dejando quieta la Pantómetra, tómese en las mismas lineas la distancia de 20 à 20: con ésta hagase la C*d*, sobre la que se hará el globo *d*C, cuya solidéz será doblada del que está hecho sobre A*b*. Del mismo modo se harìa otro globo, que fuese la mitad del dado; pues ajustando el diametro C*d* à los numeros 20, y 20, y tomando la distancia de 10 à 10, serìa esta el diametro A*b*, cuyo sólido serìa la mitad

tad

tad de C*d*. Si como se ha hecho duplo, se pidiere triplo, se tomaría en la Pantómetra la distancia entre 30, y 30, que es triplo de 10, y sobre aquel diametro de 30 à 30 se haria el globo, como tres veces el dado; y para hacerlo del tercio, se obraria al contrario; y asi se podràn hacer los globos en qualquiera otra proporcion dada; y si fueren otros sólidos, se obrarà con sus lados lo que en los circulos con sus diametros; y si los lados del sólido fueren desiguales, se repetirà la operacion con cada lado al de su correspondiente.

PROPOSICION XCII.

Dados diferentes sólidos semejantes, hacer otro que sea igual à todos juntos (Fig. 89).

Dados dos globos A*b*, C*d*, se pide otro que sea tanto como los dos juntos: sea el diametro A*b* 10, y C*d* 20: tómese en el compás qualquiera de los dos diametros: sea A*b*, que tiene 10: ajustese en las lineas de los sólidos de 10 á 10, y dejando quieta la Pantómetra, tómese la distancia entre 30, y 30, que es la suma de los diametros de los dos sólidos dados; y el globo EF, hecho sobre el diametro EF de 30, serà igual à los otros A*b*, y C*d*: si fueren otros sólidos semejantes, que no fueren circulos, se obra con sus lados, lo que aqui con los diametros; y si fueren muchos mas los sólidos, se obrará lo mismo con la suma de todos sus lados.

Nota, que si los diametros de los circulos, ò lados de los sólidos, no se pudieren tomar, por no hallarse numero tan grande en la Pantómetra, se harà la operacion con la mitad de sus lados, ò diametros, ò con el tercio, ò quarto de ellos, doblando despues las lineas, como se ha hecho en la Fig. 88.

De la prática de esta Proposicion se colige poder restar un sólido de otro, como si se pidiese, que del globo EF se reste el globo A*b*: tómese en compàs el diametro de qualquiera de ellos; sea EF: veaseà qué puntos se acomoda en la Pantómetra; sea de 30 à 30, ò su mitad, que es el radio, de 15 à 15; y permaneciendo asi la Pantómetra, tómese el otro diametro A*b*, y vease à qué puntos se ajusta: sea de 10 à 10, ò su radio de 5 á 5: restese 5 de

de 15, y quedan 10, radio del globo *Cd*, que es igual à la diferencia de los dos propuestos.

PROPOSICION XCIII.

De la linea metalica, ò linea de los metales, y su asiento en la Pantómetra.

Para asentar esta linea en la Pantómetra, se ha de tener experiencia del peso de todos los metales, que se han de colocar en ella, haciendo un globo perfecto, ò caja quadrada, que el uno, ó la otra, servirán de molde, para que dentro de este mismo se forme un sólido de cada metal; de modo, que todos sean de un mismo diametro (si fuere globo), ò de iguales lados (siendo quadrado), y que todos queden bien perfectos; ò bien tomando un numero igual de peso, hacer de cada metal una figura sólida, pero que todas sean semejantes, y por qualquiera de los dos modos se verà la diferencia de los metales, y la proporcion, que tienen los unos con los otros, ò por las partes del peso, ò por las partes de los diametros, ò lados. El Padre Merseno, y otros tienen hechas es-

estas experiencias, y con ellas dispusieron las tablas siguientes.

TABLA PRIMERA.

DE LA PROPORCION DE LOS METALES, hechos de iguales diametros, lo que se exceden en el peso unos à otros en partes iguales.

Oro...	100	Laton........	45
Azogue.	71 y med.	Hierro........	42
Plomo..	60 y med.	Estaño comun.	39
Plata...	54 y med.	Piedra comun..	14
Cobre.	47 y un terc.	Polvora comun.	$5\frac{1}{4}$

TABLA SEGUNDA.

DE LOS METALES FORMADOS de igual peso, què partes iguales se exceden unos diametros à otros.

Oro.........	500	Laton........	652
Azogue......	559	Hierro.......	668
Plomo.......	592	Estaño comun.	684
Plata.........	615	Piedra comun.	963
Cobre.......	643		

Por

Por qualquiera de estas dos tablas se puede hacer la division de las lineas metalicas, ò bien por la tabla primera, valiendose de las lineas de los sólidos, que yà se suponen asentadas en la Pantómetra; ò por la tabla segunda, valiendose de las lineas de las partes iguales.

Modo 1. Por la tabla primera, y linea de los sólidos, tirense del centro de la Pantómetra (Fig. 79.) las rectas V*b*Z (por cada regla la suya): cortese en ellas desde el centro V la parte que pareciere, como V*b*: notese en estos puntos *bb* el señal del oro, que se pinta con el sol. Hecho esto, se señalaràn los demàs diametros de los metales, tomando las partes iguales de peso, en esta forma: Porque en la tabla primera el peso del oro al del azogue es como 100 à 71 y medio, tómese en el compás el diametro, que ahora hemos señalado para el oro; pero ha de ser desde V hasta *b*. Con esta distancia, que hay desde el centro V de la Pantómetra, hasta los puntos *b*, diametro señalado para un globo de oro, que es 100 partes (segun la tabla primera), se pasarà á la linea de los sólidos, ajustandola transversalmente à los numeros 71 y medio, y 71 y med. y dexando quieto el instrumento, tómese en las mismas lineas de los sólidos transversalmente la distancia de 100 à 100: pasese esta distancia á las lineas metalicas; y desde el centro V se harán los puntos del azogue (estos no se ponen en esta Pantómetra, por ser materia, que rara, ó ninguna vez puede ofrecerse; y si se ofreciere, se puede obrar, teniendo presentes las tablas, como tambien los demás metales, que se expresa en ellas; advirtiendo, que si en las lineas de los sólidos no se hallaren las 100 partes, como sucede en esta Pantómetra, se obrarà lo mismo con la mitad, que es 50; y tirando una linea aparte, en esta se pondrà dos veces la abertura del compàs; y tomando en él toda la linea doblada, se pasarà ésta desde el centro V á cortar los puntos, que se buscan en las VZ, y del mismo modo se obrarà con la mitad de los numeros, cuyos diametros se buscan.).

Para poner el diametro del plomo, se obrarà del mismo modo, valiendonos de las mitades de las lineas, por no haver numeros 100 en esta Pantómetra; y porque

que en la sobredicha tabla el diametro del oro es 100, y el del plomo 60 y medio; tómese la mitad de V*b*, distancia del centro V, hasta el diametro del oro, que son los puntos *b*, cuyo diametro es 100: tomada su mitad, son 50: ajustese esta en las lineas de los sólidos de $30\frac{1}{4}$ à $30\frac{1}{4}$, que es la mitad de los $60\frac{1}{2}$ que tiene el diametro del plomo; y sin que se haya movido la Pantómetra, tómese en las mismas lineas de los sólidos la distancia entre 50, y 50 (mitad del oro): tirese aparte una recta, y pongase en ella dos veces la distancia 50; y tomando en el compás toda esta linea de 100, cortese en las lineas metalicas (Fig.79), desde el centro V, los puntos donde alcanzáre entre *b*, y Z, que será el diametro del plomo, immediato al del oro, el que se nota con los caractéres de Saturno.

Por esta misma orden se obrará con todos los demàs metales, tomando siempre la distancia V*b* del oro; y esta se ajustarà à los numeros, que señaláre la tabla para cada metal en las lineas de los sólidos; y tomando de estas mismas lineas el numero 100 del oro, se irà pasando à las li-

lineas metalicas, como se ha obrado con el plomo: á este se sigue la plata, que se nota con el caracter de la luna: siguese el del cobre, que se le figura con el Planeta Venus. A este se sigue el hierro, cuyo caracter es Marte; y se concluye en esta Pantómetra con el diametro del estaño, cuyo caracter es el Planeta Jupiter. Por este orden se pueden poner todos los de la tabla, y otros muchos, que se quisiere, haciendo primero las experiencias sobre lo que se fundan las dos tablas antecedentes; advirtiendo, que el mas falible puede ser el de la piedra, porque de ésta hay muchas calidades; y segun ellas, son grandes sus excesos.

Modo 2. Por las lineas de las partes iguales (Fig.78.), tómese para el diametro del oro 500 partes (que son las que le corresponden à su diametro, segun el peso igual con los otros metales, segun la tabla segunda): estas se pasaràn con el compàs à las lineas metalicas, ajustandolas desde el centro V de la Pantómetra, adonde alcanzáren en las VZ; y la distancia transversal de los puntos, que en estas se cortáre, serà el diametro del oro. Para el

el plomo se cortarán otros puntos, tambien desde el centro de la Pantómetra, en las lineas metalicas, tomando en el compás 559 partes, que señala la tabla, tomando estas siempre de las lineas de las partes iguales; y asi se iràn tomando con los demàs metales, que señala la tabla segunda; y si por ser los numeros tan grandes, que no se pueden poner en la Pantómetra, por ser cortas las lineas de las partes iguales, se obrará la operacion, haciendo aparte con un mismo pitipie todas las lineas, que señala la tabla, dando à cada una las partes, que se le señalan; y hechas asi las lineas, se tomarà la mitad, tercio, ò quarto (ò menos) de cada una de por sí, y con estas partes se hará la division de las lineas metalicas, acomodandolas siempre desde el centro V, hasta donde alcanzáren, en las VZ.

PROPOSICION XCIV.

Dado el diametro de un globo, ò el lado de un sólido de qualquiera metal, hallar el diametro del globo, ò lado del sólido de otro metal de igual peso con el primero.

Da-

Dado el diametro de un globo, ò lado de un cubo de plomo, se pide el diametro de otro globo, ò lado de un cubo de oro de igual peso: tómese en el compàs el diametro dado del plomo, y ajustese en las lineas metalicas transversalmente á los señales del plomo; y dexando quieta la Pantómetra, tomese la distancia de entre los puntos del oro, y esta serà el diametro, que se pide, y todos los demàs metales tendrán formados sus diametros en la misma abertura de la Pantómetra; y si de cada metal se hiciere un globo de aquel diametro, ò un sólido de aquel lado, siendo todos de una misma figura, seràn de igual peso, aunque desiguales en grandor. Baste este exemplo para todas las operaciones semejantes.

PROPOSICION XCV.

Hallar la proporcion que hay de unos metales à otros, en quanto al peso (Fig.90).

Pidese (por exemplo) qué proporcion guardan entre sí el oro, y la plata. Tómese en la linea metalica la distancia que hay desde el centro de la Pantómetra, hasta los

los señales de la plata (que se notan con la figura de luna): ajustese esta distancia en la linea de los sólidos á qualesquiera numeros correspondientes, como de 100 à 100; y sin que se mueva la Pantómetra, tómese la distancia que hay desde el centro de ella á los señales del oro, y vease á què puntos se ajusta esta distancia en las lineas de los sólidos: sea por caso de 54 y medio à 54 y medio; de que resulta, que la plata con el oro, tomados en iguales diametros, de globos, ò lados de cubos, guardan la proporcion de 54 y medio à 100: esto es, que si se hicieren dos globos, uno de plata, y otro de oro, cuyos diametros fueren iguales, cada uno de un pie, si el de oro pesaba 100 libras, el de plata pesarìa 54 y media.

De lo dicho se colige el modo de resolver qualesquiera question, semejante à la del exemplo siguiente. Hay una coluna, pyramide, ò estatua de piedra, y se quiere fabricar otra semejante del mismo grandor; pero la que se ha de hacer ha de ser de plata: pidese quántas libras de plata entraràn en su construccion: Pesese la pieza de piedra, sea su peso 20 libras: tó-

tómese la distancia que hay del centro de la Pantómetra à los señales de la plata, y ajustese esta distancia á los puntos 20, y 20 de las lineas de los sólidos; y sin que se mueva la Pantómetra, tomese la distancia al señal de la piedra (siempre desde el centro), vease á qué puntos se ajusta esta distancia en las mismas lineas de los sólidos: sea por exemplo de 96 á 96. Digase, pues, que se necesitan para la fabrica de esta pieza 96 libras de plata; y por esta regla se obrarà lo mismo con qualquiera otro metal; pero es menester, que la piedra conforme con el diametro, y proporcion, que se señala en la tabla, ó hacer experiencia de ella con el diametro de qualquiera metal conocido.

PROPOSICION XCVI.

Dados los lados de dos sólidos semejantes, pero desiguales, y de distinto metal cada uno, hallar la razon que tienen entre sì en quanto à las partes de su peso (Fig. 90.).

Sea la linea A diametro de una bola de plomo, ò lado de un cubo; y la linea B sea de otro cuerpo, ò sólido semejante, he-

hecho de hierro: pidese la razon de sus pesos: tómese en el compàs la linea A, y ajustese transversalmente á los señales del plomo en las lineas metalicas; y sin mover la Pantómetra, tómese en estas mismas lineas la distancia entre los señales del hierro: sea esta la linea X, cuyo peso serà igual à la bola de plomo A; y porque se pide la razon de la bola, ò sólido, hecho sobre la linea B, que es tambien de hierro, como X, tendrà el sólido de B la misma razon con el sólido de X, que con el sólido de A, porque A, y X son de igual peso, aunque de distinto metal, y distintos diametros. Esta question, y sus semejantes se resuelven por las lineas de los sólidos, del modo siguiente.

Tómese en el compàs la linea X, diametro, ò lado del sólido de hierro, de igual peso al sólido de plomo A: vease á qué puntos se ajusta el diametro X, abriendo, ò cerrando la Pantómetra: sea de 60 à 60 en las lineas de los sólidos; y dexando quieto el instrumento, tómese en el compàs la linea B, y vease à qué otros puntos transversales se ajusta: sea de 20 à 20: con que dirèmos, que la linea X con la

la linea B (cuyos sólidos son de hierro) tiene la proporcion de 60 à 20: luego si el peso del sólido, hecho sobre X, es 60 libras, el que fuere hecho sobre B, será 20 libras: luego lo mismo será la proporcion del sólido de A con el de B por las razones expresadas, cuya práctica es universal para todas las operaciones semejantes. Estas mismas se pueden obrar, si se diere el peso de los sólidos, y se quisieren hallar los diametros, haciendo las operaciones con las lineas de las partes iguales, cuya práctica es facil de comprehender, haviendo entendido las que hasta aqui se han expresado.

PROPOSICION XCVII.

Dado el diametro, y peso de una bola, hallar la grandeza de otra bola de diferente metal, y de un numero de peso determinado (Fig. 90.).

Sea por exemplo la linea X diametro de una bola de estaño, cuyo peso sea de 7 libras. Pidese el diametro de otra bola de plomo, que pese 20 libras: tomese en el compás el diametro X, y ajustese en las

las lineas metalicas entre los señales del estaño; y dexando quieta la Pantómetra, tomese en las mismas lineas la distancia transversal entre los señales del plomo, y ésta será el diametro de una bola de plomo de 7 libras, peso igual al de la bola de estaño, cuyo diametro fué la linea X; y porque se pide, que la bola de plomo ha de pesar 20 libras, ajustese el diametro de las 7 (que ha salido) à los numeros 7, y 7 de las lineas de los sólidos; y tomando en estas mismas la distancia entre 20, y 20, ésta será el diametro que se pide; y la bola de plomo, que sobre él se hiciere, pesará 20 libras. Esta es regla general para fabricar qualesquiera balas de distintos metales.

PROPOSICION XCVIII.

Usar de estas lineas de la Pantómetrà como de calibre universal para las balas de artillería.

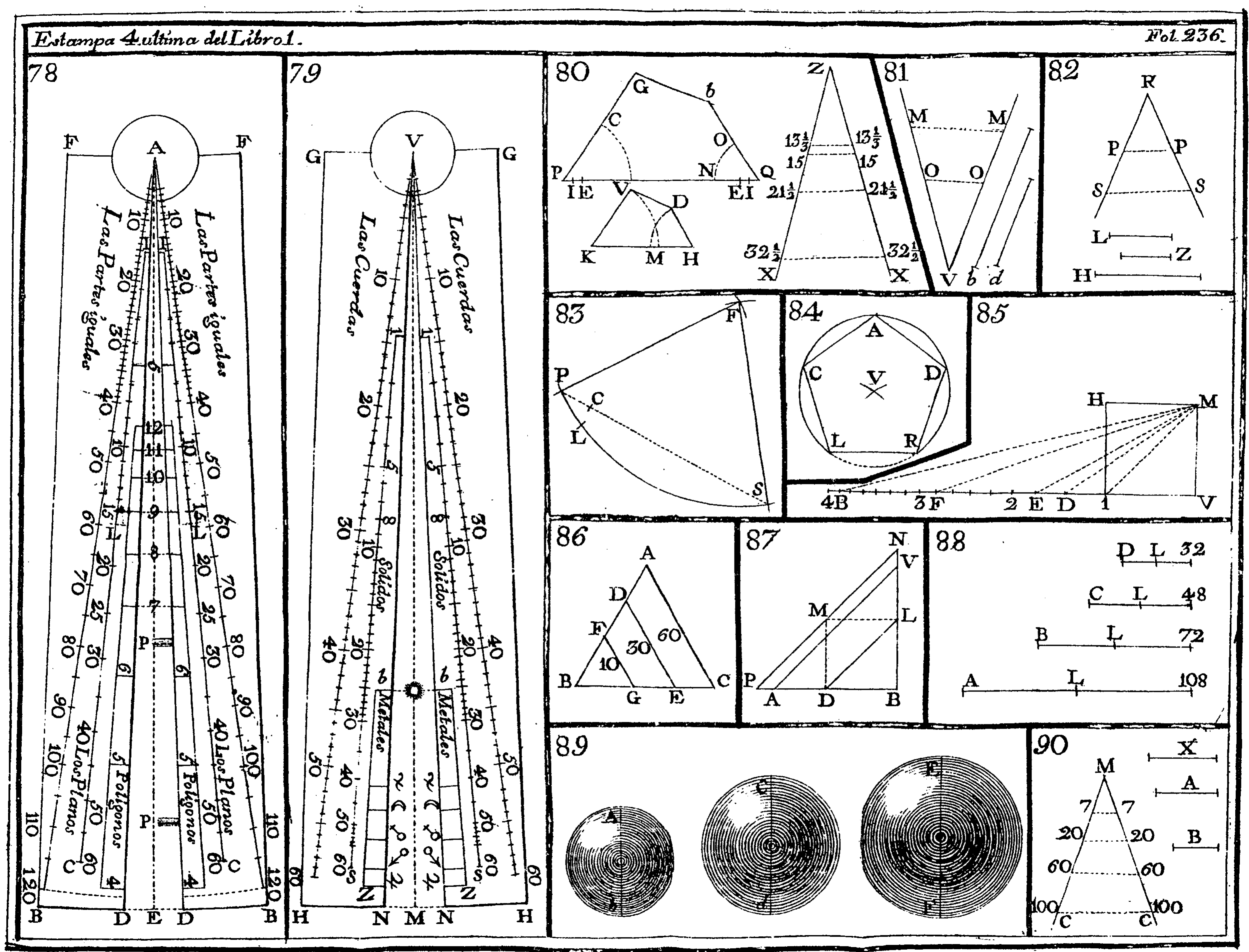
En los lados exteriores de las Pantómetras hay en las mas de ellas dos lineas, una por cada superficie, paralelas à los mismos lados exteriores: en la una de ellas

ellas están señalados los diametros de los huecos, ò bocas de los cañones, y en la otra los diametros de las balas desde la del peso de un quarto de libra, ò de una librà, hasta la de 36 libras, y pueden ponerse hasta 100, por las reglas que hasta aqui se han dado, aunque se cuenta en el tiempo presente de pocos cañones de mayores balas, por lo dificil que son de manejar, por su mucho peso, y en el dia las mayores piezas no pasan del calibre de 24 libras de bala de hierro, y pesan regularmente estas piezas à 70 quintales Castellanos. Teniendo los Artilleros señalados en la Pantómetra los diametros de las bocas de las piezas, y sus balas, con arreglo à las que se gastan en su País, puede llegar à otro, donde los pesos sean mayores, ò menores. Este inconveniente evitarà sirviendose en qualquiera País de su misma Pantómetra, obrando en cada Provincia como en el exemplo siguiente.

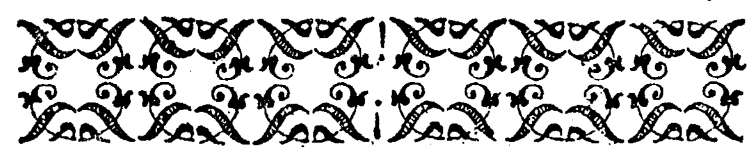
Supongamos que un Artillero se halla en Portugal sin el calibre del peso de las balas, ajustado à las libras de aquel Reyno, y se le ofrece examinar, para cargar uno de aquellos cañones, què libras

 de

de las que alli se usan necesita tener la bala, que ha de meter en aquella pieza, sea de hierro, plomo, ò piedra. Tomese en el compás el diametro de una bala de qualquiera de las dichas materias, y de un peso conocido (del de aquel País); supongase, que se tomó el diametro de una bala de hierro, que pesó 10 libras: tomese en el compàs el diametro de esta bala, y ajustese transversalmente à los puntos 10, y 10 de su Pantómetra en las lineas de los sólidos; y dexando quieto el instrumento, se tiene hallado el diametro de la bala, que se desea; porque tomando el diametro de la boca de la pieza, se verá à qué puntos transversales se ajusta en las lineas de los sólidos; y si fuere de 20 à 20, de este mismo peso se hará la bala del hierro, que será de 20 libras de aquellas; y asi se sabrán las demás de distintos metales. Otras muchas lineas se pueden colocar en la Pantómetra; pero basta con éstas para la práctica de esta Obra, con que à este libro primero se dá fin.


78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
Las Partes iguales
Los Planos
Poligonos
Las Cuerdas
Solidos
Metales

Js. Ml. ft.



LIBRO SEGUNDO.

TRATA DE LAS PRINCIPALES medidas, que se ofrecen en los edificios de Arquitectura, para darles su justo valor: modo de tornear las columnas, y cortar las cimbras para todo genero de arcos, y bobedas, con algunas prácticas de la construccion de ellas.

CAPITULO PRIMERO.

(*ESTAMPA V.*)

EN este capitulo se trata de las medidas cubicas de los cuerpos rectilineos, como son Pilares, Paredes, Cilindros, y Pyramides.

PROPOSICION I.

Medir un pilar, ò prisma quadrado, sea recto, ò inclinado (Fig. 1.).

1 Pidese, que se midan los pies cubicos, que tiene el pilar quadrado recto PFLD: sean sus dos basas iguales: la inferior ILD, y la superior VPFE: midase qualquiera de los lados de ellas VE, ò LD, pues son iguales: tenga el dicho lado por caso 4 pies: multipliquese por sí mismo, y montarán 16 pies, y ésta será la superficie de qualquiera de las dos basas LD, ò VE: midase su altura LP, y sea por caso 8 pies, y un quarto: multipliquese esta altura por los 16 de la basa, y saldrán à la multiplicacion 132, y éstos serán los pies cubicos, que tendrá el dicho pilar, y cada pie de éstos constará de tres dimensiones, que serán un pie de ancho, otro de largo, y otro de alto, componiendo un sólido de 6 superficies semejante à un dado.

Puedese hacer esta misma medida, multiplicando la altura DF, que es 8 pies, y un quarto, por el ancho PF, que es quatro, que hacen 33, y ésta será la superficie de un lado, que vuelta à multiplicar por el grueso, que es otros quatro, producirà 132 pies, que son los mismos, que salieron por la otra regla.

2 Si el prisma fuere inclinado, como AV, y tuviere las mismas basas, que el recto, y éstas estuvieren entre unas mismas paralelas PF, AD, los dos prismas, recto, è inclinado, serán de una misma altura, que es la perpendicular IE, ò FD, y por consiguiente serán los dos iguales en solidéz (como consta de las Proposiciones 29, 30, y 31 del lib. 11. de Euclides): luego multiplicando la superficie de una de sus basas por la perpendicular DF, ò IE, está hecho lo que se pide. Y caso que se quisiere medir el prisma inclinado, se obrará de este modo: Las basas son quadradas abaxo, y arriba; pero con la inclinacion de los lados se han aumentado estos en lo largo, y el prisma ha degenerado de quadrado en paralelogramo en sus basas; pues en el recto son los quatro lados iguales, y en el inclinado se halla, que los lados opuestos VP, y EF son iguales à los del recto; pero los otros dos se han disminuido de modo, que el

el lado PF, y su opuesto VE no tienen mas anchura, que lo que es la perpendicular OC: midase ésta, y tenga 3 pies (que pierde uno por la inclinacion del prisma): multipliquense estos 3 por 4, que es uno de los otros dos lados (que no se han disminuido nada), y montarán 12: midase la linea VQ, ò qualquiera otra de los lados inclinados, y se halla, que tiene 11 pies; multipliquense estos por los 12, y vendrán à la multiplicacion 132, que son los mismos, que salieron en el prisma recto; y esta es regla general para qualesquiera otros prismas, ò cilindros, midiendolas por el modo antecedente.

PROPOSICION II.

Medir los pies cubicos, que tienen las paredes de un edificio (Fig. 2.).

Estas operaciones se hacen midiendo de por sí cada lienzo de pared: comiencese por el POCF: tenga FC (por caso) de largo 12 pies, y los mismos OP: sea su altura FP 9 pies; y el grueso de la pared BP 3 pies: multipliquense estas tres dimensiones unas por otras, que 12 veces 9 hacen 108; y éstos por 3 montan 324, que son los pies cubicos, que tiene la pared PC con su grueso hasta BNM: midase ahora qualquiera de las otras dos paredes, pues son iguales, que será XM (pero con cuidado no se vuelvan à medir NO, ni MC, porque yá están medidas antes; ò bien medir por la parte interior de N à D): tenga DN 10 pies y medio, y RX 9, y XD 3: multipliquense estos tres numeros unos por otros: que los 10 y medio por 9 serán 94 y medio; éstos por 3 montan 283 y medio; y porque la otra pared AEB se supone igual à la que ahora se ha medido, se anotarán otros 283 y medio: sumense estas dos partidas con la que salió de la pared PC, que fueron 324, y la suma de las tres montará 891 pies que tiene este edificio, del que se restarán los pies cubicos, que ocupa el hueco de la puerta, que hay entre M, y R, haciendo la medida de ella segun se han hecho las antecedentes.

PROPOSICION III.

Medir las paredes de gruesos desiguales (Fig. 3.).

Es-

Estas medidas son comunes à los Ingenieros, por ser de esta disposicion las murallas de las fortalezas de las Plazas, como son cortinas, flancos, baluartes, &c. Pidese, pues, que se mida la porcion de muralla HM: sea su corte bertical AHRq: midanse las lineas de sus dimensiones, y sean, por exemplo, HR la basa de 20 pies, la Aq 12, la altura HA 25, y la linea RN 40. Tomadas todas estas medidas, se hará la cuenta de este modo. Juntense las lineas de las dos basas, inferior HR 20 pies, y superior Aq 12 pies, que juntas son 32: tomese su mitad 16, que será una media proporcional ZT: multipliquese ZT, que es 16, por HA, que es 25; y el producto 400 será la superficie del plano bertical AqRH: vuelvanse à multiplicar los 400 por los 40 de la longitud RN, y vendrán à la multiplicacion 16000 pies, y estos serán los que tiene la propuesta figura.

Si no se pudiere descubrir el plano bertical AqRH por estár la obra cerrada en un recinto, se hará la operacion por las partes exteriores, en esta forma: Tomese una regla, ò vara larga, y derecha qD: atese en su extremo D un cordel, con una plomada pendiente en R, de modo, que no llegue à tocar en tierra; y asentando parte de la regla en la superficie Aq, se sacará, ò entrará la regla hasta que se ajuste la plomada en R; y estando asi, hagase una señal en la regla en q, y midase lo poco que falta para llegar el plomo al suelo R, cuya parte se aumentará al cordel, que cuelga de D: con esto se han hecho dos operaciones; la una, saber que AD es igual à la basa oculta HR; y la otra, saber que la cuerda DR es igual à la perpendicular oculta qI, ò al lado AH. Juntese la distancia AD con la Aq, y la mitad de las dos será igual à la ZT; y midiendo la qM, saldrán las mismas dimensiones que antes; y haciendo con ellas las mismas cuentas, saldrán los mismos 16000 pies cubicos, que tiene la muralla.

PROPOSICION IV.

Medir la solidéz de las pyramides huecas (Fig. 4.).

Esta clase de edificios se halla en muchas

chas partes fabricada de los antiguos, à las que llaman agujas. Sus plantas pueden ser rectilineas, circulares, y elypticas; pero de qualquiera modo siempre vienen à rematar en una punta muy aguda, subiendo toda la superficie exterior en linea recta, inclinada desde su planta hasta su cuspide, que se cierra con una pieza de su figura. Son algo dificiles de medir, por ser sus gruesos distintos en la planta de lo que son al remate; pero todo se hará facilmente, obrando como se sigue.

Sea la aguja MNV, y su planta sea el quadrado AFRH: midase qualquiera de sus quatro lados RH: tenga por caso 20 pies, que multiplicados por otros 20 de otro de sus lados, hacen 400, cuya superficie es el quadrado de la planta: midase ahora la perpendicular TV, que se hace por fuera, subiendo à V, y cruzando una regla VS con un cordel atado en S, y será la perpendicular SN: midase este cordel, y tenga 35 pies: multipliquense por los 400, que tuvo la basa, y serán 14ʯ pies cubicos. (Si este edificio fuere mazizo, y rematase arriba con igual grueso que el de su planta, no havia

via

via que hacer mas medida); y porque toda pyramide acuta es la tercera parte del prisma formado sobre su planta, y de una misma altura, como consta de la Proposicion 7. del lib. 12. de Euclides, se tomará la tercera parte de los 14ʯ, que son 4666, y dos tercios, y estos serán los pies cubicos de toda la pyramide MNV, inclusó su hueco COI, que se restará como se sigue.

Midase la planta interior del hueco PQBD: tenga por caso 10 pies por cada lado, que multiplicados en sí, hacen 100, y éstos tendrá el hueco quadrado de C à O: midase la perpendicular TI, que es la altura inferior: tenga 33 pies, por cuya altura se pueden multiplicar los 100 pies del hueco OC, y producirán 3300, cuyo tercio 1100 se restarán de los 4666 y dos tercios, que tuvo mazizo, y hueco juntos, y quedarán 3566 y dos tercios, y estos serán los pies cubicos, que tienen las quatro paredes de la tal aguja. La misma cuenta saldria multiplicando la basa AFRH por el tercio de la perpendicular TV, ò toda la TV por el tercio de la superficie de la basa, y lo

mis-

mismo se haria con las dimensiones del hueco. Si como en esta aguja es la planta quadrada, fuere triangulo, pentagono, ò qualquiera otra figura rectilinea, ò circulo, ò elipse, se medirá su area por las reglas del capitulo 7 del antecedente libro.

Si ésta, ò qualquiera otra aguja, ò pyramide acutá se huviere de medir para vestirla de lata, ù otra cosa, por lo exterior de ella, se medirá cada triangulo exterior de por sí por las reglas dadas en dicho capitulo 7; y juntando en una suma los lados exteriores, se sabrá el material que se necesita para forrarlos.

PROPOSICION V.

Medir la superficie, y solidéz de las pyramides curtas, ò descabezadas sobre plantas rectilineas (Fig.5.).

Estas medidas se pueden hacer de distintos modos: aqui se pondrá la práctica en dos maneras: la primera, será por la doctrina de Nicolás Tartaglia, à quien siguieron Moya, y otros Autores: la segunda, será una práctica sencilla, y muy se-

segura, y tan clara, que qualquiera mediano práctico la pueda entender.

Modo 1. Segun Tartaglia, sea la pyramide curta, ò descabezada ABO (Figur.5.), cuya planta sea la basa quadrada ABCD, y el remate, ò basa superior sea tambien quadrada en O. (Para obrar conforme el exemplo de Moya, le hemos de dár las mismas dimensiones que él le dá en el cap.14. lib.4. de Geometría Práctica, fol.217. que son las siguientes). Los lados del quadrado de la basa inferior AB tengan à 8 pies cada uno, y los lados del quadrado superior O tengan à 4: quadrense los dos, y serán 64, y 16: à cada superficie de estas dos se le ha de sacar su raíz quadrada, y será de 64 su raíz 8, y de 16 su raíz 4: multipliquese una raíz por otra, y seràn 32, cuya cantidad es la de otra basa, media proporcional entre la de 64, y la de 16: sumense estas tres basas 16, 32, y 64, y montarán 112, que se multiplicarán por el tercio de la perpendicular LZ, y lo que saliere, serán los pies cubicos, que tendrá la pyramide. Lo mismo saldrá, si se multiplica toda la perpendicular LZ por el tercio de los 112, y lo mis-

mismo multiplicando todos los 112 por toda la LZ; y de lo que saliere, tomar la tercera parte, y asi cada uno usará de qualquiera de los tres modos, el que mas le gustáre, que por qualquiera de ellos sale la misma cuenta.

Para esta operacion, la antecedente, y las que se siguen, es preciso saber cómo se saca la perpendicular LZ, lo que se hará del modo siguiente. Tirese de qualquiera angulo de la basa menor O una recta perpendicular al lado AB, la qual corta à éste en I: midase IA, y tenga 2 pies: hagase el quadrado sobre ella, que multiplicando 2 por 2, serán 4: guardese éste 4: midase ahora qualquiera de los lados inclinados, no por los angulos, que estos son mas largos, sino por medio de sus lados, como de los puntos S, ò L: tenga por caso el lado 12 pies, y 8 venticinco abos de otro pie, que multiplicados por sí mismo, hacen un quadrado de 148 pies: restese de este quadrado el que salió de IA, que fué 4, y quedarán 144: saquese la raíz quadrada de 144, y vendrán 12, y estos son los pies, que debe tener la perpendicular VO, ò LZ, como cons-

consta de la Prop. 4. del libro antecedente; y si se quisiere sacar la raìz quadrada por via de linea, se harán sin confusion de quebrados por la Propos. 14. del citado Libro. Esto entendido, sigamos la medida de Tartaglia: quedamos en que las tres basas eran 16, 32, y 64, que sumadas, hacen 112, y multiplicadas por el tercio de la perpendicular VO (que de 12 es 4) salen à la multiplicacion 448, y estos son los pies cubicos, que dicen tiene la propuesta pyramide; la que si, como es quadrada, fuere redonda, se tomarìan los 11 catorce abos, que se harìa multiplicando los 448 por 11, y el producto partirlo à 14, y lo que viniere sería la solidèz de la pyramide redonda. El por què se multiplica por 11, y se parte à 14, se halla en la Propos. 51. del Libro antecedente, sobre medir los circulos. Esta práctica es universal à todo genero de pyramides; porque medidas sus basas, sean de la figura que quisieren, siempre se obra lo mismo con la perpendicular.

Modo 2. con mas brevedad, por qualquiera de dos prácticas. Primera: Sea la misma pyramide con las mismas dimensio-

siones (Fig. 5.) : quadrese la basa AB, cuyo lado es 8, y seràn 64 : quadrese la basa O, que es 4, y seràn 16 : sumense las 16 con 64, y serán 80 : tómese su mitad 40, y multipliquese por la perpendicular 12, y saldràn à la multiplicacion 480 : esta medida es 32 pies mas que la antecedente, y la tengo por mas segura, como se demonstrarà en la Proposicion siguiente.

Segunda. Quadrese la basa menor O, que siendo sus lados cada una de 4 pies, serán 16 : multipliquense estos 16 por la perpendicular 12, y montarán 192 : estos 192 son los pies cubicos, que tiene un prisma, ò pilar, que sus basas son iguales, como la de V con la oculta O, imaginada en el centro de la pyramide, como se demuestra con las lineas de puntos en el centro OV; y porque yà hemos medido el prisma interior, que es VO, que si fuera hueco, como en la figura antecedente, se havia de restar de la solidéz de la pyramide, falta que medir ahora los macizos, que cargan entre los lados del quadrado interior V, hasta S, y L, y demàs correspondientes, cuya altura es la misma perpendicular VO, ù LZ, remarando en el

quadrado O, sin ninguna superficie: para saber esta solidéz, quadrese la basa SL, que serà su quadrado el mismo de antes 64 : restese de éste el quadrado V, que es 16, y quedaràn 48 : tomese la mitad, que es 24, y multipliquese por la perpendicular 12, y saldràn à la multiplicacion 480, como por la práctica antecedente. La razon de multiplicar la mitad de la superficie de la basa ABCD (menos la del quadrado V igual á O) se comprehenderá mejor en la Proposicion siguiente, que se probará ser cierta esta medida.

PROPOSICION VI.

Medir la solidèz de las paredes de un pozo redondo, ù otro edificio semejante (Fig. 6.).

Sea un pozo AHMN, cuyo hueco sea PQBD, y todas sus lineas paralelas entre sí. Midase qualquiera de sus dos diametros mayores; sea el superior AH : tenga por caso 8 pies : midase la superficie de su circulo por la Propos. 51. del Lib. 1. que es quadrar el diametro 8, y el producto 64 multipliquese por 11, y saldràn 704 : partanse estos à 14, y vendràn á la particion

50 y 4 catorce abos: midase su altura PB, y sea 7 pies: multipliquense estos por los 50 y 4 catorce abos, que trahidos estos à menor denominacion, hacen 2 septimos, y saldràn 350; y añadiendoles los 2 septimos de 7, que son 2 enteros, montarà la suma 352, y estos seràn los pies cubicos, que tendrá todo el cilindro del pozo (hueco con macizo); y porque solo se ha de medir el macizo, restese el hueco, que serà en esta forma : Midase el diametro de su circulo , cuya linea es PQ: tenga 4 pies: quadrense estos, y seràn 16: multipliquense por 11, y el producto partase à 14, y vendrán à la particion 12 y 4 septimos : multipliquense por los 7 (altura del pozo), y montarán 88, y estos serán los pies cubicos, que tiene el cilindro vacío PQBD, que restados de la partida antecedente, quedan 264 en las paredes.

Si las paredes no fueren paralelas, como sucede en una pyramide descabèzada, se obrará de este modo: Sean las paredes en la planta el grueso de MB, y arriba rematen en angulo agudo en P, con la inclinacion de las rectas de puntos MP: tengan

gan de altura 7 pies, y la basa MN 8 pies de diametro, incluso el hueco BD, y la de éste tenga 4 pies; y porque yà están medidas de antes, no hay que repetir la operacion: la superficie de MN tuvo 50 pies, y dos septimos: la BD, ó PQ, su igual, tuvo 12 pies, y 4 septimos: restense estos de los 50 y 2 septimos, y quedan 37 y $\frac{5}{7}$, y estos son los pies superficiales, que tiene el anillo comprehendido entre los dos circulos MN, y BD: multipliquense los 37 y $\frac{5}{7}$ por toda la altura BP (que tiene 7), y montarán 264 pies, que son los mismos que salieron antes en las paredes, paralelas AP, MB; y porque las que ahora hemos medido son la mitad de aquellas, tómese la mitad de 264, y seràn 132, y estos serán los pies cubicos que tendràn las paredes del propuesto pozo.

El que sean estas mitad de las antecedentes, se demuestra claro en la figura en qualquiera de los planos, cortados verticalmente; porque al plano AP, MB, que es un paralelepipedo, le corta la diagonal MP en dos partes iguales; y al otro, su opuesto, le corta la diagonal NQ: luego qualquiera de los dos triangulos verticales

 MPA,

MPA, y MPB son iguales, y cada uno de éllos es mitad de la superficie vertical APMB. Si esta medida se quisiere verificar mas, se obrarà multiplicando la superficie vertical del triangulo MBP por la mitad de lo que tuvieren las circunferencias de los dos circulos mayor, y menor, cuya práctica es la siguiente.

Si 7 de diametro me dàn 22 de circunferencia, 8, que tiene el diametro MN, qué me daràn? Multipliquese el segundo numero 22 por el tercero 8, y el producto 176 partase al primero 7, y vendràn al cociente 25 pies, y un septimo; y esta serà la circunferencia del circulo, hecho sobre el diametro MN: hagase la misma cuenta con el diametro menor BD, que es 4 pies: si 7 dàn 22, 4 qué daràn? y siguiendo la regla antecedente, saldràn de circunferencia 12 pies, y 4 septimos, que juntos con los 25 y un septimo, montaràn 37 y $\frac{5}{7}$ (valor de las dos circunferencias): tómese la mitad, y seràn 18 y seis septimos: multipliquense estos por los 7 de la altura BP, y vendràn al producto 132 pies cubicos, que son los mismos que por la medida antecedente. Esta práctica es lo mismo, que la

la de la Fig. 5. antecedente à ésta; porque aquella es una pyramide descabezada, y tiene un prisma quadrado dentro de ella, como representa VO; y esta que ahora hemos medido es otra pyramide descabezada, cuya basa inferior es MN, y la superior PQ, y en su centro hay otro prisma cilindrico PQBD, y solo se diferencian las dos en que la una es quadrada, y la otra es redonda; pero las reglas de medir unas, y otras son de un mismo modo, segun se ha practicado sobre estas dos figuras: luego es claro, que midiendolas por estas ultimas reglas no havrà error, y se obrarà con mas facilidad, que por las medidas de Nicolás Tartaglia, escusando el sacar raices quadradas; como tambien, si no se quisiere usar de quebrados, medir por pulgadas, ò lineas; advirtiendo, que cada pulgada tiene 12 lineas de largo, 12 de ancho, y otras 12 de alto: luego multiplicando las tres dimensiones unas por otras, constará la pulgada de 2728 lineas cubicas, y el pie de otras 2728 pulgadas: con que haciendo asi las medidas, saldràn tan ajustadas, que aunque sean las pyramides, ú obras, que se mi-

midan, de los metales de mas valor, no se le perjudicarà, ni al dueño, ni al artifice, que hizo la obra.

PROPOSICION VII.

Medir las superficies de qualquiera edificio redondo, para revocos, estucados, ù otros forros con que se quieran revestir (Fig. 6.).

Si se ofreciere haver de medir las dos superficies (exterior, y interior) de un edificio redondo por saber los pies, que se hicieron, ò hay que hacer de revoco, ó estucado, ò qualquiera otro material, se hallaràn los pies de circunferencia, que tienen los dos circulos; y juntandolas en una suma, se multiplicarán por la altura (si fuere igual en todo el edificio), y lo que saliere seràn los pies quadrados de aquellas superficies; y haviendo de medir cada una de por sí, se obrarà del modo siguiente: Sea la superficie, que se ha de medir, la del cilindro PQBD por la parte interior: midase su diametro PQ: tenga por exemplo 4 pies: multipliquense estos por 3 y un septimo, y montaràn 12 y 4 septimos: multipliquense 12 $\frac{4}{7}$ por 7 de la altura BP, y montaràn 88, y tantos seràn los pies superficiales, que tendrà el propuesto cilindro: si se huviere de medir la superficie exterior, se obrará del mismo modo, multiplicando su diametro AH (que se supone ser 8 pies) por 3 y un septimo, y saldràn 25 pies, y un septimo, y esta serà la circunferencia, que lé rodèa, que multiplicada por los 7 (altura de MA) montaràn 176, y ésta serà toda la superficie exterior, y asi se mediràn todos los cilindros. La razon por que se halla la circunferencia de qualquiera circulo multiplicando su diametro por 3 y un septimo, consta de la Proposicion 37. del Lib. 1.

PROPOSICION VIII.

Medir la solidèz de qualquiera cilindro, ò coluna, sea recta, ò inclinada (Fig. 7.).

Sea un cilindro, ò coluna recta ABCD: midase la area de qualquiera de sus dos basas, que se obrará por qualquiera de las reglas antecedentes, ò multiplicando el diametro en sí, y lo que saliere por 11, y este ultimo producto partirlo à 14: ò bien multiplicando la mitad del diametro por la mitad de la circunferencia, y lo que

que saliere por qualquiera de las dos reglas, serà la superficie de la basa, que se multiplicarà por la altura DA; y el producto de todo seràn los pies cubicos de la propuesta coluna, ò cilindro.

EXEMPLO.

Sea el diametro de qualquiera de las dos basas AB: multipliquese por sì mismo; y suponiendo, que tenga 4 pies, haran 16: vuelvanse à multiplicar los 16 por 11, y montan 176: partanse estos à 14, y vendràn al cociente 12 y $\frac{4}{7}$, y ésta serà la superficie de la basa: midase la perpendicular AD; tenga por caso 11 pies: multipliquense estos por los 12 y $\frac{4}{7}$ de la basa, y saldràn à la multiplicacion 138 y 2 septimos; y estos seràn los pies cubicos, que tendrà la solidèz de la coluna.

Si el cilindro fuere obliquo, y asentáre sobre la misma basa del recto DC, y su largura fuere DE, ò CF, por mucha que fuere ésta, no saliendo de entre las paralelas DM, AF, sería de igual altura que el recto DB; y por consiguiente serìa de igual solidèz (como consta de la Proposi-

sicion 1. de este Libro): luego, echandole la perpendicular FM, se multiplicarà ésta por la superficie de una de las dos basas del recto, y lo que saliere serà la sòlidéz del inclinado. Si el cilindro inclinado se huviere de medir, siendo sus basas DC, y EF circulos, el cuerpo del cilindro degenéra en Ovalo, cuyos diametros son el mayor el mismo DC, y el menor la perpendicular ES: por lo que serà preciso delinear una Elipse de los dos diametros, por qualquiera regla de las Figuras 31. 32. 33. &c. de la Estamp. 2. del Libro antecedente, y se medirà por las reglas de la Fig. 60. Estamp. 3. de dicho Libro, y la superficie que saliere se multiplicarà por lo largo de D à E, ò de C à F; pero si los lados inclinados fueren el uno mayor que el otro, como el uno DE, y el otro CS, se juntaràn los dos en una suma, y tomando la mitad de ésta, se multiplicarà por la misma basa de la Elipse, que se ha delineado; y asi se obrará con todos los sólidos semejantes.

PRO-

PROPOSICION IX.

Medir la superficie de las pyramides cónicas, y sus solideces, sean acutas, ò descabezadas (Fig. 8.).

Pyramide cónica es la que su basa es un circulo, ò Elipse (aunque en este segundo caso serà cono eliptico): sus lados son lineas rectas, y suben de su circunferencia à rematar en un punto, formando un angulo agudo: pueden ser rectas, ò inclinadas: rectas son las que su cuspide dista igualmente por todas partes de la circunferencia de su basa: inclinadas son las que se aparta su cuspide, cayendo fuera del centro de la basa. Esto entendido, se pide los pies superficiales de la pyramide cónica ABD, que se sabrà obrando del modo siguiente: Hallese la circunferencia del circulo de la basa, cuyo diametro sea la recta BD, que se hallarà multiplicando el dicho diametro por 3 y un septimo, y los pies que salieren de circunferencia en esta basa, vuelvanse à multiplicar por los que tuviere el lado inclinado AB, ò AD, y lo que montáre serà la superficie exterior, que

que rodèa toda la pyramide, sin entrar en ella lo que tiene la basa, que siendo necesario, se medirà aparte.

Si la superficie se huviere de medir en la pyramide inclinada, se juntaràn los dos lados VD, VL en una suma (por ser desiguales), y tomando la mitad de esta suma, se multiplicarà por la circunferencia, y saldràn los pies superficiales, sin los que tiene la basa.

Para saber los pies cubicos de la pyramide recta ABD, multipliquese la area de la basa por el tercio de la perpendicular DH, y lo que saliere serà su solidèz, cuya práctica es la misma que se obrò sobre la Fig. 4. y no es necesario repetirla.

Si la solidèz, que se huviere de medir, fuere la pyramide inclinada VDL, hallese la perpendicular VF, que corta à la basa, alargada en F: multipliquese la superficie de esta basa por toda la perpendicular; y el tercio de lo que saliere será la solidèz de la propuesta pyramide inclinada. Sobre esto se advierte, que las pyramides acutas, rectas, ò inclinadas, son tercia parte del sólido formado sobre su basa, sea prisma, ò cilindro, como consta de la Pro-

Propos.7. del 12. de Euclides. Tambien las pyramides inclinadas, como las rectas, siendo de iguales basas, y estando entre unas mismas paralelas, se guardan reciproca igualdad, que los prismas, y cilindros, como se representa en las Figuras 1. y 7. Luego entendiendo aquellas, se halla conocido el mismo efecto en estas de la Fig.8.

Si las propuestas dos pyramides fueren descabezadas, de iguales basas, y alturas, cortadas con la recta *y*E, paralela à la BF de la basa; midiendo la una, está medida la otra, cuya regla es la misma que la que se ha practicado con la Fig. 5. y se ha demonstrado en la Fig.6.

PROPOSICION X.

Tender en plano la superficie exterior de qualquiera pyramide conica (Fig.8.).

Sea la superficie, que se ha de tender en plano, de la pyramide acuta ABD: hagase aparte la recta MN, larga à discrecion: tómese el diametro BD, y pongase tres veces este diametro, y la septima parte de una mas de M à N: tómese qualquiera de los lados inclinados AB, y levantese igual

igual à este lado la recta MZ, perpendicular á MN (como se levanta del extremo M, se podia levantar de qualquiera otro punto de la MN) del extremo Z à los extremos M, y N: tirense las rectas ZM,ZN, y se havrà formado el triangulo MNZ, cuya superficie es igual á la exterior de la pyramide ABD (sin contar su basa), como se puede probar, midiendo una, y otra por qualquiera de las reglas dadas para medir planos en el libro antecedente.

Si la superficie, que se huviere de tender en plano, fuere de la pyramide inclinada VDL, haviendo tendido la MN igual à 3 diametros, y un septimo de su basa, se juntarán en una suma el lado mayor VD con el menor VL; y tomando la mitad, se harà la perpendicular MZ igual à dicha mitad; y tirando las rectas ZM, ZN, será el triangulo ZMN de igual superficie, que la que rodèa la pyramide VDL, sin contar la de su basa.

Si qualquiera de las dos pyramides, que se han tendido en plano, fueren descabezadas, se tiraràn las dos paralelas MN igual à la circunferencia de la basa mayor, y KG igual à la de la basa menor, de modo, que dis-

disten una paralela de otra, lo que es de largo el lado inclinado de la pyramide recta, que serà la linea *y*B, ò DO; y siendo la pyramide inclinada, distaràn las dichas paralelas lo que fuere la mitad de la suma de los dos lados inclinados mayor DR, y menor LC, cuya distancia será la linea MK: tirense las rectas KM, GN, y el trapecio MNGK será la superficie que se busca, igual à la de la parte exterior de la pyramide, sin la de sus basas, que siendo necesario se mediràn aparte, y se juntaràn con la de mas superficie.

CAPITULO II.

EN este Capitulo se trata del modo de medir cornisas, y todo genero de colunas, asi la superficie de ellas, como el sólido: modo de delinearlas, disminuirlas, tender en plano sus superficies, y tornear las salomonicas, &c.

PROPOSICION XI.

Medir la superficie, y solidèz de las cornisas (Fig. 9.).

Sea la cornisa, que se ha de medir, AM

AM, &c. pidese la superficie de sus miembros contenidos en su frente AFMV.

OPERACION.

Tomese una cinta de hilo de qualquiera color, y se bañará en cera derretida con un poco de aceyte; y haviendose secado, se irá ajustando desde el vivo A, hasta el angulo que forma el filete inferior, con la pared sobre que carga la cornisa, que será en el punto F, y sea de modo, que la cinta baxe siempre desde A, tocando la superficie de cada moldura; y segun baxe, irá cayendo de la misma cinta lo que fuere soltando el medidor, que deberá irlo obrando con porciones cortas; y haviendo llegado á F, se medirá lo largo de la cinta, que huviere tocado de A à F: midase lo largo de la cornisa por AV, ò por FM, y multiplicando este largo por el que tuvo la cinta, saldrá la propuesta superficie à la multiplicacion, como si la cinta tuvo 4 pies, y la linea AV 10, serán 40 pies de superficie: si fuere necesario, se medirá la superficie de arriba AHVC, que es un

paralelogramo plano, y no tiene dificultad su medida.

Notas: 1. Si esta cornisa estuviere en algun angulo saliente, ò esquina, como F, se subirá un perpendiculo de F, y será FH, ò se baxará de A, y será AE, y debe medirse lo largo desde E à M, ò bien medir por arriba la porcion AH, y por abaxo la FM; y estas dos porciones juntas serán iguales à EM, que se multiplicará por lo largo, que tuvo la cinta: ésta se ha de ajustar por una perpendicular HF, y no por el angulo AF, porque éste es mayor vuelo, que por H, por ser diagonal de la planta de la cornisa.

Segunda: Si la cornisa rodeáre algun cuerpo de angulos salientes, como sucede por las partes exteriores de una torre, o en los aleros de un Templo, ò casa, se ha de medir su largura por la moldura superior, como AV.

Pero si fueren los angulos entrantes, como en los rincones de una sala, se ha de medir por la moldura inferior, como de E à M; porque si se mide por V, se le perjudicará al Artifice en cada rinse con dos porciones, como de V à N. La altura siempre se tomará por la frente de las molduras, como se ha dicho, con la cinta encerada: esto se debe hacer para que no haya perjuicio en las medidas; porque estando encerada la cinta, no se dá, ni se encoge, y se ajusta mejor siendo cinta, que siendo cuerda redonda.

Estas superficies se miden asi para saber el oro, o los pies superficiales de estucado, ò pintura, que se han puesto, ò necesitan ponerse en qualquiera cornisa, ù otros miembros de un Retablo.

Para medir la solidéz de qualquiera cornisa, se obra de este modo: Sea una cornisa de yesería, que se quiere saber quánto material ha entrado en ella, ò quánto se necesita para su construccion: para esto se ha de tener hecha experiencia de los ladrillos, que entran en cada pie cubico; y con una medida del País saber tambien quánto yeso amasado entra en cada pie, ò qué pulgadas cubicas se hacen con un quartillo, ò medio celemin de yeso cernido, que es cosa, que se puede experimentar con poco trabajo; y hablando de yeso, se entiende de cal, ò qualquiera otra materia. Esto sabi-

bido, se medirá la superficie del corte bertical de la cornisa, lo que es facil midiendo la tarraja con que se hizo, ò se ha de hacer; y siendo ésta VNM, se medirá cada moldura de por sí, multiplicando el vuelo mayor: si fuere quarto vocel, por su altura: los filetes, fajas, coronas, y plintos, del mismo modo, y las escocias, talones, y medias cañas: se juntará su vuelo mayor con el menor; y tomando la mitad del largo de los dos juntos, se multiplicará por la altura, y saldrá la superficie del canto de cada moldura, y la suma de todas juntas serà el plano bertical MNV, que se multiplicarà por lo largo de toda la cornisa, y saldrá à la multiplicacion el sólido de pies, ò pulgadas cubicas, que tuviere, ò huviere de tener de materiales.

Nota, que esta medida es algo ventajosa, por medir los voceles como si fueran paralelogramos; pero como siempre se desperdicia material en la construccion de estas obras, viene à quedar el sólido pagado, dando en los voceles estas ventajas. Si esta medida se huviere de hacer rigurosamente, para hacer una cornisa de al-

gun metal, se medirá el plano bertical de moldura en moldura, formando trapecios, sectores, y segmentos (como en la Fig. 62. Estampa 3. del libro antecedente).

Quando las cornisas son de piedra sillar, se mide la superficie de ellas del mismo modo que se ha hecho en ésta; pero si se han de medir por su sólido, se multiplica el vuelo HA por la altura HF, y sale la superficie bertical de un paralelogramo, ò quadrado, como AEFH, y esta superficie se multiplica por lo largo de la cornisa, y salen los pies cubicos de ella, incluso el vacío AEF. Este vacío, aunque no lo tiene la cornisa, lo tuvieron los sillares antes de labrarlas, y ha costado su trabajo al Artifice el desbastarlo.

En quanto à medir los sillares separadamente, hay variedad en algunos Países, porque unos miden el sólido del sillar segun la figura de él, sin darle mas, ni menós solidéz de la que tiene (esta medida es la mejor): otros miden el sillar por los vuelos mayores de él, de modo, que si el sillar tiene 4 pies por el frente, y tres pies de tizon por el un lado, aun-

 que

que por el otro no tenga tizon (que es la figura de un medio paralelogramo cortado por diagonal), multiplican el frente de 4 pies por el tizon de tres pies, y salen doce de superficie, no pudiendo ser mas de 6 pies, cuya práctica es perjudicial para el señor de obra, y nada favorable à la estimacion del que hace la medida, por esta razon: Despues de concluida una obra, es corriente hacer una medida general de ella: se llega à medir un pilar quadrado de sillería: tiene por exemplo, 4 pies por cada frente, y 15 de alto: se multiplica la superficie de su planta, que 4 por 4 son 16, y estos por 15 montan 240 pies: se dá la razon al señor de obra; y si repara, halla, que la cuenta, que pagó antes por la otra medida, es partida doblada, de que puede resultar una question, ò pleyto. El prudente puede considerar los malos efectos de este modo de medir, y la malicia que en esto puede haver; pues aunque sea costumbre, y segun ella se arreglen los precios, haciendo las cuentas los constructores de que no hay agravio, nunca el señor de obra dexará de formar mal juicio

cio del medidor. En otros Países no se miden las obras hasta que se hallan concluidas; y se hacen las medidas superficiales de modo, que aunque un sillar tenga 4 pies de tizon, nunca se le cuenta mas que un pie, y los restantes se pagan por mamposterìa; y asi, en midiendo un lienzo de pared, si tuviere 200 pies de superficie por la parte exterior, los mismos se cuentan cubicos de silleria; y el resto de los tizones, que entran en el mazizo de la pared, se cuentan por mampostería: lo que se hace midiendo primero todo el sólido de la tal pared, como si todo fuera mampostería (segun la medida de la Fig. 1.), y luego se mide lo que es de silleria en la misma pared; y restando los pies de ésta de los que salieron de todo el sólido, quedan los que hay de mampostería: esto es lo que se debe practicar en todas partes. (Estando en quanto à medir la sillería al uso, y costumbre del País).

PROPOSICION XII.

De la disminucion de las colunas (Figur. 10.).

Muchos son los Autores, que tratan de la disminucion de las columnas, y de varios modos: aqui solo se trata de uno de ellos, por ser de los mas ordinarios para la práctica de comprehender las medidas; pues mal podrá medirlas el que no sepa delinearlas. Las columnas ordinariamenre se disminuyen en la parte superior, subiendo desde su planta hasta el tercio de su altura, sin disminuirse: otras se disminuyen arriba, y abaxo, siendo mas gruesas en el primer tercio de su altura. La práctica de disminuirlas es la siguiente.

Sea la altura de la coluna, que se ha de trazar disminuida, la linea TD, por cuyos extremos se tiran à discrecion las rectas AS en la planta, y VC, donde remata su altura. Tirese por la tercera parte de TD la MN, paralela à la AS, ò à VC: terminese su diametro AS, que siendo para el orden Toscano, segun Bignola, será la sexta parte de TD; y si fuere para el orden Dórico, sería la septima parte: para el Jónico, se dividirá la TD en 8 partes iguales, y un sexto de otra de ellas, y una de las 8 será el diametro AS. Para los

los dos ordenes siguientes se dividirá la altura TD en 8 partes, y un tercio, y una de las 8 será el diametro: luego se toma la mitad de AS, que será AT; y à esta parte, que es el semidiametro de la basa de qualquiera coluna de los cinco ordenes, le llaman módulo, el qual se dividirá en 12 partes iguales, siendo para los dos ordenes primeros Toscano, y Dórico; y en 18 partes, si fuere para los tres restantes, Jónico, Corintio, y Compuesto. (cuyo méthodo se expresa en la Prop. 12. sobre la Fig. 17. Estamp. 1. del lib. 1.).

El diametro AS siempre se hace de dos módulos en qualquiera de los cinco ordenes; pero el superior VC se hace menor; y segun Bignola, en el orden Toscano se le dá un modulo, y 7 partes de las doce en que éste se divide. En el orden Dórico se le dán un módulo, y dos tercios de otro, que son ocho partes de las 12 de su division. En el Jónico se le dán 30 partes de módulo, que es un módulo, y 12 partes, ò dos tercios de las 18 en que se divide este módulo; y lo mismo se dá à los dos ordenes restantes Corintio, y Compuesto. Pero sin em-

embargo de estas proporciones, en quanto al diametro, que ha de quedar en la parte superior de la coluna, puede haver variedad segun el gusto del Artifice.

Sea, pues, el diametro de qualquiera coluna AS: levantese de su medio T la perpendicular TD, cuya altura se determina en D: tirese por D la VC paralela à AS: levantense de S las rectas AV, SC, paralelas à TD, y se forma un paralelepipedo AVCS: dividase TD en tres partes iguales; y por la primera TL tirese la MN igual á la AS: (en esta figura es mayor MN que AS, por servir para la coluna barriguda): hagase sobre MN el semicirculo MBN (aunque es bastante la quarta de circulo MB): del punto V baxese la recta VI paralela à TD, y corta el quadrante en su circunferencia en el punto I: tirese de este punto una recta al cateto DT, paralela à MN: dividase la LD en las partes iguales que se quisiere; y quantas mas fueren, será mejor. Sea en 4 partes, que se notan con los numeros 1, 2, 3: tirense por ellos las rectas XK, ZQ, RP, todas paralelas à MN, ò à VC: dividase el arco IM en

otras quatro partes iguales, como la LD; y por cada punto de la division de MI, saquese una recta hasta el cateto de la coluna, ò linea TD, todas paralelas à MN: luego se irán pasando por su orden à las de arriba, en esta forma: Tomese en el compás la immediata à ML, y pasese del punto 1 à X, y à K: tomese la segunda sobre ML, y pongase desde el numero 2 en Z, y Q; y tomando la que se sigue entre IM, pasese desde el numero 3 à R, y P: conduzgase por los puntos VRZX una curva, que toque en todos ellos (que se harà con una regla flexible, ò por la práctica de coger tres puntos con un arco, segun la regla de la fig.9. Estampa 1. lib.1.), y se havrá formado el lado de la coluna desde V hasta M, que es los dos tercios de su altura; y baxando de M una paralela à la LT, seria MA; y obrando lo mismo por la otra parte SC, se havrá concluido con la delineacion de la coluna disminuida del tercio MN en riba, y sin disminuirse de A à M.

Si esta coluna huviere de ser barriguda, que es mas gruesa del tercio MN, determinese el grosor MN (este puede ser

ser à arbitrio del Artifice, aunque por regla general le dán los Autores por cada lado de su diametro una parte, y un tercio de otra parte de las que se divide el módulo de la coluna que fuere): sea el diametro de la planta AS: hagase sobre MN el semicirculo M6N, ò sola su mitad N6: del extremo S del diametro AS levantese la recta S5, que corta al arco N5 en el punto 5: dividase este arco 5N en las partes iguales que se quisiere; sea en 2: tirese por el punto de la division la recta O, paralela à LN: dividase tambien TL en otras dos partes iguales como el arco 5N, y será en el punto 4: tirese à discrecion por este punto la recta FE, paralela à MN; y tomando en el compás la linea O, se cortarán desde 4 los puntos FE; y conduciendo las curvas NES, MFA, queda aumentado el grueso de la coluna en el diametro MN del tercio de su altura, desde donde se hará la delineacion antecedente hasta VC (haviendo determinado la cantidad del diametro VC); y por esta práctica se pueden disminuir qualquiera de las colunas de los cinco ordenes.

PRO-

PROPOSICION XIII.

Medir la solidèz de qualquiera coluna disminuida. (Fig. 10.).

Estas medidas se hacen regularmente dividiendo la coluna en diferentes partes iguales con lineas paralelas à los diametros de las basas, como AS, FE, MN, &c. luego se mide la superficie del circulo AS, y la de FE; y juntando estas dos superficies en una suma, se toma la mitad de ellas, y unos la multiplican por la perpendicular T4, y otros por el lado inclinado AF, segun su curvatura; y de lo que sale al producto, toman la mitad, y ésta es el sólido de aquella porcion de coluna AFES: los primeros sacan de menos, y los segundos de mas, y en obras vastas es mejor medir como los segundos, por ser materia de poca entidad; pero siempre será mejor tomar un medio entre las dos medidas. Quando estas obras se huvieren de hacer de algun metal, ò material de mucho valor, y fuere preciso haver de ajustar la medida cabal, por saber las libras de metal, que ha de entrar en

en su fábrica, para lo que es preciso te-
ner conocido el peso que tiene un cubo
del mismo material, haciendo la expe-
riencia con un sólido de una pulgada en
quadro; y sabido el peso de este sólido,
se sabrá las libras de material, que en-
trarán en aquella obra, haciendo la me-
dida con la exactitud, que se expresa en
esta forma siguiente.

Si la coluna fuere disminuida del pri-
mer tercio en riba, se medirá el tercio
de abaxo, que será un cilindro recto (co-
mo ABCD, Fig.7.); y no havrá que ha-
cer mas diligencia, que multiplicar la su-
perficie de su basa AS, ò MN (Fig.10.)
por la altura de la perpendicular TL; y
lo que saliere à la multiplicacion, será el
sólido de aquel tercio. Para los dos ter-
cios de arriba, que son disminuidos, ti-
rese la recta oculta VM, y entre ésta, y
la curva RZX, quedará formado un seg-
mento, como parece en la figura, cuya
diligencia se puede practicar à la otra par-
te opuesta CN, aunque no es preciso: con
esto queda formada una pyramide coni-
ca descabezada, imaginada en el centro,
cuyas basas serán, en la parte inferior, el
cir-

circulo hecho sobre el diametro MN; y
en la superior, el que fuere hecho so-
bre VC: medidas las superficies de las
dos basas, se tomará la mitad de ellas
juntas, y se multiplicará por la perpen-
dicular LD, y los pies, ò pulgadas, que
salieren à la multiplicacion, será la soli-
déz de aquel cuerpo interior: resta aho-
ra que medir el segmento sólido, que ro-
dea la coluna, cuya superficie bertical es
la comprehendida entre la recta VM, y
la curva RZX: midase esta superficie, ò
por la Prop.54. del libro antecedente, ò
tirando diferentes lineas rectas perpendi-
culares à la recta VM, entre la qual, y
la curva RZX, se formarán algunos tra-
pecios, que se medirán cada uno de por
sí, y se multiplicaràn por el orden si-
guiente: Tomese en el compás la distan-
cia que hay de 3 à R, y hagase con ella,
como radio, un circulo: vuelvase à to-
mar en el compás la distancia que hay
de 3 à G, que será el punto que se cruza
la recta VM con la 3R, y hagase otro
circulo con el radio 3G: midase la cir-
cunferencia de estos dos circulos; y to-
mando la mitad de ellas, será esta una
cir-

circunferencia, media proporcional entre las dos: juntese esta circunferencia, que es mitad de las de los dos circulos, que se han hecho con la del circulo de VC; y la mitad de estas dos juntas se multiplicarà por la superficie de RVG, y el producto serà el sólido, que rodea la coluna en la altura 3D, cuya operacion se irà haciendo en todos los segmentos, que faltan desde RG hasta M; y juntandolos todos à la suma de la pyramide conica interior, y truncada, havrá salido la solidéz justa de toda la coluna: si esta fuere barriguda, se podrá tirar la S5C, y se formará una pyramide conica descabezada, cuyas basas serán la mayor AS, y la menor VC, que se medirá como la antecedente MN, VC, y del mismo modo el segmento S5C por sus partes CP, PQ; y asi las demás.

PROPOSICION XIV.

Tender en plano la superficie exterior de las colunas (Fig.11.).

Para tender en plano la superficie exterior de la coluna disminuida antecedente, ò qualquiera otra, tirense aparte (Fig. 11.) las rectas AT, TD, que se crucen en angulo recto en T, y sean largas à discrecion; y teniendo la coluna (Fig.10.) delineada en papel, se dividirà su altura en las partes iguales, que se quisiere; y por cada una de ellas se tirarà una paralela á la basa AS, como se demuestra con las rectas FE, MN, XK, ZQ, RP, que dividen el cateto TD en los puntos 4. L. 1. 2. 3. Hecho esto, se pasaràn las mismas divisiones à la Fig.11. poniendo las cifras de la TD de la Fig.10. en la TD de la Fig.11. y tomando en el compàs la TS, mitad del diametro AS de la Fig.10. se hará AT, Fig.11. de tres semediametros, y el septimo de otro; y haciendo esta misma diligencia con los demás semidiametros de la Fig. 10. en la 11. se hallaràn en ésta las lineas F4 ML, X1, Z2, R3, y VD, y cada una de estas serà igual à tres semidiametros, y un septimo de los de la coluna, Fig.10. y por consiguiente cada linea serà igual á la mitad de la circunferencia, correspondiente à su diametro, notado con las mismas letras en ambas figuras, como se representa en ellas; y asi se halla, que conduciendo

 la

la curva por los puntos VRZXMFA, se ha formado una superficie, Fig. 11. igual à la mitad de la superficie exterior de la coluna, Fig. 10. y doblando ésta será igual à toda la otra. Esto se ha hecho con la mitad de los diametros; y si se hiciere con cada uno de ellos entero, saldria en la Fig. 11. la superficie de toda la coluna, tendida en plano. Esta superficie no hay dificultad en medirla, para lo que se han dado reglas bastantes en las Proposiciones antecedentes, y no hay necesidad de repetir los mismos exemplos: solo entender, que esta figura es compuesta de trapecios, y segmentos de circulos planos, de que se han hecho bastantes medidas en las Figuras 55. 56. y otras de la Estamp. 3. Lib. 1.

PROPOSICION XV.

Delinear en papel las Colunas Salomonicas, ò Mosaycas (Fig. 12.).

Las Colunas Salomonicas, ó Mosaycas, segun asientan varios Autores, fueron inventadas por los Judios: es edificio agradable á la vista, pero no es obra segura para sostener mucho peso sobre ellas: re-

regularmente no se ponen en otros parages, que en retablos, adornos de portadas, y otros edificios semejantes: hay varios modos de delinearlas en papel, como se puede vèr en Poza; pero el mas ordinario, y que està mas puesto en práctica, es el siguiente.

Tirese la recta T3, prolongada à discrecion, y ésta linea será el exe, ò cateto: Sea LL igual al diametro del imoscapo, que es el filete de sobre la basa, que ha de cargar la coluna: dividase LL en 6 partes iguales; y tomando en el compàs una de ellas por radio, se formarà el semicirculo pequeño 5, 1 debajo de LL; pero el centro sea siempre en la linea del cateto: dividase la circunferencia del dicho semicirculo en 4 partes iguales; y por los puntos de la division de aquella circunferencia, tirense las quatro rectas de los numeros 1, 2, 4, 5, paralelas al cateto 3T: describase aparte sobre su misma basa orizontal, continuada la mitad de una coluna barriguda, (ò disminuida sin barriga): sea XZ de iguales dimensiones en anchura, y altura, como la Salomonica. Dividase toda su altura XZ en 48 partes

 igua-

iguales (por lo pequeño de la figura se divide en 24): tirense por los puntos de la division las rectas *cc*, *dd*, &c. continuando hasta Z, y que todas sean paralelas à la basa *ee*, y que pasen todas à discrecion por la 3T: tómese en el compàs la distancia *ee*, que es la primera linea de la coluna lisa: pasese esta linea à la misma que le corresponde en la Salomonica, y sentando una punta del compàs en el cateto, que es la linea 3T, cortense á una, y otra parte los puntos LL: tómese otra vez en el compàs la linea *cc* en la coluna lisa; y sentando la una punta del compàs en la linea 2, correspondiente à *cc*, se señalaràn à uno, y otro lado los puntos OO: tómese la *dd* de la lisa, y pasese à la Salomonica, cortando los puntos VV à una, y otra parte de la linea 1: tómese la *tt*; y desde la linea 2 se cortaràn los puntos *yy*: tómese la *rr*, y desde el exe, ò linea 3 se cortaràn los puntos *bb*. De este modo se proseguirà por el otro lado con las lineas 4, 5, y 3, y continuando por este orden hasta arriba, se harà la delineacion perfecta, cerrando con una curva por ambos lados la superficie vertical de la Colu-

luna Salomonica, de modo, que dicha linea se vaya ajustando à los mismos puntos.

OBSERVACIONES,

QUE SE HAN DE TENER PRESENTES sobre estas Colunas.

1 En estas colunas sobresalen las vueltas mas que los lados de las lisas, la sexta parte de su diametro; de que se infiere, que para hacerlas de madera, ó piedra, se ha de labrar una coluna lisa, que tenga de diametro un tercio mas que si se huviere de hacer como la de la Fig. 10. y si fuere de yeso, ò estuco, se cargarà, y torneará de este material la coluna lisa el tercio mas que su diametro; y si se quisiere que las vueltas no sobresalgan tanto, se hará el semicirculo 5, 1 mas chico, y la coluna será mas fuerte; pero queriendo que sobresalgan mas, se harà el dicho semicirculo mas grande; pero la coluna serà mas flaca para sostener peso sobre ella.

2 Estas colunas se ha de cuidar, que tengan por lo menos 6 vueltas, y cada buelta necesita de 8 partes de las que se di-

divide su altura: si huviere de tener 7 vueltas, se dividirìa su altura en 56 partes, que son 7 veces 8; y en 64, si huviere de tener 8 vueltas; y asi se irian aumentando 8 partes por cada vuelta: si se hacen de menos que 6 vueltas, son falsas; aunque para edificios, que han de mantener mucho peso, de ningun modo convienen estas colunas, pues su propio lugar es, como se ha dicho, para Retablos, Tabernáculos, Portadas, ù obras semejantes.

3 Las vueltas de ellas en qualquiera edificio, se han de echar la una à la derecha, y la otra á la izquierda; porque de echarlas á una mano, causarìa grande fealdad; y si huviere dos colunas en cada lado, las dos de uno pueden dár las vueltas á una mano, y las del otro á la otra mano.

Estas colunas se pueden acomodar á qualquiera de los cinco ordenes; pero regularmente se usa de ellas solo en el Corintio, y Compuesto; y asi, los pedestales, basas, capiteles, y demás miembros, se echan los mismos de aquel orden à que ellas se hayan de acomodar.

PROPOSICION XVI.

Medir la superficie, y solidèz de las Colunas Salomonicas (Fig. 12.).

Si fuere necesario medir la superficie exterior de alguna Coluna Salomonica, para saber los panes de oro, que entrarán en dorarla, ó forrarla de algun otro material, se obrará de este modo: Dividase toda su altura en tres partes iguales, como quando se ha de delinear una coluna lisa, y en cada parte de la division atesele un hilo, ò cuerda delgada, que rodee toda la coluna, y quede la cuerda por todas partes paralela á su basa; y sean las dos cuerdas, que la dividen, PP, y PP. Hecho esto, levantese por qualquiera parte de la superficie exterior un hilo, que divida la coluna en dos partes iguales de alto á baxo, segun el cateto 3T; y al ayre de éste se señalaràn en la dicha superficie unos puntos, tanto en las porciones que abanzan afuera, como en los vacíos, que entran ácia el exe, ò cateto: tómese una cinta encerada, segun se obrò con la Fig. 9. y vayase ciñendo ésta por los puntos que

se han señalado en la linea vertical de tercio en tercio de la altura; y comenzando desde L, se ajustarà la cinta en los puntos O, V, *y*, *b*, hasta llegar al primer tercio P, y la altura de la superficie LP será igual á la largura de la cinta, tirada en linea recta: midase ésta, y tenga por caso 7 pies, que se guardarán para obrar luego con ellos: midase ahora la circunferencia de la planta LL, y la del primer tercio PP; pero no ha de ser segun está la orizontal LL, sino segun otro diametro menor, que es el inclinado LV, cuya operacion se harà poniendo un clavo en L, y rodeandole un cordel, que pase ceñido à la coluna por debaxo del clavo: se tiraràn los dos cabos por la parte opuesta V; y por aquella parte que menos cordél rodeáre la coluna, como por LV, serà la circunferencia. Lo mismo se harà con la del primer tercio de P á Q; y juntando estas dos circunferencias en una suma, que supongamos tuvo la LV 6 pies, y 5 septimos, y la PQ 7 y 2 septimos, que juntas, hacen 14 pies, cuya mitad es 7, se multiplicaràn estos por los 7 de altura, que hay desde L à P, y montarán 49, y estos

será la superficie exterior del primer tercio. Del mismo modo se hará la medida con los otros dos tercios, juntando en el del medio las dos circunferencias de PQ; y multiplicando la mitad de ellas por la altura PP, segun la cinta ceñida en la linea flexuosa verticalmente; y obrando con el ultimo tercio en la misma forma, se juntarán las circunferencias PQ, y AQ, cuya mitad se multiplicarà por PS, ò PA; y juntando las superficies de los tres tercios en una suma, ésta serà la superficie exterior de toda la Coluna Salomonica.

La superficie de las Colunas Salomonicas es mucho mayor, que la de las lisas, quando unas, y otras son de igual altura, y grueso, siendo éste cortado con planos paralelos á la basa; pero las lisas tendràn mas solidéz, la qual, si se huviere de medir, aunque se puede de varios modos, se harà con menos trabajo por el siguiente: Hagase con un exacto pitipie una Coluna Salomónica de yeso, pasado por tamìz, que podrà ser de un pie de altura, ò poco mas, ò menos; pero ésta ha de guardar en todo las mismas proporciones, que la que se mide, que se obrarà con faci-

cilidad, haciendola primero lisa, y despues se tornearán sus vueltas por la Proposicion siguiente de la Fig. 13. Hecha la coluna de yeso, se le podrà dàr un baño ligero de aceyte, mezclado con un poco de pez, ò cera, de modo, que no la haga crecer el baño; y luego que se haya secado, se meterá en una caja, hecha de madera, ò baciada en un estuque de cal, arena, y yeso: en esta caja se medirán las lineas, ó pulgadas cubicas, que tiene su hueco; y metido en ella el modélo, ò coluna de yeso, se llenará de agua; y haviendo estado algun tiempo en esta disposicion, se rellenará la caja con mas agua (si es que se huviere mermado); y estando llena, se sacarà la coluna de la caja, de modo, que no se salga nada de agua al tiempo de sacarla; para lo qual se mete la coluna con dos hilos sutiles de halambre unidos à ella, y con ellos se dexará pendiente sobre la caja, hasta que se haya escurrido el agua dentro de ella: luego se mediràn las pulgadas, ò lineas cubicas (ò las partes del pitipie, con que se huviere fabricado), que hay en el vacío de la caja desde la superficie de su agua hasta la altura, que ésta tenia con el modelo dentro; y tantas como faltáren, serán las que tiene la coluna.

Este es el modo mas seguro para hacer exacta la medida de qualquiera sólido irregular, aunque sea una obra de talla, escultura, ò pieza baciada de qualquiera metal, cuya práctica encontrò Arquimedes por casualidad; y fue ésta, que entrandose à bañar un dia, observó, que haviendose metido en el baño, creciò el agua à proporcion de lo que ocupaba su cuerpo, siendo à tiempo, que andaba buscando modo de justificar la mezcla, ò liga, que havia en una corona de oro muy fino, que mandò fabricar el Rey Hieron, Siracusano, para presentar à sus Idolos, lo que verificò haciendo dos pastas de igual peso à la corona, una de oro, y otra de plata; y metiendolas en una caja, primero la una, y despues la otra, hallo la malicia, y se castigò al Artifice.

Si esta Coluna Salomonica se quisiere tender en plano para saber quánto tiene la superficie exterior de ella, se hará la misma operacion, que en la Fig. 11. pero con esta diferencia, que haviendo dividido los tres

tres tercios con los diametros PP, se medirà la linea flexuosa, como se ha hecho antes; y en cada punto, que correspondiere à la cinta en AP, PL, se harà una señal; y tendiendo en un plano la cinta, tirada con unos clavos de los extremos AL, se harà una recta igual à la flexuosa; y de cada señal, comenzando de la de qualquiera cabo L, se sacará una perpendicular à la cinta, que sea tres diametros de LV, y un septimo mas del mismo diametro; y en el extremo de esta linea se clavarà un clavo; y haciendo la misma diligencia de los señales PP, y A, se pondrá en cada extremo de sus circunferencias otro clavo en cada una; pero estas siempre se han de contar de los diametros PQ, y AQ; y tirando una cuerda, que rodee todos los clavos, se harà con ella una superficie, que el un lado mayor serà linea recta: su opuesto se formará con tres rectas, y dos angulos en PP; y las circunferencias de LL, y AS quedarán paralelas, tendidas en linea recta: con que se havrá formado una superficie de iguales medidas, que la que se ha obrado primero.

PRO-

PROPOSICION XVII.

Práctica de tornear, ó cavar las Colunas Salomonicas (Fig.13).

Para delinear en papel las Colunas Salomonicas, se halla la práctica en muchos Autores; pero no para construirlas de vulto: por lo que parece ser conveniente poner la práctica de executarlas en obra, para que los que saben delinearlas en papel, sepan ponerlas por modélo, ò construirlas de yeso, piedra, ò madera, cuyo exemplo se pone para tornear solo una buelta; pues entendida ésta, se comprehenden todas las demás.

Sea la coluna, que se ha de tornear, el cono cilindrico ABNM, cuyas basas son los circulos formados en los diametros MN en la basa inferior del imoscapo, y AB en la superior del somoscapo: dividase la superior en 8 partes iguales, cuyos puntos se notaràn en la circunferencia con los mismos numeros, como se representa en la figura: por cada punto de ellos baxese una linea recta por la superficie exterior de la coluna, que todas sean vertica-

ca-

cales, segun el exe, ò cateto de ella; esto es, que cada linea con la opuesta del otro lado, corte la coluna en dos partes iguales, como demuestran los diametros de las basas; y tiradas todas, se hallarà, que la linea 1 corta en la basa de NM el otro 1, la del 2 el otro 2, y asi las demás cortan los mismos numeros correspondientes en la parte inferior. Hecho esto, para cada vuelta de la coluna se ha de dividir la altura de ella en 8 partes iguales, como se dixo en la observacion 2. Prop. 15. y porque aqui solo se ha de tornear una buelta, se divide en ocho partes toda la altura AN, ó BM; y teniendo en una regla las 8 partes de la division de la altura, se arrimarà á la linea del 1; y poniendola paralela con el exe, se señalarà el punto L, que baja una de las 8 partes, desde la AB hasta L en la linea del numero 1: pongase otra vez desde el canto de la basa AB en la linea del numero 2 dos partes de las 8, que cortaràn el punto C; y continuando asi, se iràn poniendo las demás en la misma forma, cortando el punto I de 3 partes, el K de 4, el D de 5, el O de 6, el S de 7, y se viene à rematar la

la vuelta en N, donde corresponde la linea del 8. Señalados estos puntos, se tomarà una varilla flexible, como de ballena, ò mimbre, y se ajustarà de tres en tres puntos, de modo, que por todos ellos se pueda señalar una linea, que se tirarà por ellos con la varilla, ò regla, que se huviere ceñido al rededor; y serà la linea desde A hasta K la que corresponde al frente, que se vè por un lado, que es mitad de la una vuelta, y la de puntos KN es la otra media buelta de la parte opuesta. Por este mismo orden se ha de tirar otra linea, que rodee la coluna, comenzando la del numero opuesto à la linea del 1, que serà la del 5, y vendrà à rematar abaxo en el punto M, correspondiente al 4, y opuesto al 8: con esto se tienen las dos lineas, que se necesitan, que la una ha de ser para profundar, y la otra para quedarse por superficie de las partes de las vueltas, que forman el teso: las medidas de lo que se ha de cabar, y dexar, se han de ir tomando de la coluna delineada en plano, segun sus lineas, como en la Fig. 12.

Nota, que la misma práctica, que se ha hecho en el cilindro, se ha de obrar en qual-

qualquiera coluna disminuída ; pero se ha de hacer primero lisa, con toda perfecion, arreglandola en un todo segun lo advertído en la Proposicion 15, donde se previene lo que puede ocurrir sobre estas obras.

PROPOSICION XVIII.

De las colunas, que se forman sobre planos inclinados, su construccion, y medidas (Fig. 14.).

Estos edificios son regularmente para subidas de escaleras, ò rampas de alguna Basilica, ò Palacio, que está situado en alguna eminencia: su delineacion es en esta forma.

Sea un plano inclinado la recta NI, donde se quiere poner alguna orden, ò série de colunas, cuya altura ha de ser NM: tirense las rectas NT, MA à discrecion, y que sean perpendiculares à la bertical NM: levantese en qualquiera parte la perpendicular TA, sobre la qual se delineará la coluna recta del orden, que huvieren de ser las del plano inclinado NI, cuya altura será PB, terminada entre las

las paralelas NI, MQ, igual à la MN, ò AT: delineada la coluna AT, se correrán de todas sus partes de la basa, capitel, ò cornisamento, lineas paralelas à la basa TN, hasta que corten la perpendicular MN, y de los puntos en que ésta se cortáre, se continuarán otras paralelas à la basa NI, alargandolas hasta cortar los exes, ò catetos de todas las colunas del plano inclinado. Hecho esto, se tomarán en el compás las distancias que hay desde el cateto T de la coluna recta, hasta el vuelo, ò proyectura de cada miembro de la basa; y pasando al cateto P de la inclinada, se cortarán igualmente à una, y otra parte de él: cada moldura en su correspondiente, segun guian las lineas paralelas à la basa; y en la ultima, que es el imoscapo, se tomará la TD, y de esta medida se cortarán las PI, PC à una, y otra parte de P, y del mismo modo se obrará en la parte superior, concluyendo en hacer BQ igual à AV; y si las colunas fueren disminuidas, se pasarán los diametros de la disminucion (como los de la Fig. 10.), conduciendo las curbas de los la-

lados por los extremos de los diametros. Si este edificio fuere de pilastras quadrilateras, y paralelos sus lados, poco tiene que entender su construccion, y menos quando son unidas à una pared, como regularmente suelen serlo de un lado; mas quando han de ser sueltas, y redondas, requiere mas inteligencia, lo qual se obra teniendo presente la Fig. 33. Estampa 2. del libro antecedente, cuyo diametro de la coluna recta se supone ser (en aquella figura) la linea AB, y el diametro de la inclinada será AM; y el angulo, que forma el plano inclinado con el orizontal, será A; de que se infiere, que los planos inferiores, y superiores de las colunas inclinadas son elipticos, por ser cortados obliquamente, y las colunas deben ser redondas, segun esta regla de delinearlas: de que se colige, que no pueden ser tan gruesas como las rectas, como se dexa entender en la figura; pues aunque son iguales los catetos TA, y PB, no es la altura de PB mas que la linea MP, que es la perpendicular entre MQ, y NI; de que se dexa entender el modo de medir la solidéz de estas colunas in-

inclinadas, que será por uno de los dos modos siguientes.

1 Midase la planta del plinto de la basa, no segun el corte obliquo, que es eliptico, sino por el diametro orizontal SZ, que es circulo; y la superficie de ella se multiplicará segun la altura, que le tocáre por la linea bertical del cateto PB; y asi se irán midiendo los planos de todas las molduras, multiplicando siempre la area de sus circulos por la parte de linea, que le tocáre à cada una, segun corta dicho cateto; y lo mismo se obrará con la caña de la coluna, multiplicando las areas de los circulos de sus basas, segun la orizontal SZ, que será el diametro de sus circulos, y de este modo saldrán los pies de solidéz de la coluna inclinada, que no serán tantos como los que tiene la recta.

Si se huviere de medir sola la superficie exterior, se medirá la circunferencia de los dichos circulos, la que se multiplicará por la altura de dicho cateto, segun correspondiere à cada una de las partes, que se midiere, como son basa, caña, &c.

 La

2 La misma cuenta saldrá, si se miden las plantas, segun su corte obliquo, que será elipse, las que se medirán segun la práctica de la Fig. 60. Estampa 3.ª lib. 1. sea para la solidèz, ò para la superficie exterior; pero ésta se ha de multiplicar segun la linea PM.

CAPITULO III.

DE LA QUADRATURA de la Esfera, y Elipse: sus sectores, y segmentos, segun Arquimedes.

LAS Proposiciones de este capitulo son el fundamento de las mas medidas del capitulo antecedente, y de donde resultan las prácticas de medir todo genero de bovedas, como se verá despues; por lo que conviene, que el principiante tenga estas proposiciones bien entendidas, para que sepa en qué consiste el acierto de medir los edificios, que se siguen à continuacion.

PRO-

PROPOSICION XIX.

THEOREMA.

La superficie de la esfera es igual à la de un parelelogramo rectangulo, formado de toda la circunferencia, y todo su diametro.

DEMONSTRACION.

Imaginese, que el rectangulo MZN (Fig. 8.) es formado de la circunferencia de un circulo mayor de una esfera, cuya linea, tendida en plano, será MN de 22 pies (por exemplo); y su diametro MZ de 7 pies, cuyas dos lineas forman el angulo recto en M. Digo, que tirada la diagonal ZN, queda formado el rectangulo MZN, cuya area será igual à la mitad de la superficie exterior de un globo, y que ésta será como dos veces la superficie plana del circulo mayor de la esfera, como se prueba en esta forma: Teniendo el circulo 7 de diametro, tendrá 22 de circunferencia; y multiplicados la mitad de 7 por la mitad de 22, saldrán 38 y medio, que serán los pies superficiales de aquel circulo plano. Midase asimis-

 mo

mo la mitad de MZ, que de 7 es 3 y medio, por los 22 de la MN, ò la mitad de los 22, que es 11, por los 7; y de qualquiera modo vendrán à la multiplicacion 77, cuya mitad es 38 y medio, con lo que queda demonstrado, que el triangulo MZN es mitad de la superficie exterior de la esfera: luego formando un paralelogramo, cuyos lados mayores sean iguales à su mayor circunferencia, y los dos menores iguales à su diametro, será la superficie de éste igual à la de toda la esfera; y por consiguiente como quatro superficies juntas de su mayor circulo plano.

PROPOSICION XX.

THEOREMA.

La superficie del cilindro circunscripto à la esfera, sin contar la de sus basas, es igual à la superficie exterior de toda la esfera (Fig. 15.).

Consta de la Proposicion antecedente, que si se cortáre una tela igual al paralelogramo formado de la circunferencia, y diametro del circulo, se ajustaria al rededor de la esfera CmOZ, como se representa en la figura metido el globo dentro del cilindro PQBD, cuya altura es igual à la del diametro Zm, y la tela rodearia toda la circunferencia del cilindro Pn, Qm, menos la de sus basas.

PROPOSICION XXI.

THEOREMA.

La solidéz de la esfera es igual à una pyramide conica, cuya basa sea igual à la superficie exterior de toda la esfera, y su altura igual al tercio del radio (Fig. 15.).

Imaginese, que el diametro BZD es de un circulo, cuya area sea igual à la superficie de la esfera ZCmO (por toda su exterioridad), y su altura ZA es tercio del radio de la misma esfera: digo que la solidéz de la esfera es igual à la pyramide conica ABD, como consta de las Electas de Euclides, por cuya doctrina se entrarà en la práctica de las Proposiciones siguientes.

PROPOSICION XXII.

Medir la superficie de la esfera de sus

sectores, y segmentos (Fig.16.).

1 Para medir la esfera, hallese la superficie del circulo de su mayor diametro (por la Proposicion 51 del libro antecedente), y quatrodoblandola (que será multiplicarla por 4): lo que saliere será la superficie exterior de ella, ò multiplicando el diametro por la circunferencia.

2 La media esfera no se hace mas que doblar la area de su mayor circulo plano; y la suma será la superficie exterior sin la de su basa; y lo mismo saldrá multiplicando la circunferencia del circulo plano HEXF por la sagita, ò perpendicular TH, cuya superficie será igual à la mitad de la esfera sin su basa, ò à la superficie del cilindro EDFB, que es igual à la semiesfera, por su redondéz exterior.

3 Para medir la superficie de un segmento de esfera correspondiente à su convexidad *cXo*, midase la circunferencia de su basa, cuyo diametro del circulo de ella es *cZo*; y multiplicandola por la sagita, o altura ZX, saldrá al producto la superficie exterior, sin contar la del circulo de su basa.

Si

4 Si el segmento fuere entre dos cuerdas de un circulo, como entre EF, y QP, midase la circunferencia de su mayor circulo, cuyo diametro será EF: multipliquese por la altura de entre las dos cuerdas, que es TZ, y lo que saliere será la superficie que rodea el segmento, segun la curbatura de E*c*, ò de *o*F, y esta superficie será igual à la del cilindro EQPF, levantado sobre su mayor circulo EF, y de la misma altura TZ.

5 Si este segmento fuere cortado con dos cuerdas, cuyos planos no fueren paralelos, se obra la medida de la misma forma, multiplicando la circunferencia del circulo mayor por la altura TZ. Sobre esto solo hay que advertir, que la TZ podia variar en altura, como si el extremo *c* baxáre ácia E, ò al contrario, y en este caso sería QE mas corta, y FP mas larga: luego en este caso se puede obrar sin hacer cuenta con la TZ, solo juntar las dos alturas QE menor, y FP mayor; y tomando por TZ la mitad de la suma de las dos alturas, se multiplicará ésta por la dicha circunferencia del circulo mayor EF, y saldrá la medida que se desea.

Pa-

6 Para medir la superficie de un sector de esfera, como T*c*X*o*, se multiplicará primero la circunferencia de su mayor circulo (cuyo diametro es *oc*) por la altura de su sagita ZX; y lo que saliere al producto, será la superficie de *c*X*o*Z igual à un cilindro de su altura, como lo es *cmno*; y guardando esta superficie, se medirá la de la pyramide conica, que es *c*T*o* por la Prop.9. de este libro; y juntandola con la que se guarda del segmento *c*X*o*Z, la suma de las dos partidas será la superficie de todo el sector.

PROPOSICION XXIII.

Medir la solidéz de la esfera, y la de sus sectores, y segmentos (Fig.16.).

1 La solidéz de la esfera se mide con brevedad en esta forma: Multipliquese la circunferencia de su mayor circulo por todo su diametro, y el producto será la superficie exterior de toda la esfera: multipliquese esta superficie por la sexta parte del diametro, ò tercio del radio, y lo que saliere à la multiplicacion será la solidéz de la esfera: si fuere media esfera, se medirá por entero, y se tomarà su mitad: demuestrase esto por la Proposic.21. de este libro.

2 La solidéz del sector esferico T*c*X*o* se hallará multiplicando la superficie exterior del segmento *c*X*o* (ò la del cilindro *cmno* su igual) por el tercio del radio TX, y lo que saliere à la multiplicacion será la solidéz que se busca.

3 Si se huviere de medir la solidéz del sector mayor T*c*H*o*, midase la superficie esferica *c*H*o*, y multipliquese por el tercio del radio TH, y el producto será la solidéz.

4 Para medir la solidéz del segmento *c*X*o*Z, midase el sector T*c*X*o*; y restando la pyramide conica *c*Z*o*T, quedará la solidèz del segmento *c*X*o*Z: de cuya práctica se colige el poder medir qualquiera anillo, ò zona de un circulo sólido, cuyo cuerpo fuere rodeado con el plano bertical *c*X*o*Z, ò solo su mitad, su tercio, ò quarto, &c.

5 Si se huviere de medir el segmento mayor QPH, se puede obrar por uno de dos modos.

Primero, midase el sector T*co*H, multi-

tiplicando la superficie del cilindro DQBP (que es igual à la superficie esferica QHP) por el tercio del radio TH (num. 3. de esta Proposicion), y será la solidéz del sector: midase tambien la pyramide conica *co*T (por las reglas de la Fig. 8.); y juntando la solidéz de ésta con la del sector, serán las dos juntas el sólido del segmento QPBD.

Segundo, midase la esfera por entero; y restandole el segmento menor *c*X*o*Z, quedará en la resta la solidéz del mayor QPBD.

6 Para medir la solidéz de entre dos segmentos de esfera, cuya parte fuere E*co*F, midase la solidéz de toda la esfera; y restandole la de los dos segmentos *c*Z*o*X, y ETFH, quedará en la resta la solidéz, que se pide; y asi se obrará con sus semejantes.

PROPOSICION XXIV.

Medir la superficie de la Elipse (Fig. 17.).

Haviendo entendido las medidas de la esfera, con facilidad se comprehenderán las de la Elipse, ù ovalo, cuyos cuerpos, siendo regulares, pueden ser en dos formas,

mas, que son longos, ò latos. Elipse longa es la que se forma al rededor de su diametro mayor, sirviendo éste de ege, ò cateto inmovil, por cuyo rededor se anda, ò tornéa el semidiametro menor, y se forma un sólido semejante à la hechura de un huevo, que será de iguales extremos, y medios. Elipse lata, ò ancha es la que se forma con el semidiametro mayor al rededor del diametro menor, y sale la Elipse en forma de una esfera algo escachada; y para obrar las medidas de estas dos Elipses, se hará por las reglas siguientes.

1 Para medir la superficie exterior de la elipse longa (cuyo nombre, por ser sólido, se le dá de Esferoide, asi como al circulo de esfera), tomados en el compás sus dos diametros mayor, y menor, se delineará en papel su mayor plano, que es el que se corta de alto à baxo por el ege del diametro menor, cuya figura se supone yá delineada, como ABIRN (Fig. 17.): hallense los arcos de que se puede componer la elipse plana; y sirviendonos de la mitad de ella, dividida por el diametro menor BN, se halla,

lla , que el arco IR es formado del cen-
tro X , formando un sector XIR : tirese
la recta IR ; y por el extremo del dia-
metro mayor opuesto à A , tirese la VS
paralela à la cuerda IR ; y levantando las
IV , RS perpendiculares à IR , se ha for-
mado un cilindro IVSR , cuya superficie
será igual à la del segmento esferico del
arco que corta la cuerda IR , como lo
fué en la fig. 16. antecedente à ésta , el ci-
lindro *cmno* , con la superficie del segmen-
to *cXoZ*. Teniendo conocida la superficie
esferica del segmento IVSR , se doblarà
por la que corresponde à otro segmento
en el extremo A igual à éste , y guarde-
se la suma de la superficie de estos dos
segmentos. Ahora falta que medir la su-
perficie del sólido IDPRNQ , que es fi-
gura de una cuba , la qual se obrarà ajus-
tando por qualquiera de sus lados una
cinta , ò correa como de P à D , y à I ; y
midiendo la circunferencia de un circu-
lo, cuyo diametro fuere una recta , tira-
da del medio del arco DI al medio de
otro su opuesto NR , se multiplicará la
circunferencia de este circulo por lo lar-
go de la correa ; y lo que saliere à la
mul-

multiplicacion , sera la superficie exterior
de la figura de la cuba , la qual se junta-
rá con la que se guarda de los dos seg-
mentos , y todo junto será la superficie
exterior de la Elipse longa.

2 Si la Elipse fuere lata , ò escachada,
su mayor diametro será circulo ; y cor-
tada berticalmente por el ege , ò diame-
tro menor , quedará formada en plano
la Elipse mayor de la Esferoide en la mis-
ma forma antecedente , cuya superficie
se mide como se ha expresado arriba , à
excepcion , de que en lugar del sector
XIR se ha de formar el DQNR ; por-
que la recta QCR corta un circulo pla-
no , lo que antes cortaba la IR : luego
formando los cilindros QLRM , y OPIK,
son las superficies de ellos , sin contar
las de sus basas , iguales cada uno à la
de su segmento esferico : luego juntan-
do estas dos superficies , se guardarán ; y
midiendo con la correa el arco PAQ , se
tirará una recta por medio de PA , ò
AQ al otro arco correspondiente à la parte
opuesta ; y midiendo el circulo , que sobre
ésta recta se imagináre , se multiplicará su
circunferencia por lo largo de la correa,
y

y saldrá la superficie exterior del sólido del centro, à quien, juntandole las superficies de los dos segmentos esfericos, que se han medido, será la suma de todo la superficie que se pide de la Esferoide lata, ò ancha, sin entrar ninguna de sus basas.

PROPOSICION XXV.

Medir la solidèz de la Elipse (Fig. 17.).

Para medir la solidèz de la Elipse, se medirán los segmentos opuestos, que fueren sus basas circulos (por la Proposicion 23. de la Fig. 16.); y midiendo la superficie bertical de uno de los otros dos lados, que no son circulos, se multiplicarà por la circunferencia, que rodeáre el sólido del centro, que será un cilindro sólido; y midiendo éste, se juntaràn todas las solideces en una suma; y lo que todas juntas sumáren, serà la sólidez de la pieza, sea longa, ò lata.

Nota, que para multiplicar el sólido, que corresponde en el segmento bertical QCNR, ni ha de ser por la circunferencia del diametro BC, ni por la del DN, porque és-

ésta serà medida larga, y aquella serà corta. Lo que se hace para obrar con seguridad estas medidas, es partir el plano vertical en dos superficies iguales, con una linea paralela à la basa QR, para lo qual se han dado bastantes reglas en el cap. 8. lib. 1. y tomando la medida desde el punto que cortáre la linea de la particion entre C, y N., hasta el exe de la Elipse, con esta distancia se ha de hacer un circulo, cuya circunferencia se multiplicarà por el plano vertical QNCR, y lo que produxere serà el sólido, que rodéa el segmento todo el cilindro interior RQPI.

1 De otro modo, que segùn doctrina de Arquimedes de Esferoyde, mide el Padre Tosca en su lib. 11. Prop. 26. Geom. Pract. y es como se sigue: Pidese la solidèz de la esferoyde longa, cuyo diametro inmóvil fue el mayor que sale de A, pasando por el centro X, hasta el extremo opuesto, que sirviò de exe para tornear la esferoyde longa, cuya longitud sea 20; y el menor DN, que se moviò, sea 15, cuya basa es circulo: midase su area superficial, y serà $176\frac{11}{14}$: multipliquese esta superficie de la basa mayor, que es DN, por los

los dos tercios del diametro mayor, que de 20 son 13 y $\frac{1}{3}$, y montaràn 2357, y un septimo (que son en esta cuenta 2 y $\frac{1}{7}$, mas que lo que dicho Tosca saca en las mismas partidas) y esta serà la superficie de la esferoyde. La razon es, porque segun la regla de Arquimedes, tiene el circulo del mayor diametro, con el circulo del menor, razon duplicada. Esto supuesto, sea FAE el emisferio sobre el diametro mayor, que se supone FE, igual al de A: sea FGHE el cilindro, cuya basa es la misma del emisferio, y su altura sea dos tercios del semidiametro mayor de la esferoyde, ò radio del emisferio: sea DOLN otro cilindro de la misma altura; pero su basa sea el circulo del menor diametro de la esferoyde.

Por tener estos dos cilindros una misma altura, son como sus basas. Estas basas son entre sì como la semiesferoyde al emisferio, segun Arquimedes: luego dichos cilindros son como la semiesferoyde al emisferio. Siendo, pues, el cilindro FGHE igual al emisferio, por tener éste dos tercios del cilindro circunscripto à dicho emisferio, el que tambien es dos tercios del mis-

mismo cilindro, por tener con èl razon subsesquialtera: luego tambien el cilindro DOLN es igual á la semiesferoyde longa, y su duplo igual à toda ella. Multiplicandose, pues, la superficie del circulo de su basa BC por los dos tercios del diametro, tambien se medirà del mismo modo la esferoyde.

2 Pidese ahora se mida la solidéz de la esferoyde lata, cuyo diametro, que se movió, fue el mayor, que es 20, y el menor, que estuvo inmovil, es 15: hallese el area del circulo, que es 20, y será 314 y dos septimos: multipliquense por 10, que son los dos tercios de 15, y montaràn 3142 y $\frac{6}{7}$. El Padre Tosca saca 2, y los 6 septimos en su cuenta de menos, que pudo ser por equivocacion suya.

A estas medidas se siguen otras de conoyde, parabola, y hyperbola, que son los cortes de un cono; pero no son esenciales para la práctica que aqui se necesita; y caso de serlo, se obrará qualquiera medida de ellas por la Propos. 16 de este libro, segun la ultima medida de ella.

CAPITULO IV.

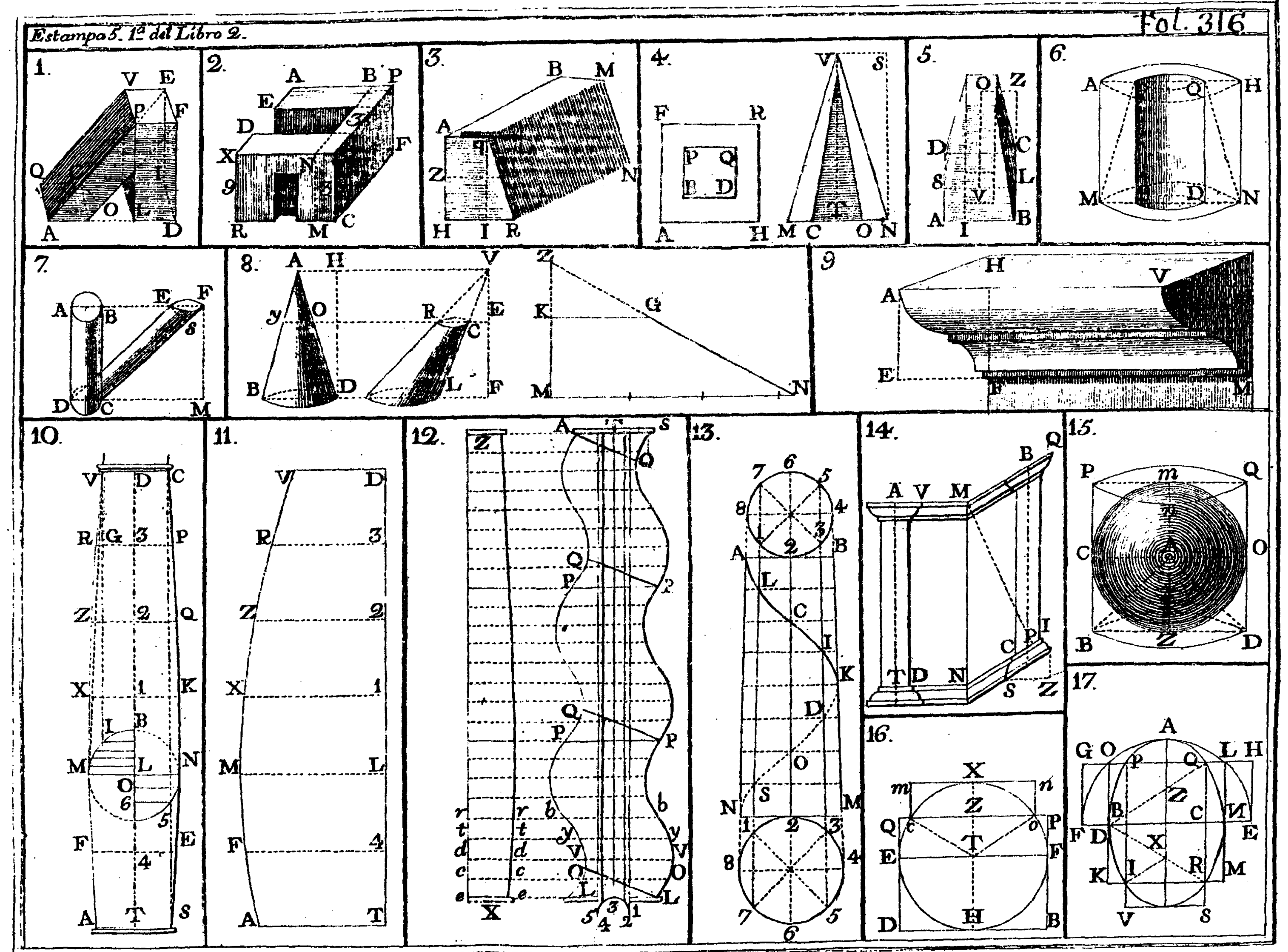
EN este Capitulo se expresa la práctica de construír, y medir toda suerte de arcos.

PROPOSICION XXVI.

De la construccion de los arcos esfericos (Fig 18.).

(*ESTAMPA VI.*)

Sea la mitad de un arco esferico el quadrante BIN, sobre cuya forma se ha de cargar el arco BEIV (sea de ladrillo, ò sillería), para cuyo efecto se ocupa primero el hueco NBI, y otro tanto, que falta para su cumplimiento à la otra parte, con unas cimbras de tablones, ajustadas á la superficie concaba, segun la curva BSI, que se perfeccionarà clavando un clavo en el centro N, al que se mete el cabo de un cordel con un anillo en su extremo; y tirando el cordel hasta B, se le pone una señal fija en este punto; y en qualquiera parte que pare el cordel, tocará la señal en la



J.s M.z f.t

la curva del arco, como hace en S; y éste cordel tirado, corta la junta SC. Si para armar estas cimbras no se quisiere valer de tablones, por escusar gasto, ò por ser los arcos de poco diametro, se ponen unos maderos desde los arrancamientos de ellos, hasta que se ajusten, formando un angulo en I; y el hueco de entre estos maderos, y la curva BSI, se llenarà de ladrillo en seco, y sobre èl se perfeccionarà con cal, ò yeso su forma, cuya práctica es bien sabida de qualquiera mediano inteligente; y no es necesario mas advertencia, que el que se perfeccione la superficie sobre que ha de cargar el arco. Hecha la forma de él, se repartiràn las dovelas en numero impar, y se comenzarà à levantar de los dos lados á un tiempo, sin cargar mas hiladas à uno, que à otro; y tirando el cordel por cada punto de los que dividen las hiladas en la linea BSI, se vàn ajustando los ladrillos, ò dovelas al ayre del dicho cordel, procurando que á la ultima hilada, que ha de acuñar en la clave I, le quede lugar para dos juntas de cal, ò yeso, como haya de ser arco de ladrillo; pero si el arco se huviere de hacer de sillerìa,

como se representa en la figura, se dividirá su forma BSI en hiladas nones, como en 5, 7, 9, &c. (por lo pequeño de la figura se divide en 5) Esta delineacion, con sus mismas medidas, se hace en un plano orizontal; y señalando en èl todas sus hiladas, con el cordel tirado por los puntos de la division de las dovelas se señalan las juntas de la frente, ò paramento exterior, como parece en la figura; y para las juntas, y circunferencia del arco se hace la plantilla, ó baybèl LDS, con la que se señalan en las piedras las juntas, y concavidad de su montea, haciendo las piedras iguales de largas, segun la division, que se huviere repartido; y labradas que sean aparte, se ponen en el arco, y quedarà éste perfectamente concluido; y estando las juntas bien casadas unas con otras, no se necesita entre ellas ningun otro material. De las estrivaciones se tratará adelante.

PROPOSICION XXVII.

Medir la superficie, y solidèz de los arcos, y bobedas esfericas (Fig. 18.).

Para medir qualquiera arco, ó bobeda

da de cañon seguido, midanse sus radios mayor, y menor. Sea el menor NB: tenga 8 pies: multipliquense por 3 y un septimo, y seràn 25 y un septimo: sea el radio mayor NZ de 10 pies, que multiplicados por 3 y un septimo, hacen 31 y 3 septimos, y juntos con los otros, hacen 56 y quatro septimos, y estos son los pies de linea, que corresponden à las dos circunferencias BI, ZO (pero estos serán en todo el semicirculo): tómese la mitad de estas, que de 56 y 4 septimos, son 28 y dos septimos, y ésta serà una circunferencia media proporcional entre las dos, que cortaria por medio de ZB, OI; y porque la frente del arco es ZB de 2 pies, multipliquense por estos los 28 y 2 septimos, y montarán 56 y 4 septimos, y tanta será la superficie del frente del arco en todo su semicirculo: ésta se multiplicarà por el fondo de la bobeda, y tenga por caso 14 pies, que multiplicados por los 56 y 4 septimos, son 792, y estos serán los pies cubicos de su solidèz.

Si solo se huviere de medir la superficie concava, se multiplicarán los 14 del fondo por los de la circunferencia BSI de to-

todo el semicirculo, y el producto serà lo que se pide.

PROPOSICION XXVIII.

De la fabrica de los arcos apuntados, ò en punta (Fig. 19.).

Sea el diametro de un arco apuntado la recta NM, su altura HV, y su grueso MC: para hallar sus centros, tirese del extremo N al extremo V la recta NV: tómese su medio en I, y tirese la IC, perpendicular à NV, que corta la orizontal del diametro, alargada en C, y este punto serà el centro de donde se ha de formar el arco NV; y de otro punto semejante à la otra parte se formarà el arco MV, dando desde los mismos centros los arcos exteriores, que forman los paramentos DA, DC: dividase en qualquiera lado qualquiera arco interior, ò exterior en las dovelas que pareciere, como sean nones en todo él: sea en el lado MU el arco exterior en tres hiladas y media (la media escasa, para que la clave no sea muy pesada, ni tan grande como las otras, por no ser conveniente en esta clase de arcos). Hecha la division en los puntos DRFC, dividase la linea orizontal de centro á centro en tantas partes iguales, como dovelas, ò hiladas tuviere el arco, y sea de C hasta H, medio del diametro en tres partes y media, que son las que corresponden à la una mitad, y haciendo lo mismo à la otra parte, se notaràn las divisiones, siendo N la primera, 2 la segunda, y 3 la tercera, quedando entre 3, y H la media para la clave: tirese de la primera N al punto F la recta NF, y del 2 la 2R, y del 3 la 3D: con esto quedan delineadas las juntas de aquel lado MV; y obrando lo mismo en NV, quedarà la delineacion hecha con toda hermosura, y seguridad, cortando en la misma forma las piedras para las dovelas por medio del baybèl AI; pero este baybèl debe ser con juego en el angulo I, para que se pueda cerrar en los angulos de las juntas superiores, por ser menores estas, quanto mas dovelas se fueren levantando; y por el mismo orden se asentarà el arco sobre las cimbras, que se haràn ajustadas al hueco NVM.

Nota. Estos arcos son mejores para sostener peso sobre sus claves, que para re-

resistir empujos contra sus tercios; porque estos con facilidad hacen saltar para arriba á las claves; y asi son propios para cubrir torres, ó formar medias naranjas realzadas, y mas si estas han de llevar linternas, para cuyos edificios es mejor, que las juntas concurran siempre á los primeros centros, como á C, y asi fabricados pueden mantenerse con poca, ó ninguna estrivacion.

Si su fabrica fuere de ladrillo, en cada punto de la division de la basa, de donde se cortan las juntas, se clavará un clavo; y conforme se fueren levantando las hiladas, se irá mudando el cordel, que servirá de cintrel para las juntas, y montea.

PROPOSICION XXIX.

Medir los arcos, y bobedas apuntados, ò en punta (Fig.19).

Para medir los arcos, y bobedas apuntados, es la mayor dificultad el hallar la circunferencia de ellos, la qual, si los arcos son regulares, forman las cuerdas con el diametro un triangulo equilatero, y cada arco toma un tercio del semicirculo, cu-

cuyo radio fuere su diametro, ò cuerda de cada arco, y en este caso es facil hallar las circunferencias; pues sabida la del circulo, cuya parte es el arco, con tomar la sexta parte de todo èl, ó la tercera del semicirculo para cada porcion NV, y VM, se tiene conocido todo; pero porque sucede, que por necesidad suelen hacerse mayores, ò menores, es preciso valerse de otras operaciones, que serán las mas breves una de las dos siguientes.

1 Para salir de una vez con la operacion, tómese qualquiera punto, entre medio de la superficie, ò paramento de las dos circunferencias A, y N, que son la concava, y convexa; y del cento C hagase el arco de puntos NV, y esta circunferencia es media proporcional Arithmetica entre las dos, concava, y convexa; y por la Prop. 20. del libro antecedente hallense los grados, que vale el arco de puntos NV: sean 55; y midiendo el radio, supongamos que es CN, y que tenga 14 pies: multipliquense 14 por 3 y un septimo, y montaràn 44, que serán los pies de circunferencia, que tendria el semicirculo de este radio; y porque el semicirculo tiene 180 grados, y el ar-

arco de puntos N, V solo tiene 55 grados, hagase una regla de tres en esta forma: Si 180 grados del semicirculo, cuya parte es el arco NV de puntos, dá en su circunferencia 44 pies, el arco NV, que vale 55 grados, què pies tendrà? Multipliquese el segundo numero 44 por el tercero 55, y el producto 2420 partase al primero 180, y vendràn á la particion 13 y quatro novenos, y estos seràn los pies de la circunferencia NV; y doblandola por otra tanta del otro lado VC, seràn 26 pies, y 8 novenos, que se multiplicarán por dos del ancho MC, y montaràn 53 pies, y 7 novenos, y esta será la superficie exterior del paramento, que se multiplicarà por el fondo del arco, ò bobeda, y lo que saliere à este ultimo producto serán los pies cubicos del propuesto arco.

2 Si se quisiere medir con mayor brevedad, ajustese una regla flexible, dividida en pies, por la parte cóncava, bien ceñida al arco, y hagase lo mismo por la parte convexa; y juntando las dos en una suma, la mitad de ella seràn los mismos pies, que salieron en la circunferencia NV de puntos; y en lo demás se obrará como antes.

PRO-

PROPOSICION XXX.

De la construccion de los arcos, ò bobedas elipticas en cañones seguidos (Fig. 20.).

Sobre las Fig. 34. y 36. de la Estampa 2. lib. 1. se ha tratado bastante sobre las construcciones de vueltas elipticas, que se han de aplicar à esta Proposicion, cuya práctica considero de las mas utiles, que hasta ahora se han dado á luz, la qual me preciso á inventar la necesidad (que esta es quien hace discurrir à los Artifices, quando hay escaséz de materiales).

Pidese, que sobre el diametro AMA, y de la altura ML se haga el arco ALA, formado por vuelta de cordel; pero con tal arte, que sirva el cordel para llevar las juntas de las dovelas, y sus monteas con tanta perfeccion, como en un arco esferico.

OPERACION.

Formese (por la práctica de la Fig. 34. Estamp. 2. del Lib. 1.) el arco ALA, que será su concavidad: inscribasele debaxo arbitrariamente el otro arco de puntos DZD, que se formarà hallando los focus

VV,

VV, y el punto Z, con lo que se havrà conseguido, que el arco DZD sea paralelo, ò equidistante al arco ALA : atese el cordel en los clavos V, formando con él el angulo VZV (haviendole metido primero un anillo, ò sortija de cobre, ò hierro, de las que se usan para correr las cortinas, como se representa en K, ò en Z) : al anillo Z atese otro cabo de cordel, como ZL, ò K*r* ; y este cabo de cordel será el que describa las monteas, y señale las juntas de las dovelas en el paramento del arco, como todo se manifiesta en la figura con demonstracion evidente ; pues tirando el cabo del cordel sobre L, haviendo puesto una señal en él, ajustado á la circunferencia, tocará en el punto L, y señalarà la junta del paramento, y su centro concurre á M ; y llevando el cabo L al punto *r*, correrá por el cordel VZV el anillo Z, hasta K, donde forma otro angulo VKV, señalando en el arco el punto de su circunferencia *r*, como tambien su junta, que concurre al centro E, dividiendo la oculta *r*E en dos partes iguales al angulo VKV ; sucediendo lo mismo en qualquiera otro lugar, que se fije el punto K,

K, ò Z, el qual dexará descrita en qualquiera plano la circunferencia eliptica, como parece en la figura ; de que se infiere, que la Elipse descripta por vuelta de cordel es de infinitos centros.

Nota. Del mismo modo, que se ha delineado esta vuelta eliptica, rebajada, se hará remontada con solo poner los puntos VZV en el exe vertical, asi como aqui se han puesto en el orizontal.

Con este artificio he construído bobedas baídas elipticas sobre plantas quadrilongas, como ABFA de la presente figura, formando con el mismo cintrel sus pechinas, y cascaron. Del mismo modo se puede obrar en medias naranjas, no dudando, que por esta práctica adelantarà mucho qualquiera Artifice, sin tanto dispendio, ni trabajo, como el que se gasta regularmente.

PROPOSICION XXXI.

De las medidas de Arcos, y Bobedas elipticas en cañon seguido (Fig. 20.).

Para medir con brevedad la cara, ò paramento de un arco eliptico, se ha de imaginar un paralelogramo formado de su diametro, y altura.

EXEM-

E X E M P L O.

Sea el paralelogramo ABFA, cuyó diametro del arco sea igual á BF, y su altura hasta la parte convexa qualquiera de sus lados menores AB: tenga AA, ó BF 24 pies, abrazando en estos toda la planta de los gruesos de dovelas, y de altura, hasta la parte superior del arco, como de M à L: tenga 9 pies: multipliquense estos 9 de alto por los 24 de ancho, y el producto 216 serán los pies que tiene la superficie vertical ABFA, incluso en ella el hueco AZAM, y frente, ó paramento del arco ArLA, como tambien el de las dos pechinas, ó enjutas BF: vuelvanse à multiplicar los 216 por 11, y montan 2376, que partidos à 14, vienen al cociente 169 y 5 catorceabos, y estos son los pies, que quedan al paramento del arco, y su hueco, que restados estos de los 216, quedan 46, y 9 catorceabos, que son los que tienen las dos superficies de los triangulos mixtilineos B, y F: restese ahora la superficie eliptica del hueco: sea su diametro A20, y su altura MZ sea 7, que multiplicados unos por otros, hacen 140, y estos por 11, im-

importan 1540, que partidos à 14, vienen al cociente 110, y estos son los pies superficiales, que debe tener el hueco AZAM, los que se restarán de los 169 y 5 catorce abos, y la resta 59 y 5 catorce abos serán los pies superficiales, que tenga el frente, ò paramento del arco, los quales, si se multiplican por el grueso, ò fondo de la bobeda, saldrá su solidèz: y esto mismo sucederà con las pechinas, pues con las operaciones, que se han hecho, se han separado las superficies verticales de pechinas, ò enjutas, paramento del arco, y hueco de éste.

Por esta práctica se obrán las medidas con brevedad, y sin diferencia notable, las que si se quisieren hacer mas ajustadas, se pueden obrar por la práctica de la Fig. 30. de esta Estampa.

PROPOSICION XXXII.

De la fabrica de los arcos alintelados, ò en regla de los escarzanos, y algunas dificultades, que sobre ellos acontecen; y qué estrivacion debe darse à toda clase de arcos (Fig. 21.).

Arco alintelado, ò en regla es el que no

no tiene montea alguna, ni para su cimbra se gasta mas que un trozo de madera recto; y si el arco fuere de mucho fondo, se quaja su hueco de tablones, cargandolos sobre dos maderos, que cada uno se asienta en un extremo, poniendolos paralelos uno à otro, y bien nivelados.

Arco escarzano es qualquiera, que su circunferencia sale de un centro de circulo, y no llega à ser mitad de su circunferencia, y regularmente es el tercio del semicirculo: su diametro es lado de un triangulo equilatero, y su centro el angulo opuesto: la fabrica de este arco, y la del alintelado son de una misma forma, que es como se sigue.

Sea el arco, que se ha de construír, escarzano CH*r*: sobre el diametro C*r* con la distancia suya, desde sus dos extremos, como centros, haganse dos arcos, que corten el centro M; y puesto un clavo en M, se le mete el cabo de un cordel, poniendo en éste una señal á la distancia MC, ò M*r*; se tornea la forma CV*r*, y sea de ladrillo, ò sillería, se asientan sus hiladas, ò dovelas, segun la tirantéz del cordel, fijado en M, como se representa en la figura. Siendo el arco alintelado, será su forma, linea recta, como la de puntos C*r* por la parte cóncava; pero por la convexa se hacen de varias formas, unos son rectos, como C*r*, otros circulares, como FHG, y otros ván aumentando ácia la clave sus dovelas, à modo de escalones; pero siempre se obra todo con un mismo cintrel, y no tiene su fabrica dificultad especial, sino es quando alguno de estos arcos se ha de obrar en parage que no se puede fijar el cintrél en M, por ser ocupado con agua, ù otro embarazo, hasta la altura de QP. Esta dificultad se vence del modo siguiente.

Tómese la medida del diametro C*r*, y en qualquiera plano llano formese el triangulo equilatero C*r*M: midase la distancia que hay de C à Q, ò de *r* á P, donde está fuera de estorvo: presentese una regla, ò tabla QP, paralela al diametro C*r*, y formando el arco escarzano en el plano aparte, dividanse en èl sus hiladas, ò dovelas; y tirando rectas del centro M á los puntos de la division del arco curvo CV*r*, ò del alintelado recto C*r*, se harán las señales correspondientes á cada hilada en la ta-

tabla QP: con este artificio se acomodará la tabla en su lugar correspondiente, para construír el arco; y clavando un clavo en cada señal de las de la tabla, se harán los puntos de la division antecedente; y poniendo el cordel en el clavo, que corresponde en la tabla para cada hilada, se harà la obra con la misma perfeccion, que si se tirasen todas del centro M, como se demuestra todo claro con las mismas lineas de la figura.

PROPOSICION XXXIII.

Medir la solidèz de los arcos alintelados, y escarzanos (Fig. 21.).

1 Si se huviere de medir el arco alintelado recto por abaxo, como la cuerda C*r*, y por arriba circular, como FHG, hallese su centro, que serà el punto M: midase la superficie del sector MFHG por la Prop. 53. lib. 1. y de ésta restese la del triangulo equilatero MC*r*, que éste se medirà por la Prop. 46. de dicho libro, y la resta, que quedáre, serà la superficie que hay entre la recta C*r*, la curva FHG, y las rectas de los lados CF, *r*G, que es la superficie vertical, ò cara exterior, la quál se multiplicarà por lo que tuviere de fondo, y lo que viniere à esta ultima multiplicacion seràn los pies cubicos del tal arco, ó bobeda.

2 Si el arco fuere escarzano, midase el sector mayor MFHG, y de éste se restarà el menor, que es MCV*r*, y la resta serà la superficie vertical CV*r*GHF, y esta se multiplicarà por el fondo, y lo que saliere serà la solidèz del arco, ò bobeda.

PROPOSICION XXXIV.

De la estrivacion de los Arcos (Fig. 21.).

Los mas Autores antiguos, y con ellos los modernos, conforman, en que para todos los arcos se les dè de grueso à las paredes, ò bastiones de sus lados la parte que les tocáre, segun la regla siguiente.

Sea el arco C*r* (Fig. 21.): dividase su circunferencia en tres partes iguales, y sea una de ellas *r*I, y tirando del punto I por el extremo *r* la recta I*r*E, larga á discrecion, se cortará en ella la porcion *r*E, igual à la cuerda I*r*; y levantando la EL, perpendicular al diametro orizontal C*r*, quéda-

dará formada la estrivacion; y perfeccionando el corte vertical *r*LSZ, serà el bastion del un lado, á quien en la misma forma se le delinearà su correspondiente à la otra parte opuesta, que serà NQF, los quales reciben al arco CV*r* en las juntas *r*G, y CF.

Nota, que para todo genero de arcos les dàn la estrivacion por esta regla, à excepcion del arco alintelado, que es linea recta, como la de puntos C*r*, que á este se le dà la mitad de su diametro, y esto es lo que tiene de grueso *r*L; pues aunque se ha prevenido en la práctica de esta Proposicion ser *r*E igual á *r*I, solo ha sido suposicion. Sobre el arco de puntos *b*L, y la diagonal *r*PO, se tratarà en la Proposicion de la Fig. 38. Estamp. 8. donde se expresará con mas extension sobre las estrivaciones de toda clase de arcos, segun sus materiales, que aqui solo ha sido una anotacion de lo que comunmente siguen los Profesores de Arquitectura.

PROPOSICION XXXV.

De la fabrica, y medida de arcos de pies desiguales (Fig. 22.).

Es-

Esta clase de arcos es edificio propio para planos inclinados entre colunas, como tambien para los arcos, que se forman á los extremos de algun puente sobre un rio, ò para vueltas de escaleras: su fabrica es como se sigue.

Supongase, que se ha de fabricar un puente de tres ojos en un rio, y que el arco del medio mueve sobre un macho de la altura ZK, y el radio, ò semidiametro es como KG, y se han de hacer los arcos de los dos extremos de una quinta parte menos de altura, que la del radio, y los asientos de ellos sean en I, que es donde asienta el arco del medio, y en la otra parte sea en M: tirese la MZ à discrecion, segun el nivèl de M: tómense 4 partes de las 5 de KG, por pedirse los arcos extremos de un quinto menos de altura: alarguese KI, que es el asiento del arco del medio hasta F, de modo, que IF sea 4 partes de las 5 de KG: tirese de F la FA, perpendicular á FI, y que sea igual á ella: sientese una punta del compás en A, y tiendase la otra hasta M: cortese la AZ igual à la AM: tómese el medio de MZ en L; y desde L, como centro, hagase el arco MA,

 que

que es una quarta de circulo; y desde F, con la distancia FA, ò FI, hagase el arco AI, que es otra cuarta de circulo; y de tal modo se unen los dos arcos en A, que parecen formados de un mismo centro: terminese el grueso de sus dovelas IK, y desde L se señalarán las juntas, que cupieren desde M hasta A; y desde F las de I hasta A; y en lo demàs se obrarà como en los antecedentes.

Si este arco fuere preciso rebajarlo, ó remontarlo, se obrarà por la práctica de la Fig.33. Estamp. 2. lib. 1. y para mayor brevedad del modo siguiente.

Supongamos, que el arrancamiento M se quiere sea de H, cuyo plano inclinado MI serà de mas inclinacion tomado desde H: tómese la distancia LH, y del centro L con la misma hagase el quadrante, ò arco HR: dividase su concentrico MA (que si no estuviere hecho, se harà para fundamental) en las partes iguales, ó desiguales, que se quisiere: sea en tres en los puntos PS: tirense de estos puntos al centro L las rectas PL, SL, que cortan al arco HR en los puntos O, V: tirense de los puntos P y S, las rectas P*d*, SC á

à discrecion, y paralelas à la orizontal ML: de los puntos O, V, tirense tambien á discrecion las O*d*, VC, paralelas à LA, que se encuentran con las de antes en los puntos *d*,C: conduzcase por estos puntos la curva H*d*CA (por la segunda práctica de la Proposicion 6. lib. 1.) y se tiene delineado el arco HAI, levantado de punto.

Si huviere de ser rebajado, se obrará la misma operacion, tomando por fundamento el arco menor, como si el punto H correspondiese en A, y la R en H, y la L en su mismo lugar, y la A mas afuera de M, se formaría el quadrante AM; y dividido el arco RH en tres, ò mas partes, como en V, O, se tirarian las LV, LO, que alargadas, cortarian los puntos PS en el quadrante mayor; y tirando las NV, HO, paralelas á LR (que ahora se considera en lugar de orizontal, como antes LH) largas à discrecion; y asimismo las P*d*,SC, cortaràn los puntos *d*,C, por los que se conducirà la AC*d*H; y encontrandose con H, en cuyo lugar se considera el punto A, queda hecha la operacion rebajada.

Para medir la solidèz de estos arcos, se obra como en los antecedentes, midiendo ca-

cada arco por el centro de su diametro.

PROPOSICION XXXVI.

De la fabrica de los arcos sobre plantas obliquas, y otros, que se forman en las esquinas (Fig. 23.).

Sea la planta de un arco el trapecio ADGF, inclusos sus gruesos de paredes, por ser el diametro AF perpendicular à las paredes de los arrancamientos AD, y FG: hagase sobre AF el semicirculo ATF, y su interior QEKNM, entre cuyas circunferencias se termina el grueso AQ: dividase la circunferencia interior en las dovelas, que huviere de llevar el arco; y siendo en 5, se divide en las mismas partes iguales en los puntos EKNM, à las que se tiran del centro O lineas rectas, que señalan las juntas en el frente del arco, como parece en la figura: del centro O levantese la perpendicular OT, y de los puntos de la division EKNM baxense lineas rectas al diametro AF, paralelas à TO, que se alargaràn hasta el diametro oblicuo H*r*, al qual corta la perpendicular TO en S, la K le corta en V, y la E le corta en *b*; y asi à la otra parte en sus correspondientes: sobre el diametro obliquo H*r* levantese la SS igual à la OT del diametro AF, y perpendicular á H*r*: del punto V levantese la VV igual à su correspondiente 5K, y paralela à SS: de *b* levantese la *bb* igual á su correspondiente 3E, y paralela á SS; y haciendo lo mismo con las de la otra parte desde S hasta *r*, conduzgase por los extremos de ellas la curva H*b* V*r*, y se halla formada la cimbra rebajada HS*r*, que levantada perpendicularmente sobre el diametro H*r*, y la otra cimbra QTF en la misma forma levantada sobre su diametro QF, se tienen armadas las dos cimbras, para sobre ellas volver el arco correspondiente à la figura del trapecio, el qual por el lado AF serà esferico, y por BG serà eliptico; de que se colige, que toda elipse resulta del corte obliquo de un cilindro; y mientras mas oblicuidad tuviere el corte, mas larga, y menos ancha saldrà la Elipse. Para señalar sobre el diametro HS*r* los paramentos de las dovelas correspondientes á las de ATF, se tiraràn de los puntos de donde en

en estas se cortan, en la parte superior, otras rectas, paralelas à las antecedentes; y para mas distincion, sean de puntos, que cortan al diametro AF en los puntos 2, 4 &c. y continuadas, cortan en otros semejantes al diametro obliquo *Hr*, sobre el qual se pueden levantar como las antecedentes, haciendolas de igual altura à la que tuvieren desde AF ácia T; y conduciendo por sus extremos otra curva semejante à la HS*r*, quedaria entre las dos curvas formada la superficie vertical del paramento del arco obliquo: y en la planta del trapecio queda tambien señalada la planta, ò ignografia de las juntas del arco, las inferiores con lineas llenas, y las superiores con lineas de puntos, segun corresponde el plomo de cada una.

Para cortar las plantillas de los paramentos, haviendo de ser de cantería, no son dificultosas en el arco de medio punto; pero en el obliquo es muy diferente, las que se encontraràn de este modo.

Para el primer lecho yá está la planta con los dos angulos D obtuso, y H agudo; y para cortar el frente alabiado, que corresponde à la dovela primera AE, tómese su cuerda, que es la distancia recta 1E: pasese ésta de 1 à 4, y tirese la recta 4,7, paralela á la perpendicular TS: tomada esta cuerda de la primera dovela de 1 à E, y pasada al diametro de 1 à 4, y tirada la recta de 4 à 7, como queda dicho, tirese del punto 1 la recta de puntos 1X, paralela à la AC: tómese la altura P3 desde la linea de puntos al diametro AF, y pongase en la linea 4, 7, de 4 à 6: tómese la distancia del ancho AD, y pongase de 6 à 7, y tirando la s rectas Q6, H7, se ha formado un romboide 7HQ6, que levantado el lado 6, 7 sobre QH, quedarà formada la primera hilada, cuya superficie, ó paramento vertical será el correspondiente à la superficie AE, y su planta superior el romboyde AQPDH, demonstradas en ella todas las juntas de la piedra AE, vistas sobre el plano superior (como dicen) à vista de pajaro.

Para la segunda hilada pasará la cuerda EK al mismo diametro AF, del punto 3 al punto 8; y tirando la 8Z paralela à la TS, se cortarà la 8L igual à 5, 9 entre la linea de puntos 1X, y el diametro AF; y cortando LZ igual á AD, se tiraràn las rec-

rectas LP, Z*b*, que serà la segunda piedra, con las mismas circunstancias, que la antecedente; y obrando lo mismo al otro lado del arco, quedarà solo que poner la clave, cuyas frentes se hallaràn trazadas con los sobrelechos de sus hiladas proximas. Las juntas, y monteas se trazarán de sus centros, como en las antecedentes; y sean rebajadas, ó realzadas, se obra del mismo modo; pues segun fuere la vuelta del arco ATF, ella darà las partes correspondientes á los demàs.

Los arcos, que se forman en las esquinas, que á veces es por gala, y á veces por necesidad, se fabrican del mismo modo que estos; advirtiendo, que para cada mitad de ellos se hace la misma operacion, que la que se ha hecho para la mitad de éste; y la otra parte, ò mitad, se obra en la misma forma, con la diferencia de que se toman las operaciones encontradas.

Las medidas de estos arcos no tienen dificultad, haviendo entendido las que hasta aqui se han declarado; por lo que no se repiten las prácticas.

NO-

NOTAS SOBRE ESTOS ARCOS.

1 Si el arco enviajado huviere de ser vuelto desde la pared QH á la *rr*, se sacarà de qualquiera extremo C una linea recta, perpendicular à la frente, ò paramento *rr*; y no cortando en la HQ un tercio, ò mitad de su frente, será falsa la obra, por ir à estrivar en vano, y en esta Figura 23. no puede construirse el arco enviajado, como no sea haciendo las dovelas à escuadra, que será alargando por el un lado la AC, hasta que tirando la CG sea perpendicular à la GD; y alargando por la otra parte la GD otro tanto, se obrará con seguridad; y será lo mismo este arco, como si fuera entre dos estrivos de linea recta.

Si se huviere de construír en esquina, se ha de observar, que el angulo de ella no sea menor, que recto: quanto mas obtuso, serà mas firme; y no se ha de hacer de tanto diametro, que sus estrivos vayan fuera de macizo, como el antecedente; y suponiendo, que la esquina sea *rr*, podrà ser su semidiametro de *r* à I, alargando el otro semidiametro por C lo que fuere ne-

necesario; y cortando las piedras con un angulo en I, la porcion de linea IS asegura mucho la trabazón del edificio; y estos arcos, para mas firmeza suya, se hacen muy realzados de la parte exterior: los tengo vistos en edificio muy antiguo, sobre los que carga una torre quadrada de mucho peso, siendo mayor el que carga sobre los arcos de sus angulos, los que hoy se mantienen sin lesion. Haviendo de ser el arco conforme demuestra la planta ADGF, no incurre en ninguna de estas notas.

CAPITULO V.

DE LA CONSTRUCCION, Y MEDIDAS de las Pechinas.

EN este Capitulo se trata del modo que se deben construír las pechinas, para cargar sobre ellas las medias naranjas, y hacer sus medidas superficiales, y sólidas por la delineacion de ellas en papel.

PRO-

PROPOSICION XXXVII.

Delinear en papel el plano, y alzado de una pechina, para tenderla en superficie plana, y obrar todas sus medidas (Fig. 24.).

Para delinear el plano, y cortes verticales de qualquiera pechina, basta que se delinee la quarta parte de la planta de la media naranja.

Sea, pues, ABHG, cuyos lados sean mitad de los de la planta quadrada de una media naranja, que teniendo ésta 40 pies de diametro, se hará la division de 20 pies en qualquiera de sus lados, como GH; y qualquiera de estos lados serà igual al radio de la media naranja; y qualquiera diagonal HA será el radio de la concavidad de las pechinas. En esta inteligencia, elijase para centro qualquiera angulo H, con la distancia de qualquiera de sus lados HG, como radio, desde el centro H: hagase la quarta de circulo GXB; y éste serà tambien quarta parte de la circunferencia de la media naranja, cuyo hueco será HGXB; y el mixtilineo AGXB serà la superficie plana de la pechina, por la par-

 te

te superior, la que abanzandose desde A hasta X por la diagonal AH, reduce el plano quadrado á circulo, perdiendo la superficie AGXB. (En esta operacion se hacen dos demonstraciones, una haver delineado la planta de una pechina, y quarta parte de una media naranja; y otra, haver delineado el corte vertical de la mitad de uno de sus quatro arcos de las formas, como HGXB, que se imagina levantado verticalmente sobre el semidiametro GH, y el plano vertical de la pechina, arrimado á la forma del arco, cuya superficie vertical GXBA, queda cubierta con la union de la enjuta, ó hijada del arco en el triangulo mixtilineo ABXG). Hecho esto con la diagonal HA, desde el centro H hagase el arco A*f*I, hasta que corte el lado HG, continuado en I; y éste arco será la octava parte del circulo formado con el radio HA (tengase presente esta advertencia para quando se haya de tender en linea recta este arco, para formar la superficie de la pechina): levantese la AY recta, y perpendicular à la diagonal HA, y que sea igual á qualquiera lado AG, ò al radio HX, que todo es uno (esto se hace, porque sien-

siendo la pechina esferica, debe ser su altura perpendicular igual á la HB, que es la de sus arcos inmediatos): del extremo Y de la recta AY, al extremo I del arco A*f*I, tirese la YI, y se ha formado un triangulo mixtilineo YAI, cuya superficie es el corte vertical de la pechina, sobre la diagonal de A à X, como si se imaginare levantado en el ayre el dicho triangulo, hasta que cayere perpendicularmente Y sobre A, y I sobre X. Si la operacion se obra bien, el angulo Y, extremo de la recta AY, serà recto. Dividase la AY en las partes iguales, ò desiguales, que se quisiere; y quantas mas fueren estas, serà mejor: mas por lo pequeño de la figura, solo se divide la dicha recta AY en 5 partes, sin atencion à igualdad de ellas, como se demuestra con los puntos EFDN: de estos puntos tirense lineas rectas, paralelas à YI, hasta que corten el arco A*f*I, que serà en los puntos que se notan con letras menores semejantes *efdn*: de cada punto de estos tirese una recta, hasta que corte el radio, ò diagonal HA, de modo, que todas sean paralelas à la recta AY; y la IX siempre cortará precisamente

 en

en X; la *n* corta en *q*; la *d* corta en *p*; la *f* en *t*; y la *e* en *c*. Sientese un pie del compàs en el centro H, y con la distancia H*q* hagase el arco *qm*, hasta que corte los lados AB en *m*, y AG en otro tal punto; y obrando lo mismo con los radios H*p*, H*t*, y H*c*, se han formado quatro arcos entre XA, que dividen la superficie del plano orizontal superior de la pechina en cinco superficies, y cada una de estas es proporcional à su correspondiente en el triangulo YAI.

Del mismo modo se puede hacer la operacion, comenzando por los arcos, desde el centro H, haciendo arbitrariamente quantos se quisieren entre AX; y, de los puntos que se cortan con la XA, levantar perpendiculares à HA; y la primera X cortará el arco AI en I, la segunda *q* en *n*, la tercera *p* en *d*, y asi las demàs; y haciendo la AY, como antes, igual à uno de sus lados, y perpendicular á AH, se tiraràn de los puntos de la division del arco AI paralelas à la basa XA, y dividiràn el triangulo YAI en la misma forma que antes, como se demuestra en la figura. Con esta delineacion tenemos disposicion pa-

para tender en plano la superficie de la pechina, medir ésta, y su sólidéz, como se expresa en las Proposiciones siguientes.

PROPOSICION XXXVIII.

Tender en plano la superficie cóncaba de qualquierà pechina (Fig. 25.).

Teniendo hecha la delineacion de la figura antecedente, se tenderà en plano con mucha facilidad la superficie cóncaba de qualquiera pechina, obrando en esta forma: Tirense aparte (Fig. 25.) dos rectas à discrecion, como BX, XA, que formen angulo recto en X: cortese la XB igual á los pies que tuviere la circunferencia del arco XB (Fig. 24.), que es la octava parte de la que tiene todo el circulo de la media naranja, cuyo diametro es 40 pies; y segun esta noticia, se sabrà la circunferencia de todo el circulo, multiplicando los 40 de su diametro por 3 y un septimo, cuyo producto 125 y 5 septimos son los pies de circunferencia, que tiene todo su circulo plano, cuya octava parte son 15 pies, y 5 septimos, que tomados del pitipie GH (Fig. 24.), se harà de es-

ta medida XB (Fig.25.). La altura de la pechina por linea recta, perpendicular al plano de su planta es AY (Fig.24.); pero la pechina, segun abanza de A á X, es el arco AI, cuyo semidiametro es su radio HA; y los pies, que debe tener este diametro del circulo, cuya parte es el arco AI, se hallan, sacando la raiz quadrada de los dos quadrados de sus dos lados, que concurren á la diagonal; y siendo cada lado de toda la planta 40 pies, cada quadrado de estos seràn 1600 pies, y los dos juntos seràn 3200, cuya raiz quadrada es 56 y 4 septimos, y estos son los pies que debe tener el diametro del circulo, cuya octava parte es el arco AI, y su radio HA es la mitad del diametro. Multipliquese, pues, todo su diametro 56 y 4 septimos por 3 y un septimo, y vendràn á la multiplicacion 177 pies, y 44 de 49 abos de otro pie, cuya octava parte seràn 22, y 11 de quarenta y nueve abos, y estos seràn los pies, que debe tener la curva AI, que tomados del pitipie, se hará de esta medida la XA (Fig.25.); y si se quisiere huìr de estos quebrados, se harà obrando en estas medidas por pulgadas, ò

ò lineas, como se ha dicho otras veces.

Teniendo dispuestas las dos lineas XA, XB en la Fig.25. se pondràn en la AX los puntos de las divisiones del arco AI de la Fig.24. cuya operacion se obrará pronto por la Propos. 11. del libro antecedente, valiendose de la recta AY, con la qual se juntarà la AX, formando con el extremo de cada una qualquiera angulo, como se expresa en dicha Proposicion; y asi se cortaràn los puntos *c*, *t*, *p*, *q*, en los AX (Fig.25.), sobre los quales se sacarán las rectas *c*V, *t*L, *pr*, *qm*, que sean de iguales pies, que sus correspondientes en los medios arcos, formados entre AX de la Fig.24. cuyas circunferencias de ellos se hallaràn pronto por el uso de la Pantómetra; y para que quede bien enterado de ella el principiante, repetirè aqui su práctica, que es como se sigue.

Hallar los pies que valen los arcos por el uso de la Pantómetra (Fig.24.).

El arco GXB no hay necesidad de tomarlo, por ser conocido, cuya cantidad es quarta parte del circulo, y por consiguiente su cuerda de 90 grados. Para co-

nocer el arco Q, tómese en el compàs su radio, y ajustese transversalmente á los puntos 60, y 60 de las lineas de las cuerdas; y dexando quieta la Pantómetra, tómese con el compás la cuerda del arco Q desde *m* hasta *m*, y vease á qué puntos se ajusta en las mismas lineas, y se halla que es en el un lado á 33, y en el otro à 34, ò en los dos lados entre medio de 33, y 34: luego esta cuerda del arco Q es de 33 grados y medio: midase el radio HQ en el pitipie GH, ó tomando en el compás la GH, y ajustandola en la Pantómetra entre los puntos 20, y 20 de las lineas de las partes iguales; y haviendo obrado esto ultimo, se hallará, que tomado en el compás el radio HG, se ajusta en las mismas lineas (sin que se haya movido la Pantómetra) entre los puntos 23, y 23, con que el radio HQ es 23 pies del pitipie GH: doblense, por ser el diametro doblado del radio HQ, y serán 46: multipliquense estos por 3 y un septimo, y montarán 144 y 4 septimos, y estos serà la circunferencia del circulo, cuya parte es el arco *q*; y porque toda su circunferencia es 360 grados, y la del arco Q solo es 33 grados y

y medio, hagase la regla de tres en esta forma: Si 360 grados me dàn 144 pies y 4 septimos, qué me darán 33 grados y medio? Multipliquense los 144 pies y 4 septimos por los 33 grados y medio, y el producto 4843 y un septimo partanse à los 360, y vendrán á la particion 13 y 571 de 1260 abos, que viene á componer este quebrado 7 doce abos de otro pie; y haciendo la linea *qm* (Fig. 25.) igual à la mitad de los 13 pies y 7 doce abos, que vendrá á ser de 6 pies y 19 ventiquatro abos, cuyo quebrado es tres quartos bien cumplidos, se obraràn las mismas operaciones con los demàs arcos *ptc*, cuyas mitades se pasarán à las que citan sus mismas letras de la Fig. 24. á la Fig. 25. y por la regla de la Proposicion 6. del Lib. 1. se conducirá la curva B*mr*LVA, quedando con ésta formado el triangulo mixtilineo B*r*AX (Fig. 25.), cuya superficie es igual á la mitad de la que tiene toda la pechina.

PROPOSICION XXXIX.

Medir la superficie de las pechinas (Fig. 25.).

Haviendo tendido en plano la superficie de la mitad de la pechina por la Proposi-

sicion antecedente, hallense los centros, que describieron la curva B*mr*VA; y serán los puntos D, N, Z, de los quales se forman los sectores DB*r*, N*r*V, ZVA: continuese la linea BD, lado del sector DB*r*, hasta que corte el punto O en el lado ZA del sector ZVA, y se ha formado el quadrilatero OAXB, y los dos triangulos fuera de èl, que son NDK, ZKO: midanse estos dos triangulos por la regla de la Fig. 51. del Lib. 1. Estamp. 2. y guardese la suma de sus dos superficies. Hecho esto, dividase el quadrilatero OAXB en dos triangulos, que serán ABO, ABX, divididos con la recta AB, y esta linea será la basa comun para los dos triangulos, que multiplicada la mitad de ella por la suma de las dos perpendiculares O4, X5, dará la superficie de todo el quadrilatero OAXB; y juntando esta superficie con la que saliò de los dos triangulos exteriores, se sacarà de la suma de todo la parte correspondiente à la media pechina, que es la superficie comprehendida entre la curva B*m*LA, y las dos rectas XB, XA, lo qual no tiene dificultad, pues no hay mas que hacer, que medir los tres sectores por la práctica de la Fig. 55. del libro antecedente, y la superficie de ellos restarla de la que ha salido del quadrilatero, y los dos triangulos de afuera, y la resta serà la superficie de la media pechina; y sabido que ésta es media, se tiene conocida la entera, y las demàs.

Nota, que la superficie contenida entre el arco de esta media pechina, y el otro de puntos, cuyos extremos son A, B, es lo que dàn de mas Fray Lorenzo de San Nicolàs, y Juan de Torija, sin debérselo dàr.

PROPOSICION XL.

Medir la solidèz de las pechinas (Fig. 24. y 25.).

1 La solidéz de toda una pechina se medirá con brevedad (segun la disposicion de la Figura 24.) en esta forma: Hecha la division del plano de la pechina AGXB con los arcos *q*, *p*, *t*, *c*, y la altura, que à cada uno de ellos corresponde en el plano vertical YAI, se medirá todo el quadrado ABHG, y de la superficie de él se restará la del sector HGXB, y quedará en la resta la que corresponde al plano mayor de la pechina, que es GXBA,

GXBA : guardese esta superficie, y formando otro sector con el arco *q*, y el radio H*q*, se compone un trapecio A*m*, H*m*: midase este trapecio, y de la superficie de èl restese la de su sector, y quedará en la resta la superficie comprehendida entre el arco *mqm*, y el angulo A; y esta superficie es la que corresponde en la altura, y linea N*n*, y la que se guarda de arriba es la correspondiente á la linea YI: juntense en una suma estas dos superficies, que la primera fue toda la que hay entre el arco X, y el angulo A, y esta ultima fue la comprehendida entre el arco *q*, y dicho angulo A; y tomando la mitad de la suma de los dos, se multiplicará por la linea YN; y el producto seràn los pies cubicos del trapecio NI, cuyas basas N*n*, YI son los dos planos mayores de toda la pechina: por la misma orden se medirán los demás planos, juntando la superficie de entre el arco *p*, y el angulo A con la de entre *q*, y A, y la mitad de la suma de las dos se multiplicarà por la altura ND, y los pies que salieren se juntarán con los que salieron por NI; y volviendo á juntar el plano de *t*A con el de *p*A, multiplicar la mitad de

de la superficie de los dos juntos por la altura DF, que se juntará tambien con la de los antecedentes, y se hará lo mismo con los correspondientes entre EF; y porque yá no hay mas plano, que el de *c*AV, se multiplicarà la mitad de la superficie de éste por la altura AE, y la suma de todos juntos será la solidèz de toda la pechina.

2 Puedese medir tambien con mas brevedad, sentando una punta del compàs en el angulo recto Y, y vér en què punto mas cercano alcanza la otra punta en el arco AFI; y multiplicando el tercio de esta distancia por la superficie de la pechina entera, cuya mitad es la de la Fig.25. lo que saliere será la solidéz, que es medirla como pyramide acuta.

CAPITULO VI.

DE LA FABRICA, Y MEDIDA de las Medias Naranjas.

PROPOSICION XLI.

Practica de cortar las cimbras, y tornear las medias naranjas esfericas (Fig.26.).

Sea la planta de una media naranja esfe-

ferica el quadrado *mn*LV, inclusos sus quatro arcos, y pechinas, y el hueco de la media naranja sea el diametro AB, á quien se describirà desde el centro el circulo exterior, que señala el grueso de la bobeda entre la superficie de OS, cuyo perfil, levantado sobre el diametro AB, es el de arriba *m*D*n*: pongase en el diametro AB una viga travesada *m*Q*n*, como se demuestra en el perfil, y que no suba la superficie de ella de la del plano de la media naranja: delineese en un plano aparte una quarta de circulo igual à otra del hueco interior de la bobeda, como lo es QIP, sobre la qual se ajustarà una cimbra de tablas, como I*cc*P, y en sus juntas *cc* se doblarà con otras tablas, clavadas á la cimbra, como parece en la figura. Para que la cimbra de tablas esté firme, sujetese por sus extremos con una riostra IP; y de esta á la cimbra, para mas firmeza, se clavaràn las *ce*: elijase un pie derecho QD, y à él se unirà la cimbra, asegurandola con là barra IQ en Q, y con la IP en P.

Este artificio se asentarà verticalmente, y perpendicular al plano de la media naranja sobre el centro de ella, de modo, que

que sobre este centro pueda dár vuelta todo al rededor de la media naranja, para lo qual se fijarà arriba un tablon travesado como la viga *mn*; pero si puede ser, traviese encontrado, formando cruz con el de abajo, como demuestra su testa en D; y haciendole unas espigas redondas al pie derecho en sus extremos DQ, y unos agujeros ajustados à ellas en los tablones de arriba, y abajo, ò clavandole unas palomillas, dará vueltas la cimbra QIP al rededor de la media naranja, à cuyo ayre se iràn asentando los ladrillos, de modo, que no lleguen con un dedo á tocar en la cimbra, para que siempre pueda dàr las vueltas libres; y despues se jarrarà la bobeda al torno de dicha cimbra, la qual, estando bien armada, dejará con toda perfeccion el jarrado interior; y no se ha de quitar esta cimbra hasta concluír el jarrado; pues el hueco, que ocupa en la clave el palo del torno, se cierra despues, y este es el mejor modo de volver las medias naranjas sobre plantas de circulos, aunque sean rebajadas, ò realzadas, como Elipses longas, ó latas, haciendo la cimbra de la vuelta, que ellas huvieren de ser.

PRO-

PROPOSICION XLII.

Medir la superficie, y solidèz de las medias naranjas (Fig.26.).

Para medir con brevedad qualquiera media naranja esferica, si huviere de ser solo la superficie de ella, se multiplicará su diametro en sí el quadrado que ha salido por 11, y el producto partase á 14, y lo que viniere será la superficie del circulo de la planta en su hueco: doblese la superficie de éste, y sumando estas dos partidas, serà la suma la superficie cóncava: si se huviere de medir la convexa, ó exterior, se obrarà con su diametro, y planta lo mismo que antes (Consta de la Propos 22. de este lib.).

Para medir la solidèz de la bobeda, juntense en una suma las dos superficies, cóncava, y convexa; y la mitad de esta suma multipliquese por lo que tuviere de grueso la bobeda OS, y lo que saliere al producto será la solidéz.

De otro modo: multipliquese la superficie exterior de la bobeda, segun su esfera, por el tercio del radio, ò semidiametro, y guardese este producto. Multipliquese la superficie cóncava de la bobeda por el tercio tambien de su radio, y el producto restese del antecedente, y la resta será la sólidèz, que se busca (Consta de la Propos.3. de este libro.).

PROPOSICION XLIII.

Armar las cimbras para construìr las bobedas sobre plantas elipticas (Fig.27.).

Sea la planta eliptica CXOK, cuya caja es el paralelogramo GLZT: elijase un ege igual al diametro mayor de la planta de la Elipse; sea OC: tenga unos puntos en sus extremos, ò de hierro, ò redondeados en el exe; los que se aseguran con palomillas, ó argollas: sobre este exe formese la cimbra de tablas CKO, igual á la media Elipse de la planta; y puesta orizontalmente sobre el plano, que ha de mover la bobeda, se irán asentando los ladrillos al ayre de la cimbra por toda su circunferencia, levantandola de K á X, y de X á K, siguiendo con ella el asiento de los ladrillos hasta cerrarla, sin que lleguen à tocar en ella con un dedo, cuyo claro se cargarà de yeso despues de haver cerrado

do la bobeda, y con la misma cimbra quedará el jarrado perfecto; porque subiendola, y bajandola, quitarà el yeso, ò cal, que estuviere de sobra.

Si como esta bobeda es rebajada, huviere de ser realzada, servirá el exe del diametro menor, y la cimbra serà KOX, la que se levantará de O à C, y de C á O, obrando en lo demàs como se ha hecho antes.

Nota, que esta clase de bobedas son mas seguras remontadas, que rebajadas; porque aquellas se mantienen con menos estrivacion que estas: pueden tornearse sin cimbras por la práctica de la Fig.20. y tambien por el instrumento de la cruz, que se halla en esta misma figura; pero éste es mas trabajoso, y es mejor para tornear las cornisas de los anillos de estas bobedas, cuya práctica se expresa en la Proposicion siguiente.

PROPOSICION XLIV.

Tornear las cornisas de las bobedas elipticas, y las impostas de los arcos elipticos por el instrumento de la cruz, ó de otro modo (Fig.27).

El

El instrumento de la cruz es una armadura de tablones, que se cruzan en los planos elipticos, en la misma forma que sus diametros, y deben ser iguales á ellos, ò poco menos, como QP, MS: estando bien labradas las superficies de estos tablones por la parte superior de ellos, se forma una canal, que se comunica de unos extremos á otros, como tambien en su centro, que todo se representa en el plano de ellos, y se demuestra mejor en la figura aparte, que es el corte de las testas de un tablon, dispuesto en mayor figura, que se expresa en esta forma *ee*: es la testa de los tablones VV son unas riostras que se clavan á ellos, y forman el hueco de la canal, como I: se hacen tambien dos pignulas, ò tarugos de madera, como F, á cola de milano; pero redondas de modo, que puedan correr sin vaguear por el hueco de las canales, que se forman en la misma figura, como se demuestra en I, y no pueden salir, ni entrar en las canales, sino es por los extremos de ellas.

Dispuesto, y entendido todo lo dicho, se toma una regla gruesa, y bien labrada, como B*r*, y en el extremo B se le po-

pone la tarraja, que ésta es el molde que ha de formar la cornisa; y porque regularmente ninguno llegarà á esta práctica, que no esté enterado de ella, es ocioso explicar su manejo. Solo resta prevenir, que se tome el semidiametro menor de la Elipse, ó lo que huviere del punto donde se ajusta la tarraja con la cornisa, hasta el centro de la cruz en el reglon B*r*, que será en el punto *n*, donde se hace un barreno, y en èl se meterà ajustada una pignula, que entre toda su espiga F en el reglon, quedando fuera de él solo la parte que hace la cola de milano; y haciendo lo mismo con otro barreno, y pignula igual en el punto *r* del mismo reglon, distante de B lo que fuere el semediametro mayor, se meterán en la canal las dos pignulas fijadas al reglon B*r* por qualquiera extremo de los brazos de la cruz; y siendo por S, ó P, entrarà primero la pignula *r*, à quien seguirá la *n*; y si huviere de ser por Q, ò M, entrará primero la pignula *n*, y detrás de ésta la *r*, para lo qual es preciso, que se haya quitado la tarraja de B; y haviendo entrado el reglon, como se ha dicho, se volverá á poner la tarraja como es-

estaba, con toda la firmeza posible: las canales, bastará que sean de largas quanto alcance B á tocar los extremos de los diametros en la Elipse, y quanto no salga la pignula de la canal de aquel brazo, y se podrá cortar lo que sobráre, ò hacer la cuenta antes de formar la cruz; pero los tablones conviene lleguen à asegurarse en los macizos de la planta de la Elipse, para travesar de uno á otro en las quatro partes unas reglas, como QS, sobre las quales frotarà el reglon de la tarraja; y asi ésta, como las reglas, se remoja à menudo, y lava con paños. Dispuesto el instrumento como parece figurado, se irá formando la cornisa, sin mas diligencia, que irla cargando de yeso; y haciendo dàr vuelta al reglon B*r*, quedarà moldada en todo el anillo.

De otro modo se puede tornear la cornisa, si la Elipse fuere formada por alguna de las reglas, que se dieron en el libro antecedente, Estamp. 2. Fig. 31. 32. y 36. que à qualquiera de ellas se le puede hacer cornisa, armando la cruz QSMP con reglones, y poniendo por los quatro lados las reglas, como QS; y estando todas en un

un mismo nivél, se hallaràn en ellas los centros que corresponde à cada sector de la Elipse; y siendo uno de ellos el punto A, se harà en éste un barreno, y otro en la parte que le correspondiere al reglon AD, quien tendrà la tarraja en D, y con éste se torneará el arco correspondiente al centro A, en el que se sujetará el reglon AD con un clavo redondo, metido en los barrenos, que servirá de exe. Si los centros de los sectores salieren fuera de la Elipse, no sirve este instrumento, y se pueden hacer unas reglas cerchadas, ajustadas á la vuelta de la Elipse; y fijando una de ellas en la parte inferior de la cornisa, y otra en la parte superior, llevando la tarraja ajustada, y perpendicular con ellos, se forma la cornisa, como en una pared recta, haciendole à la tarraja en la parte inferior una caja perpendicular á su altura, de modo, que haga la misma forma de las reglas cerchas inferiores; y en la parte superior, bastará con que à la tarraja se le haga un diente sajado, superior à la ultima moldura, quanto pase tocando por la regla cercha de la parte superior. Con este artificio se hicieron las cornisas de la me-

media naranja eliptica, que cubre la Santa Capilla de nuestra Señora del Pilar de Zaragoza.

Si se huvieren de correr impostas en arcos elipticos, se obra por los mismos instrumentos: solo hay la diferencia, de que para los arcos se arman verticalmente, y se puede escusar el brazo de la cruz *ns*.

PROPOSICION XLV.

Hacer la delineacion de qualquiera media naranja sobre planta eliptica, para tender en plano la superficie de ella (Fig. 28.).

Sea la planta de una media naranja eliptica AHBM: hallese la linea de su mayor altura (que puede ser arbitraria): sea, pues, ésta la altura el semidiametro menor VH (porque la bobeda es rebajada sobre el diametro mayor, y esferica sobre el menor: aunque sobre uno, y otro puede ser rebajada, ò realzada): desde el centro V hagase el arco HZ, que es el que corresponde levantado sobre HV: dividase este arco en las partes iguales, que se quisiere, el qual es fundamento para todas las operaciones, que se siguen; y segun

 fue-

fuere su vuelta, se debe repartir con las mismas partes, sea vuelta rebajada, ò realzada: por lo chico de la figura se hace la division solo en tres partes, que son en los puntos S, y *r*: tirese por estos puntos las rectas SQ, *r*P, paralelas al diametro mayor AB, y cortan al semidiametro menor VH en los puntos Q, P. Por estos puntos pasarán las circunferencias de las Elipses QLXI, y P2TO, que se delinearàn concentricas à la de la planta, como parece en la figura: de los puntos L, O, que es el encuentro de las Elipses concentricas con el diametro mayor AB, levantense à discrecion las rectas LC, OD, paralelas al semidiametro VH, que tambien se alargará por H ácia E: tirese la NK, paralela al diametro mayor AB, y que sea igual à él, lo que se hace tomando la mitad del dicho diametro, y del punto H pasarlo á K, y á N; y haciendo la HE igual à la altura, que ha de tener la bobeda, desde el centro de su planta hasta su clave, que será VZ, altura del arco HZ, se describirà la media elipse NEK, y ésta será el perfil de la bobeda, levantado sobre el diametro AB: de los puntos, que corta el perfil en las

las rectas LC, OD, tirense las CG, DF, paralelas á su diametro NK, y la CG serà el diametro mayor de la Elipse LXIQ, y la DF lo será de la OT2P; y tirando la M4 igual, y paralela al semidiametro mayor VB, y con la B4 obrar lo mismo, segun el diametro menor, queda formada la planta superior de una de las quatro pechinas de la bobeda; y haciendo las mismas diligencias en el perfil de arriba, queda delineado el perfil vertical de la media pechina, correspondiente à la superficie de entre el hueco de un arco toral, y el rincon de su planta: esto es para demonstrar, que esta pechina se ha de medir del mismo modo que se midió la de la Fig. 24. pues solo hay la diferencia de que en ésta se han de medir los arcos por los sectores, que cada uno tuviere, y en todo lo demás se obra como en aquella; pero si fuere formada de vuelta de cordèl, se hallará por las reglas, que se dán sobre la Fig. 30. poniendo Proposicion separada solo para este fin. Hecha la delineacion de la Fig. 28. y entendidas las lineas de su planta, y perfil, se tenderà en plano qualquiera superficie de ella por la Propos. siguiente.

PRO-

PROPOSICION XLVI.

Tender en plano la superficie de la bobeda antecedente (Fig.29.).

Para tender en plano la superficie de la bobeda de la figura antecedente, se obrarà en esta forma: Hallese la circunferencia de la mitad de la Elipse, que es el arco AHB (Fig.28.), lo que se conseguirá por las prácticas de los sectores, de que se ha tratado bastante antecedentemente, ó por las de la Fig. 30. y hallada la circunferencia (Fig.28.), tiendase en linea recta, que serà AB (Fig.29.): tómese el medio de esta recta AB en H, y levantese la HZ perpendicular á la AB, y igual á la circunferencia del arco HZ (Fig.28.): dividase su altura (Fig.29.) en las mismas partes que estuviere dividido dicho arco, y serà en los puntos *Sr*, por los que se tiraràn las rectas LS, I, Or2, largas à discrecion, y paralelas á la AHB: hallese la circunferencia de las otras dos medias Elipses LQI, OP2 (Fig.28.), y la mitad de la mayor se pondrá á cada lado de la HZ en la recta LSI (Fig.29.), y la IS será igual al ar-

arco de la media Elipse de LQI (Fig.28.); y haciendo la misma operacion con la circunferencia del arco OP2, será la recta Or2 (Fig.29.) igual á dicha circunferencia; y por la regla de la Fig.9. Estamp. 1. lib. 1. se tiran las curvas ALOZ, ZE2IB, cuyos centros para la mitad ZB serán D, F, y de otros tales se hará la otra mitad AZ, con cuya delineacion queda formada la figura AZBH, cuya superficie es igual à la mitad del cascaron, ò bobeda eliptica, que debe cubrir la mitad de la planta de la Fig. 28. cuyo plano es comprehendido entre el diametro AVB, y el arco AHB de dicha figura.

PROPOSICION XLVII.

Medir la superficie, y solidèz de las medias naranjas elipticas (Fig.29.).

Tendida en plano la superficie de la mitad de la bobeda, facil es medirla (haviendo entendido las operaciones del cap. 7. lib. 1.), pues sabiendo medir qualquiera rectilineo, un sector, y un segmento de circulo, no se necesita de mas, por ser esta superficie compuesta de partes semejan-

jantes; y porque medida la mitad de esta figura, se sabrà el todo de ella, se medirà la mitad HZB en esta forma: Para tenderla en plano, y conducir la curva Z2B, se han formado los sectores FZ2, D2B: midanse estos por sus reglas; y tirando à cada uno sus cuerdas, que son del uno la recta de puntos ZV2, y del otro la 2CB, midase el triangulo FZV2, y la superficie de éste restese de la que saliò de su sector, y lo que en la resta quedáre será la superficie del segmento ZV2E, y guardese el numero de esta resta.

Midase el otro sector D2B; y tirada su cuerda 2CB, se medirá el triangulo D2CB, y restado de su sector, quedarà en la resta el segmento 2CBI, que se juntará con la del antecedente; y midiendo el rectilineo HZ2B por la regla de la Fig.52. lib.1. se hallarà su superficie, que junta con la de los dos segmentos, que se guardan, será la suma de todo la superficie de la mitad de esta Figura 29. con que sabida ésta, se sabe la de toda la bobeda, multiplicandola por 4; pues siendo mitad de AZBH, y esta mitad de la bobeda, lo que saliò en la medida es quarta parte de toda

l'

la bobeda: luego multiplicandola por los 4, la partida de la multiplicacion, ò producto será el total de ella.

Para medir la solidèz de estas bobedas, se tenderán en plano sus dos superficies cóncava, y convexa; y medidas las dos, se juntarán en una suma; y multiplicando la mitad de ésta suma por lo que tuviere de grueso la rosca de la bobeda, lo que saliere al producto serà su solidéz.

La solidéz de estas bobedas se puede medir de otros modos; pero fuera de ser confusos, y enfadosos, están mas expuestos à error; por lo que omito su méthodo.

PROPOSICION XLVIII.

Hallar la circunferencia de qualquiera Elipse, ò parte suya (Fig.30.)

Mucho he visto trabajar sobre esta materia á diferentes Algebristas; pero siempre estàn con muchas disputas: he observado, que nunca conforman unos con otros; y lo mismo sucede con las reglas de varios Autores: los mas de estos conforman en que de qualquiera elipse se saque

la

la raiz quadrada de la suma de los quadrados de sus dos diametros mayor, y menor, y esta raìz que saliere será el diametro de un circulo igual á la Elipse; y porque para esto es menester mucho estudio, pues tantas serán las Elipses, tantas sus diferencias entre Elipse, y circulo; y por huir de dificultades, y dár reglas para hacer las medidas de las bobedas, que se siguen; y aun de algunas de las antecedentes, para los que solo necesitan de la práctica, y que todos gustan el poco trabajo, á lo menos de cabeza, como sucede en la Algebra: digo, que de qualquiera linea eliptica, que se huviere de sacar circunferencia, es preciso hacer delineacion de ella en papel, por medio de un exacto pitipie: cortandola, ò pasandola á un carton, pergamino, ò tabla delgada, se cortará una plantilla de ella; y dandole buelta sobre una linea recta, dexará en ella señalada su circunferencia.

EXEMPLO.

Sea la plantilla de una elipse *cb*, cortada de carton, ò alguno de los sobredichos materiales: sea una linea recta *bd*: en el extremo de su diametro *b*, donde se comience á rodar, hagase un punto en la recta *bd*: digo, que con media vuelta dexarà descrita la linea *bo*, y esta serà igual á la semielipse, y dandole la vuelta entera, llegará á *d*, cuya práctica no me ha negado ningun Algebrista por falsa, como la operacion sea bien hecha: que para que asi lo sea, solo consiste en que la plantilla sea bien formada, y no salga de la recta al tiempo de la operacion; de la qual se infiere, que puede hacerse un circulo, ó Elipse, como *do*, cuya circunferencia tenga uno, ó dos pies: éste puede servir como de vara de faltriquera; y poniendole un cabo A con su exe, como carrillo en el centro, con él se medirán las lineas de superficies cóncavas, como se dexa conocer en la figura: asi he probado con un circulo de bronce, que la linea, que describe su circunferencia es 3 diametros, y un septimo: con que la regla de Arquimedes es exacta en esta parte, y puede ser que la quadratura del circulo, que se busca, no se encuentre, por degenerar en Elipse.

CA-

CAPITULO VII.

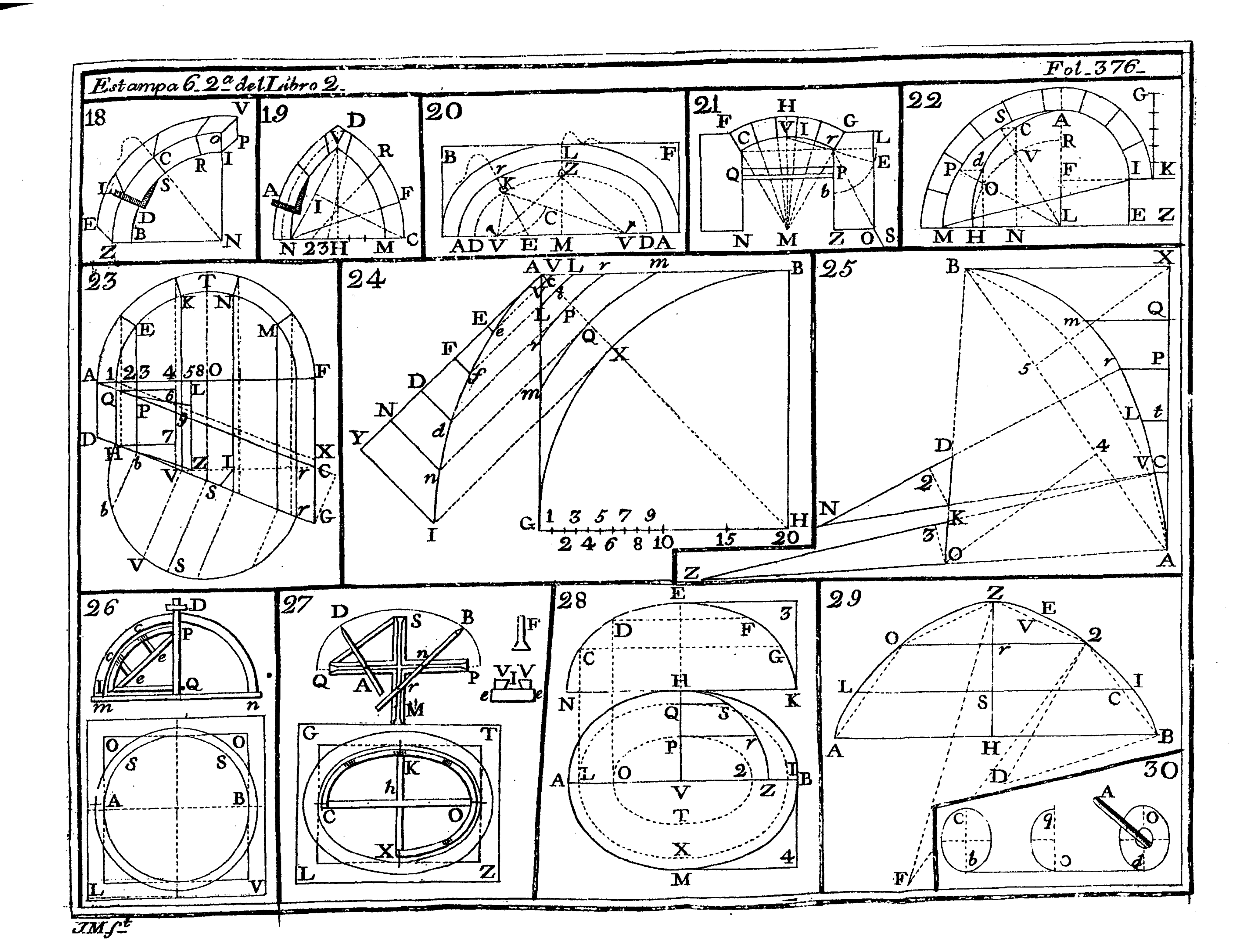
DE LAS MEDIDAS DE BOBEDAS baìdas, y lunetas, con los cortes de sus cimbras, y algunas prácticas de lunetos, esféricos, y elipticos, en sus plantas, y alzados, que son las que al presente se construyen en obras de gusto.

PROPOSICION XLIX.

Medir la superficie, y solidèz de las bobedas baìdas (Fig. 31.).

(*ESTAMPA VII.*)

BObeda baída es la, que mueven sus arrancamientos de los angulos de una planta quadrada, ò paralelograma, y parte de ella son las quatro pechinas, que suben hasta igualar con la altura de los quatro arcos torales, ò de las formas: esta bobeda no es otra cosa, que una media naranja, cortada con los planos verticales de sus formas, en cuyos angulos se forman las pechinas, que siendo la planta qua-


18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
J.M. f.t

quadrada, y la bobeda esferica, se tornean las pechinas, y bobeda con un mismo radio, y éste es la mitad de una de sus lineas diagonales.

Sea, pues, una de las quatro formas de sus lados el perfil FPFP, y el hueco de su arco FAF, y los triangulos PFA sean los planos verticales, donde se unen las pechinas con las formas, y la fabrica levantada desde F à P, queda en la linea PAP, formando el semicirculo FAF, que es la mitad de la planta imaginada en la altura de las pechinas, cuya circunferencia se describiò con el radio NP desde el centro N, sobre el qual corresponde la porcion de bobeda esferica PHP, cuya rosca, ó altura de sus dovelas es PQ, su clave es HM, que corresponde sobre el centro N; en cuya inteligencia se puede medir en uno de dos modos.

1 Midase la superficie de una pechina (por la Prop. 39. de este Lib. Fig. 25. de la Estampa antecedente) y quatrodoblada serà la superficie de las quatro pechinas: midase despues la superficie cóncava PHP, que es la correspondiente á lo que ha de cubrir el hueco del circulo, cuya mitad es

FAF, lo qual se hace multiplicando la circunferencia del circulo por la altura de la sagita AH, y lo que saliere al producto será la superficie cóncava, que se busca (como consta de la Proposicion 22. Práctica 6. de este libro): juntese en una suma esta superficie con la de las quatro pechinas, y ésta será la de toda la bobeda. Para medir la solidéz del grueso de la bobeda, multipliquese la circunferencia del circulo formado sobre QQ (que es diametro de la porcion de esfera convexa, ò exterior QMQ) por la sagita AM; y juntando esta superficie con la de la esfera cóncava PHP, y de la superficie de las dos juntas, sin contar la de las pechinas, se tomará la mitad, que multiplicada por el grueso HM, saldrá al producto la solidéz de la bobeda QPHM, midiendo aparte las pechinas (por la Proposicion 40. de este libro.)

2 Puedese medir tambien la superficie, y solidèz en esta forma: imaginese, que con el radio NP, que es el que ha torneado la bobeda, se ha cumplido, como si fuera una media naranja esferica, cuya rosca baxa hasta la planta de las pechinas en sus angulos F, saliendo hasta ED, como

mo demuestran los arcos de puntos QE: hallese la circunferencia del circulo formado sobre el diametro ENE, que en la planta sería el mismo, cuya mitad es el perfil EPH, y su circunferencia es el producto del diametro EE, multiplicado por 3, y un septimo (como se ha dicho otras veces): hallada ésta, se multiplicará por la altura NH, y el producto será la superficie de toda la concavidad esferica EPH; y porque à ésta le sobran los quatro luquetes, que ocupan los quatro arcos de las formas, iguales todos al contorno del perfil FAN, y estas quatro partes son en la planta cada una de ellas igual á la porcion del arco PHP, y la altura de todas son qualquiera de los dos arcos de puntos EP, cuya perpendicular es FP, se tenderá en plano la superficie de un medio luquete, como lo es el segmento EPF, que se obrarà en esta forma: Sea la parte de superficie, que se quisiere tender en plano, la que ha de cubrir el hueco de PHA, que es mitad de uno de los quatro luquetes: dividase el arco de su planta PH en 3 partes iguales, y la extrema ácia P en dos, y asi queda el arco HP dividido en 4 partes,

 sien-

siendo las dos extremas iguales á una de las otras dos; lo que se hace asi porque salga con mas perfeccion la superficie, que se ha de tender en plano; porque las partes del diametro, que arriman à los arrancamientos de los arcos, por chicas que sean, toman mas circunferencia entre sus perpendiculares, que las que tocan por medio, ò tercios del diametro. Esto entendido, por los puntos de la division del arco PH, que son 1, 2, 3, tirense las rectas 1, 6: 2. 5: 3. 4, todas paralelas á la HA, que cortan en ella en los puntos 6, 5, 4. Resta entender ahora, que PA es lado de una de las quatro formas de la planta hasta la mitad de ella, y que las rectas tiradas entre ésta, y la curva PH son plantas, ó basas de los arcos, que deben cerrar la superficie de la dicha parte del medio luquete, y que todos estos arcos son parte del arco de la bobeda, formada del radio NP, lo qual se debe entender en esta forma: El arco HP, levantado sobre HA, es igual à qualquiera de los dos EP; y su perpendicular AP es igual á NA, y por el mismo orden toca sobre la basa 3, 4 el arco 3P, que levantado, caerà P sobre el punto 4, y

y el arco 2P sobre 5, 2, y 1P sobre el 6, 1. Hallese la circunferencia del arco PH (por las reglas de la Fig. 24. Estampa antecedente), y tiendase en plano aparte, que serà la recta CX; y porque HP es tambien el arco, que corresponde levantado sobre HA, hagase la recta XK igual à XC, juntando sus extremos en angulo recto en X: dividase la XC en las mismas partes, que lo està HP, y seràn los puntos Z*y*O: tirese la ZS, paralela à la XK, igual à la circunferencia del arco 3P, y por el mismo orden se tiraràn las *y*L igual á la circunferencia del arco 2P, y OV à la de 1P: tirese la CK, que pase por todos los puntos VLS, y se ha formado un triangulo CXK, cuya superficie es igual á la que corresponde à cada medio luquete; y porque los luquetes son 4, multipliquese la superficie de este triangulo por 8, y restando el producto del que saliò de toda la esfera cóncava EHE, la resta que quedáre serà la superficie de la bobeda, y sus pechinas.

De esta práctica se infiere el poder medir las pechinas, sin llegar à ellas con ninguna linea; pues midiendo la superficie de la porcion de esfera EP, que es el producto

ducto, que resulta de la circunferencia de todo el circulo formado sobre el diametro EE, multiplicada por la altura FP, y de ésta que saliere restar la superficie de ocho triangulos iguales á CXK, la resta que quedáre será la superficie, que corresponde à las quatro pechinas; y sabida ésta, se sabrà lo que toca á cada una, haciendo la particion à 4, que es el numero de ellas.

Medir con brevedad la solidéz de la bobeda baìda, y sus pechinas.

Para medir la solidéz de esta bobeda con brevedad sin las pechinas, al diametro PP añadesele el grueso de un lado, cuya cantidad es DE; y juntando en una suma las dos sagitas AH, AM, se tomarà la mitad, que multiplicandola por la circunferencia del circulo hecho sobre PP, y mas juntarle el grueso MH, serà la solidéz lo que saliere al producto.

EXEMPLO.

Sea el diametro PP con el aumento del grueso HM 21 pies: multipliquense estos por 3 y un septimo, y montan 66, que es la circunferencia del circulo de su planta: midase la sagita mayor AM, y tenga por caso 6 pies, y la menor AH tenga 4, que juntos con la otra, son 10 pies: tómese su mitad 5, que multiplicados por los 66 de la circunferencia, importan 330: estos se multiplicaràn por el grueso de la bobeda, que segun la diferencia de las sagitas, es 2 pies, y seràn todos 660 pies cubicos, los mismos que saldrian por las reglas antecedentes para la bobeda QP, MH, PQ.

La solidéz de las quatro pechinas se hallará asi: Midase el diametro de la planta quadrada: tenga 19 pies igualmente por qualquiera de sus 4 lados, que multiplicados en sí, hacen 361, y ésta será la superficie de dicha planta: multipliquense por 9 y medio, altura de FP, y el producto 3429 y medio serà la solidèz de las pechinas, y hueco entre ellas, y su altura: hallese el area del circulo, cuya mitad es FAF, que se hallarà multiplicando su quadrado 361 por 11, y el producto 3971 partase á 14, y el cociente 283 y 9 catorce avos será la superficie del circulo, que forma el hueco entre las 4 pechinas por la parte superior de su altura, que son los vuelos mas abanzados de ellas ácia el centro: junte-

tese la superficie de este circulo con la que saliò del quadrado de su planta, y la suma de las dos partidas será 644 y 9 catorce avos: tómese su mitad 322 y 9 ventiocho avos, y multiplicados por la misma altura, que es 9 y medio, importan 3062, y estos son los pies cubicos de la concavidad entre las pechinas, y lados de las quatro formas: restense estos de los que salieron antes en todo el sólido, que fueron 3429 y medio, y quedan 367 pies y medio cubicos para la solidéz de las quatro pechinas, que si fueren elipticas, se han dado reglas para ellas, como consta de las Proposiciones de las Figuras 24. y 25. de la Estampa antecedente.

PROPOSICION L.

De la fabrica, y medidas de las bobedas esquilfadas (Fig. 32.)

ADVERTENCIA.

En la delineacion de esta figura, numero 1. se hallan tres generos de bobedas, que son, esquilfada, arista, y rincon de claustro; y tratando de la primera, se obrarà como se sigue.

Bobeda esquilfada es la que se forma para cubrir un plano quadrado paralelogramo, ò qualquiera otro rectilineo de mas, ó menos lados. En esta clase de fabrica se levantan las paredes de sus lineas hasta la altura que ha de tener la estrivacion de la bobeda, por ser los empujos de ella contra las dichas paredes, que sirven tambien de planta.

Sea la planta para construìr una bobeda esquilfada el quadrilatero BRMN (numero 1.): tirense las diagonales BM, RN, que se cruzan en el centro A: sobre qualquiera lado NM hagase el semicirculo NQM: dividase su circunferencia en las partes iguales que se quisiere, que quantas mas fueren, serà mejor; pero por lo chico de la figura se divide solo en seis, como se demuestra en ella: dividase el arco NQM en dos partes iguales en el punto Q: tirese por este punto, y el centro L del arco la recta QL, que continuada, corta el punto A, centro de la bobeda; y tirando por los puntos de la division del arco NQM lineas paralelas á la QLA, corta-

taràn éstas al diametro NLM en los puntos de los numeros 1, y 2 à una, y otra parte de la LQ; y à las diagonales NR, MB las corta en los puntos 3, 4, 5, *e* 6P. Entre las medias diagonales AB, AR tirense las rectas 5*e*, 6P, y con estas operaciones se halla delineada la mitad de la planta de la bobeda esquilfada entre la diagonal BM, y el angulo R, de donde se cortaràn las cimbras para las lineas diagonales en la forma siguiente.

Modo de cortar las cimbras para construìr la bobeda esquilfada (Fig. 32.).

Tómese la altura, que ha de tener la bobeda en su clave, que segun la forma de su vuelta es el arco NQM (num. 1.), y su mayor altura es LQ, que se pasará ésta á la diagonal AM, poniendola desde A hasta S: de los puntos *e*, 6 levantense las lineas 6, *e*, paralelas à la diagonal AM; y cortandolas iguales cada una à su correspondiente de la forma NLMC, serà la linea *e* igual à la 2, y la linea 6 igual à la 1; y conduciendo por los extremos de ellas la curva SR, se tiene formado el quadrante eliptico ASR; y su arco RS serà la cimbra, que corresponde levantada sobre la media dia-

diagonal RA: de modo, que fijando el extremo R en el angulo R, quedarà levantado el extremo S sobre el centro A en la misma altura que ha de tener la bobeda, que será la distancia AS igual à la LQ de la forma NQM; y sirviendo de horma, ò plantilla la cimbra RS, con ella se cortaràn otras tres mas, y las quatro se ajustarán sobre las diagonales, concurriendo todas sobre el centro A, obrando del mismo modo que se ha obrado con la RS.

Haviendo ajustado las cimbras sobre las diagonales AM, AB, &c. se quajaràn sus huecos de tablones, los quales se acomodan de manera, que los extremos de ellos observen el corte de las cimbras, cargando sobre ellas, y quedando paralelos á los lados MR, RB, como demuestran las lineas de puntos P6, *e*5, &c. y sobre ellos se construirà la bobeda. Todo lo demás, que falta que explicar para esta obra, es facil de comprehender, lo qual se dexa al discurso del Artifice.

Nota, que la planta de esta bobeda es un quadrado, y su forma es esferica en sus quatro lados, como el arco NQM, y los triangulos, que forman las diagonales NR,

NR, MB, son iguales; pero si la planta fuere paralelogramo, sucedería lo contrario, y se harian los arcos de una misma altura, obrando las operaciones por las reglas de la Fig. 33. Estamp. 2. del Libr. 1. Advirtiendo tambien, que en esta clase de bobedas forman las diagonales sus angulos entrantes por la parte cóncava, y salientes por la convexa.

Tender en plano la superficie de la bobeda esquilfada, y hacer sus medidas (Fig. 32. numeros 1, y 2.).

Para tender en plano la superficie de esta bobeda esquilfada, basta que se haga la operacion con la quarta parte de su planta, que es uno de los quatro triangulos, que se forman de las diagonales, y lados de ella (num. 1.); y porque qualquiera de los lados es igual al diametro de la bobeda, y la montea de ésta es el arco NQM, tirese aparte (num. 2) la recta BR, igual al diametro NM (del num. 1.): del punto T, medio de la BR (num. 2.), levantese la TS, perpendicular à la BR, y que sea igual á la circunferencia del arco NQ, que es mitad de NQM, (num. 1.); y porque ésta se halla dividida en 3 partes iguales, dividase en las mismas la TS (num. 2.); y tirando por los puntos de la division las rectas P6, V5, paralelas á la BR, y de modo que la P6 sea igual á la P6 (del num. 1.), y la V5 igual à la 5*e*, quedando los medios de éstas asentados sobre la TS, se hallaràn los centros A, D, desde los quales se conducirà la curva SV6R, y se hallan formados los sectores ASV, DVR; y obrando lo mismo à la otra parte BS, se havrá formado el triangulo mixtilineo BSR, cuya superficie será igual à la que debe cubrir á uno de los quatro triangulos de la planta (num. 1.).

Para medir la superficie BSR (num. 2.), se mediràn los sectores AVS, DRV; y restando de la superficie de éstos la que tuvieren sus triangulos, quedará la de los segmentos, que se forman entre las cuerdas, y los arcos SV, V6R; y añadiendo à estos la superficie del rectilineo interior, la suma de todo serà la superficie, que se desea, que multiplicada por los quatro triangulos de la planta (num. 1.), se tiene la de toda la bobeda por su parte cóncava. El méthodo de obrar estas medidas es el mismo que el de las Proposiciones de las Fi-

Figuras 24. y 25. de la Estampa antecedente; por lo que se omite repetirlas en ésta.

Si se huviere de medir la solidéz de esta bobeda, se obrará por la práctica de la Proposicion antecedente.

PROPOSICION LI.

De la fabrica, y medidas de las bobedas por arista (Fig. 32.).

El armamento de estas bobedas es el mismo que el de la antecedente; solo se diferencian éstas de aquella, en que en ésta pueden ser las formas todas abiertas, y es necesario en los huecos de ellas formar los arcos como NQM, haciendo las cimbras para ellos como se representa en LNQM, DBXN (num. 1.), y desde estas cimbras à las diagonales, levantadas sobre NR, MB, se ajustan los tablones, cargando los unos extremos de ellos sobre las cimbras de NM, NB, y los otros sobre las correspondientes à los medios de las diagonales MA, NA, BA, segun representan las rectas 1, 3 : 2, 4 : LA; y en esta misma forma se asienta el ladrillo, ò la sillerìa, haciendo su empujo contra los angulos de la planta.

Pa-

Para tender en plano la superficie de esta bobeda, hagase aparte (num. 3.) la recta M*n* igual á la circunferencia de una de sus formas, que es el arco NQM (num. 1.): dividase la M*n* (num. 2.) en las mismas 6 partes iguales, que lo está la circunferencia de dicho arco; y por todos los puntos de la division tirense lineas rectas á discrecion, perpendiculares à la M*n*: hagase la QL (num. 3.) igual á la LA (num. 1.), y sus inmediatas 8*t* iguales à las 2, 4; y las extremas 4E, 5C iguales à las 1, 3 del num. 1. y tirando por los extremos de todas las curvas *n*L, LM, se halla formado el triangulo mixtilineo *n*LM, cuya superficie será igual à la que debe cubrir un triangulo de los de la planta (num. 1.).

Para medir la superficie del mixtilineo (num. 3.) formese el sector del arco, que coge los tres puntos E, *t*, L, con el qual se forma un rectilineo 4EGLQ: midase éste por las reglas de la Fig. 52. Estamp. 3. del Lib. 1. y de la superficie de este rectilineo restese la del sector GEL, y la resta será la superficie, que debe tener el mixtilineo, que componen las rectas E4, 4Q, QL, y la curva E*t*L. Para medir el triangulo

mix-

mixtilineo del un extremo *n*, hagase á la otra parte M (pues son iguales los dos triangulos *n*4E , M5C) el sector FMC; y restando la superficie de este sector de la que tuviere el rectilineo FM5C , quedará la que debe tener el triangulo M5C; y juntandola con la que se ha medido antes, serà la suma de las dos igual á la mitad del plano de la figura , la qual doblada será el todo de ella ; y multiplicada por 4 , serà el total de la superficie de toda la bobeda. La bobeda de rincon de claustro es compuesta de ésta , y la antecedente , como se representa en la figura.

PROPOSICION LII.

De las bobedas , que se labran con lunetos (Fig.33.).

En las bobedas de cañon seguido , como en los Templos , y otras obras semejantes , se labran lunetos , los que sirven para dàr luz al Templo , ò á la pieza donde se construyeren : estos son aquella parte de bobeda, que quitada del cañon, se cubre con otra porcion distinta , ocupando las formas que se eligen para las ventanas; y

y las bobedas , que llevan lunetos son estrivadas con ellos mismos , por eso no necesitan las paredes de entre los pilares , que cargan los arcos torales , de tanto grueso como los estrivos de ellos ; y por este fin se tira á que los lunetos abancen hasta el tercio de la circunferencia de las bobedas, con lo que se les obliga à estrivar contra los asientos de los arcos torales ; y porque un luneto no es otra cosa, que un quarto de bobeda de arista , será facil de entender su fabrica , y medidas ; pues no hay en estos otra diferencia , que el tomar las lineas de sus abanzamientos en su alzado, del mismo modo que se tomaron en la planta para la bobeda antecedente , y pueden construirse lunetos en toda clase de bobedas , á excepcion de las que son por arista , porque éstas , por sí son lunetas , que se componen de tantos lunetos , como lados tuviere su planta.

Delinear las bobedas lunetas (Fig. 33. num.1.).

Sea la mitad de la planta de una bobeda de cañon seguido el paralelogramo ABGF, y su alzado el arco rebajado A5K, que tambien es mitad de la circunferencia de

de la bobeda, cuya clave es K (se hace rebajada por salir en esta Proposicion con quantas dificultades se puedan ofrecer; porque si fuere la vuelta de medio punto, es mas facil de construìr, tenderse en plano, y hacer sus medidas, y demás maniobras.) Elijase arbitrariamente el ancho que se quisiere dár à la forma del luneto, para formar en ésta su ventana correspondiente. Sea la distancia SL: tómese su medio en V, y tirese la VM perpendicular á SL, y sobre VM corresponde levantado el arco, ò cimbra A5K. Para saber qué parte toca cortar en la VM, que corresponda à plomo del tercio de la bobeda, dividase el arco A5K en 3 partes iguales, y dos de éstas se pondrán de A á 5; y tirando la recta 5T paralela al lado AF, corta á la VM en T, y TV es la planta sobre quien corresponde levantado el arco A5 (Si la bobeda fuere de medio punto, con solo dividir la VM por medio, el punto de esta division sería justamente el tercio de la bobeda, y quarta parte de su diametro): levantese ahora la forma del luneto que se quisiere sobre el diametro SL (haviendo formado primero la planta de él con las

las rectas ST, LT): sea eliptica realzada, que se terminará su altura en el punto que se quisiere, como en H, cortado en la perpendicular TV, alargada à discrecion; y para trazar el arco SHL, tómese en el compás qualquiera abertura menor, que la perpendicular VH; y sentando un pie de èl en qüalquiera punto de la perpendicular, como en el que se cruzan las dos rectas S9, L1, estiendase el otro pie hasta H; y con esta distancia, desde el punto del crucero, hagase à discrecion el arco 1H9; y tirando de los extremos S, L las rectas S9, L1, que pasen por el dicho crucero, cortaràn el arco en los puntos 1. 9: haganse centros los extremos S, L, y con la distancia SL, desde S, se harà el arco L9, y desde L el arco S1, y queda formada la vuelta eliptica realzada S1H9L: dividase qualquiera mitad del arco eliptico en qualesquiera partes iguales, y sea SH en tres en los puntos 1, y 2: tirense por ellos las rectas 1C, 2P, hasta que corten la diagonal ST, que será en los puntos C, Y, y al diametro SL en C, y en P: de los puntos C, Y de la diagonal ST, tirense lineas rectas à discrecion,

cion, que pasen á uno, y á otro lado, paralelas á la SL, y la que sale de C corta á la VT en el punto Z, á la LT en el punto 8; y por la otra parte corta á la AB en el punto 3, y al arco A5 en *n*: la que sale de Y corta à este arco en *r*: á la AB, en 4: à la VT, en 7; y á la LT, en *e*. Con estas divisiones se haràn las prácticas siguientes.

Cortar las cimbras para la bobeda, y lunetos (Fig. 33.).

Para cortar las cimbras correspondientes á las lineas ST, LT, saquese de T la TQ, perpendicular à la LT, y igual à la E5 (que es la altura, que corresponde levantada sobre el punto T de la planta), y de *e* saquese la *e*6, paralela á la TQ, y igual á la 4*r*; y sacando la 8*t* en la misma forma, que sea igual á su correspondiente 3*n*, se conducirá (por las reglas de otras veces) la curva L*t*6Q, y ésta serà la cimbra, que corresponde levantada sobre la recta LT, que se harà otra igual para ST, las que se unirán en T con la porcion de cimbra, cortada por el arco 5K, que es la correspondiente sobre TM, como se infiere, segun caen las perpendiculares 5ET, KBM; y esta cimbra, con las dos antecedentes, juntas en T, estarán levantadas lo que es la altura de E á 5, y de B á K, formando todas el arco A5K, cuyas plantas serán ST, LT, y TM: siguese ahora trazar el alzado del luneto, que se obra como se sigue.

Para trazar el corte vertical del luneto, se há de suponer levantada la forma del arco SHL sobre la linea de su planta SVL, (num. 1.) cuyo perfil sea cortado por la VT, y visto por el lado GF, cuyo corte será el que forma el triangulo mixtilineo A5R. Esto entendido, alarguese la SA á discrecion por R, y las perpendiculares de la mitad de la forma del luneto, que este es VHS, se irán pasando por su orden de esta suerte: tómese la primera 1C entre el arco SH, y el diametro SVL, y pongase de A á N: tómese la segunda 2P, y pongase de A á R; y haciendo lo mismo con la VH, que es la mayor, se pondrá de A á R: tirense de estos puntos à los del arco A5 las rectas R5, R*r*, N*n*, y estas lineas serán los abanzamientos, que corren desde la pared de la forma del luneto, hasta el encuentro de la bobeda; y acontece aqui, que R*r*, y N*n* salen inclinadas ácia aba-

abajo, lo qual causa el ser la bobeda rebaxada, y la forma del luneto realzada, lo que no sucedería, si ésta fuere tambien rebaxada, ò la otra realzada, ò ambas esfericas; porque en qualquiera de estos casos, las dos lineas R*r*, N*n*, abanzarían mucho mas arriba, tomando cada una mayor porcion del arco A5, como se verà en las que se siguen despues.

Hecha yà toda la delineacion, se sigue tender en plano la superficie que se quita de la bobeda, y la que ocupa la que cubre el luneto, sin lo qual no se pueden hacer estas medidas con fundamento.

Tender en plano las superficies cóncavas de las partes de un luneto (Fig. 33.).

Para saber la superficie, que se quita de la bobeda principal, tirese aparte (num. 2.) la recta LL igual á la SL del num. 1. y tómese su medio en V (num. 2.): levantese la VA perpendicular á la LL, y igual á la circunferencia del arco A5 del num. 1. (que se hallará por la Proposicion 54. del Lib. 1. hallando el valor de los arcos formados de los dos radios DO, EO, ò por la Proposicion 48 de este Libro, ò por las reglas de la Figura 37. de la Estampa siguiente): cortese la VZ (num. 2.) por las reglas dichas, igual á la porcion de arco A*n* del num. 1. y la Z7 igual á *nr* de dicho arco, y la 7A igual al arco *r*5, y se tiene toda la recta VA, num. 2. igual à la circunferencia de la porcion de arco A5 del num. 1. tómese la Z8, y la 7*e*, y las mismas se pondràn en el num. 2. como se notan con las mismas letras, y numeros, haciendo todas las lineas paralelas á la LL, y conduciendo por los extremos de todas las curvas A*e*L (por la práctica de la Fig. 9. Estamp. 1. del Libro antecedente), y se halla formado el triangulo mixtilineo LAL, cuya superficie es igual à la que ocuparia el hueco de la bobeda, levantado sobre la planta STL del num. 1., cuya medida se obrarà despues.

Para tender en plano la superficie de bobeda, que debe cubrir la planta del luneto, demonstrada en el triangulo TSL del num. 1. cuya forma levantada sobre SVL es el arco eliptico SHL, se medirá la circunferencia de este arco, y de su medida justa se tirarà una linea recta aparte, y sea ésta la orizontal 1A1 (num. 3.): dividase esta orizontal con los puntos S*b* á una,

una, y otra parte de A en las partes correspondientes à la division del arco eliptico SH del num. 1. en el qual son las divisiones los puntos 1, y 2 (para cuya operacion se han dado antes bastantes reglas): de los puntos de la division en la orizontal 1A1, levantense las ocultas AR, *b*2, S*n*, largas á discrecion, y perpendiculares á la dicha orizontal, que se cortaràn como se sigue: Tómese la distancia del mayor abanzamiento del luneto, que es la linea R5 sobre el arco A5K del num. 1. y de su medida se cortará la AR en el num. 3. cortense tambien en este numero las *b*2 iguales à la R*r*; y las S*n* iguales á la N*n* del numer. 1. y conduciendo por los extremos de todas las lineas de esta figura, num. 3. las curvas 1*n*, 2R, queda formado el triangulo mixtilineo 1R1.

Para medir el plano de este triangulo, se formaràn los sectores 1G2, 2QR, y se harán sus medidas, como se hicieron en el numero 3. de la figura antecedente, que se obrarán unas, y otras por las prácticas de la Fig. 59. Estamp. 3. Lib. 1. y midiendo la bobeda principal, num. 1. de esta Fig. 33. como si no tuviere lunetos, que se hará esta medida en la misma forma, que la de la Fig. 20. de la Estampa antecedente, como en cañon seguido, se juntarà la superficie de ésta con la de su numero 3, y todo se guardará en una suma, de la qual se ha de restar la que saliere de la del num. 2. (por ser ésta una parte que se quita de bobeda principal, para formar el luneto), y lo que saliere à la resta será la superficie de la bobeda principal, y la que cubre su luneto; y obrando lo mismo con los demás lunetos, se tendrán hechas todas las medidas, que se desean.

El triangulo mixtilineo, num. 2. se mide por la misma práctica, que el de la figura antecedente, num. 2. formandole los sectores, que resultáren de las partes de sus arcos, asi como se forma el sector OL8*e*, y no es necesario repetir las operaciones, por ser todas de una misma especie.

PROPOSICION LIII.

De otras bobedas, que se labran con lunetos de plantas esfericas, ò elipticas (Fig. 34.).

En los edificios que hoy se construyen

yen se hacen por gala, y mas hermosura las aristas de los lunetos, esfericas, ó elipticas, sin que formen angulo en el encuentro de la bobeda con su abanzamiento; y todos los cortes de las aristas de estos lunetos resultan de la forma, que se eligiere en su planta, que puede ser á gusto del Artifice: y supuesto, que en el dia es yá comun la moda de estos lunetos, es preciso demonstrar la práctica de armar las cimbras, y tender en plano la superficie que toman de la bobeda, como la que debe cubrirlos á ellos, cuya práctica se obrarà por el méthodo siguiente.

Méthodo de trazar, y cortar las cimbras para esta bobeda, y sus lunetos (Fig. 34. num. 1.).

OPERACION.

Sea la mitad de la planta de una bobeda el paralelogramo ABCD, y la mitad de su arco levantado AHK: sea uno, y otro en todas sus partes igual à la planta, y vuelta de la figura antecedente: elijase para planta del luneto el semicirculo 5P5, y su forma, donde ha de estàr la ventana, sea el otro semicirculo igual á éste, suponiendo, que el segundo 5*n*5 es levantado perpendicular al de la planta, sobre el diametro comun de los dos, que es la recta 5L5 (parte del lado de la bobeda AB). Esto entendido, dividase la circunferencia del arco 5*n*5 en 6 partes iguales; y como se ha dicho otras veces, quántas mas fueren, serà mejor; pero por lo chico de la figura, y no confundirla con tantas lineas, se divide solo en las dichas 6 partes, que son los puntos 1, y 2: del punto *n* al punto L (que son los medios del arco, y diametro) tirese á discrecion la recta *n*L, alargandola por uno, y otro lado arbitrariamente, y se cruzará en angulos rectos con la AB en el centro L: saquense en la misma forma de los puntos 1, y 2 de las divisiones del arco 5*n*5 las otras rectas, paralelas á la *n*L, y cortarán al semicirculo 5P5 en sus puntos correspondientes en los otros numeros 1, y 2, por los que se tiraràn á discrecion las rectas 1, 1: 2, 2, que sean paralelas à el lado AB, cortando al arco AK en sus puntos 1, y 2: saquese tambien del punto P (que es el mayor abanzamiento de la planta) la recta P3, alargandola á discrecion por ambos extremos, que ésta corta al arco AK en el pun-

punto 3, y la porcion de arco A3 es la que le toca levantada sobre LP, á quien añadiendole la porcion de cimbra HK3, será una media cimbra de toda la bobeda, que se levantará sobre el semidiametro LX, haciendo su concavidad igual á la que se demuestra entre la recta AC, y el arco AHK. Para asegurar la armadura del luneto se tiraràn las rectas Y*q*, que pasen tangentes por la circunferencia del semicirculo 5P5, sobre las quales se levantarà en cada una su cimbra, como la YR, la que se trazará de ésta forma: Del punto *q* levantese la recta *q*H, perpendicular à la L*q*, ò paralela à la AB, y cortarà al arco AK en el punto H, y à su diametro AC en Q, y QH serà la mayor altura, que ha de tener la cimbra YR, que serà su igual QR, levantada ésta del punto *q* á R, y perpendicular à *q*Y: de los puntos 3, 1, *o*, levantense tambien las rectas *oo*, 11, y 33 paralelas à *q*R, y iguales à sus correspondientes de entre el arco AH, y su basa AQ, las quales cortan continuadas los puntos *o*, 1, 3 en la basa de la cimbra, cuya recta es Y*q*, correspondiente al lado BD: formadas dichas lineas, conduzcase por

por los extremos de todas la curva Y*o* 13R, y ésta es la cimbra, que se busca; y haciendo otra igual á ella, se uniràn las dos à la principal, que es la que carga de L á X, cuya vuelta es AHK, y todas levantadas, la YR sobre Y*q*, y otra igual à la otra linea Y*q*, y la AK, levantada sobre LX, se vendràn à juntar los extremos R de las cimbras menores en el punto H, el qual vendrà à caer à plomo sobre la planta en el punto *q*.

Modo de armar las cimbras de esta bobeda, y lunetos, para construìr la fabrica sobre ellas (Fig. 34. num. 1.).

Levantadas todas las cimbras, segun demuestran las lineas de la planta, una sobre BD, otra sobre LX, y otra sobre AC, todas tres iguales al arco AK, y ajustadas à la del medio LX, las dos de las diagonales Y*q*, se ha de armar la bobeda, como si no huviere de llevar lunetos, entablandola toda como una media cuba; y sobre la superficie del tablado se trazarà el semicirculo, presentando sobre la dicha superficie una plantilla, ò cimbra igual à la mitad de él, de modo, que puesto el un extremo de la plantilla en el punto que cor-

correspondiere sobre la linea LP, y levantado el otro à nivèl, se iràn dexando caer perpendiculos sobre la forma del tablado, y por ellos se tirarà una curva con una regla flexible, asentada de canto sobre el dicho tablado, y puntos del perpendiculo; y hecha la operacion por ambos lados de la recta LP, se halla delineada en la paranza de la bobeda la circunferencia eliptica, que huvieren causado los perpendiculos de la plantilla esferica, sobre la qual se iràn ajustando los extremos de las tablas, que huvieren de armar la superficie, que ha de cubrir el luneto, cuyas tablas cargaràn los unos extremos sobre la armadura de la bobeda principal, y los otros sobre la forma, ò cimbra *5n5*, sobre cuyo artificio se construirá la bobeda del material que se quisiere, observando lo que se ha dicho de las antecedentes. Ahora resta tender en plano la superficie que pierde la bobeda con la ocupacion de los lunetos, y la que á cada uno de ellos debe cubrir, lo que se consigue por la práctica siguiente.

Méthodo para delinear en plano las superficies, que se han de quitar, y aumentar à la bobeda principal, correspondiente à los lunetos (Fig.34. num. 1. 2. y 3.).

Para tender en plano la superficie que se ha de restar de la bobeda, hallese la circunferencia, que corresponde levantada desde L à P, que es el mayor abanzamiento de la planta del luneto, cuya vuelta, segun corta la linea PZ, es en el arco AK, la porcion A3 (num.1.), que dividido este arco en tres partes iguales, son los puntos *o*, 1, 3, y las lineas tiradas de ellos son las que cortan al semicirculo de la planta con las rectas *t*4, *e*1, que son paralelas al diametro 5L5: hallada la circunferencia de la porcion de arco 3A por las prácticas prevenidas en la Proposicion antecedente, se tirarà aparte (num.2.) la recta A3 igual á la circunferencia A3 del num.1. la que se dividirá en las mismas partes, que las que dividen al arco A3, cuyos puntos serán *t*, *e*, &c. (num.2.) tirense por estos, y el extremo A, las rectas 55, 44, 11, y 22, largas à discrecion, y perpendiculares á la A3. Hecho esto, tómense las distancias L5, *t*4, *e*1, &c. de la planta del luneto (numer.1.) y pasense las mismas por su orden al num.2. poniendo la L5 à una, y otra

otra parte de A, como son A5, y en la misma forma se acomodarán las $t4$, $e1$, y 22, por cuyos extremos de todas las rectas se conducirà la curva 3, 2, 1, &c. y queda formada la figura del num. 2. la qual será igual á la superficie que se corta de la bobeda, para meter el luneto en su concavidad.

Haviendo de tender en plano la superficie de la bobeda, que ha de cubrir la concavidad del luneto, se ha de trazar primero el perfil cortado sobre la linea de la planta LP, cuyo alzado por la parte de la ventana será su mayor altura la L*n*: su delineacion es en esta forma: Alarguese la recta AB á discrecion por S; y tomando en el compás la altura de la linea 1 entre el arco 5*n*, y su diametro 5L5, se pondrà de A à G, y la linea 2 se pondrá de A á F, y la mayor L*n* de A à S: tirense por estos puntos á los correspondientes, que suben de la planta (cortados por las lineas de las divisiones de los mismos puntos del arco 1, 2, *n*, que cortan en la planta en 1, 2, P; y en el arco A3 cortan en 1, 2, y 3.) las rectas G1, F2, S3, y estas lineas serán los abanzamientos del luneto, con los quales, y

y la circunferencia del arco de la forma del luneto, se ha de trazar el plano de la cubierta de él, obrando de este modo: Tirese aparte (num. 3.) la recta 5*n*5 igual à la circunferencia 5*n*5 del num. 1. Dividase la dicha recta en las mismas 6 partes iguales, que se dividiò el sobredicho arco, que serà en los puntos G, F à una, y otra parte de *n*: tirense por ellos á discrecion las rectas G1, F2, paralelas à *n*3 (que es la primera que se supone tirada en medio de la 55.): tómese en el compàs el mayor abanzamiento del perfil, que es la recta S3 (num. 1.), y hagase igual à ella la *n*3 (num. 3.): tómese el otro abanzamiento F2 (num. 1.): y pasese à F2 del num. 3. y en la misma forma se pondrá el abanzamiento G1 del num. 1. en las G1 del num. 3. y formando el arco 5, 1, 2, &c. se compone la superficie del num. 3. igual à la que debe cubrir el luneto, segun la planta esferica 5P5L, la qual montarà sobre el semicirculo de la forma 5*n*5, y parte abanzada por lo interior, formando la la semielipse 5*m*5, cuyo exceso de *n* á *m* lo dá la diferencia de la altura, que tiene de mas la Z3, que la AG del perfil ACK. Para saber la superficie de las figuras de los

 nu-

num. 2. y 3. no hay mas dificultad, que en las medidas antecedentes; y siendo el cap. 7. del lib. 1. de prácticas de medir toda suerte de planos, en sus Proposiciones se hallaràn reglas para estos. La solidéz se medirá, si fuere necesario, como se han medido las antecedentes, pues basta una, ó dos operaciones para la inteligencia de infinitas.

PROPOSICION LIV.

Trazar una media naranja con lunetos esfericos, ó elipticos, y tender en plano la superficie, que de ella toman, y dexan (Fig. 35.).

Para menos confusion de los principiantes, se expresa esta Proposicion por partes, como son las siguientes.

PRIMERA PARTE.

Trazar la planta de la media naranja, y la de sus lunetos.

Sea el diametro del circulo de la media naranja la recta IE (num. 1.): tómese su medio en A, y desde èl, como centro, con qualquiera semidiametro AE hagase el

el circulo YIYE. Para que los lunetos tomen cada uno el tercio de la circunferencia de la bobeda (siendo esferica, como en este exemplo), dividase cada semidiametro en dos partes iguales, que será en los puntos K, y B: terminese el ancho, que han de tener los lunetos en la circunferencia de la caja de la media naranja; y asentando un pie del compás en el punto I, extremo del diametro, se puede abrir el otro hasta S, ò mas, ò menos, segun se le quisiere dàr al luneto; y haviendo cortado en la circunferencia el arco IS, se cortará otro igual á la otra parte, que será I*h*: pasese al otro extremo del diametro, que es el punto E, y cortese tambien el ancho del luneto en la misma forma que el antecedente; y de los puntos en que se ha cortado éste, tirese de uno à otro la recta Q, y esta serà la cuerda de la porcion del arco E, cuyos extremos de éste son los mismos de la cuerda: por el punto E, que es el contacto del circulo de la planta, tirese la tangente ED*f*, larga à discrecion por ambas partes, y paralela á la cuerda Q: hagase la ED igual à la media cuerda, y obrese lo mismo por el otro lado ácia

 f,

f, y se havrà hecho la recta E igual á la cuerda Q, que ambas se juntarán por sus extremos con lineas rectas, formando un paralelogramo, cuyos lados mayores son las mismas rectas QE, y los menores la perpendicular, ò sagita QE: con el radio ED hagase desde E el semicirculo D8, y éste será la forma de la pared del luneto, à quien se le darà de altura, como banco, lo que es la sagita QE; y para trazar la planta del luneto eliptico QB, se hará la delineacion, como se ha obrado otras veces, ò por la Proposicion siguiente de la Fig. 36. pues siendo determinado el semidiametro QD, y el semidiametro QB, es facil su inteligencia: del mismo modo se delinearán las plantas de todos los demás lunetos, que huviere de llevar la bobeda, poniendole á cada uno el alzado de su forma, como se ha puesto la E8, las que, si pareciere, pueden hacerse tambien elipticas, como la de la Fig. 33. y si la necesidad lo pidiere, pueden hacerse las formas de los lunetos unas anchas, y otras estrechas; pero en su altura todos los lunetos deben tomar igual parte en la circunferencia de la media naranja.

Nota. Si por algun inconveniente no se pudiere tomar el tercio de la bobeda, por abanzar poco ácia el centro de ella las lineas IK, EB, se terminarà la linea de la planta en la forma siguiente.

Sea el alzado de la bobeda el semicirculo S3*n*D, cuyo diametro es SXD: cortese en este la DM igual à EB: levantese la M*m*, perpendicular á DS, que corta al arco de la bobeda en *m*, y la porcion de circunferencia D*m* es la que corresponde levantada sobre la recta de la basa DM; y siendo ésta igual á la EB, toma el tercio del semicirculo S3*n*D, cuya parte es el arco D*m*: si el vuelo del luneto fuere en la planta la recta DN, levantese la perpendicular N*n*, y el arco D*n* será la porcion levantada sobre DN; y si la planta fuere la recta DL, su arco correspondiente serìa DV, y por este orden se hallaràn todas las cimbras, que tocan levantadas sobre qualquiera linea recta, tirada en los diametros de la planta, sean vueltas, rebajadas, ò realzadas, mientras que las plantas no fueren elipticas, de cuya práctica se trata en la Proposicion siguiente.

Si como la vuelta de esta bobeda es es-

ferica sobre el diametro IAE, fuere rebajada sobre el mismo diametro, como lo es la vuelta IGE, y los cortes M*m*, N*n*, &c. se han sacado del diametro SXD, se huvieren hecho del diametro IAE, la perpendicular M*m* se huviera hallado en el arco SYD en el punto donde éste se cruza con M*m*, y la M*m* serìa la misma altura que hay de B hasta dicho arco, que sería el de puntos; y siendo el arco rebajado, sacada la BG perpendicular al diametro, ò linea QB, sería BG la altura levantada sobre B, y el arco GE sería la vuelta, ò cimbra levantada sobre la recta EB; y asi, entre el arco GE, y la recta EB de la planta se cortarian todas las lineas, que se hallan cortadas arriba entre la recta MD, y el arco D*m*.

De lo dicho se infiere el cortar las mismas partes en qualquiera bobeda realzada, ò apuntada; pues en este ultimo caso todos los arcos serian de mas altura.

PARTE SEGUNDA
de esta Proposicion 54.

Cortar las cimbras ajustadas à las lineas elipticas de la planta de los lunetos (Fig. 35.).

Pa-

Para que se corte la cimbra correspondiente à la planta del luneto IK, de modo que se acomode por la linea curva SOK, que será la mitad de este luneto, se hará lo siguiente.

OPERACION.

Por el punto S, que es el angulo curvilineo, que forma la planta del luneto, con el circulo de la planta de la bobeda, tirese al punto D, su correspondiente al otro luneto opuesto, la recta SD, sobrada à discrecion por sus dos extremos; y del centro X formese el perfil, que huviere de levantar la mayor vuelta de la bobeda, que será el arco S3*n*D igual al semicirculo del diametro IAE (Sobre éste se podia obrar lo mismo; pero se hace en aquel lugar por la confusion de lineas, que resultan dentro de la planta del luneto). Dividase la curva SOK en las partes iguales, ò desiguales, que se quisiere (por lo chico de la figura se divide solo en dos; porque entendida la práctica de éstas, se obra lo mismo con todas las que huviere en la division); sea en dos partes desiguales, la mayor SO, y la menor OK (Adviertase aqui, que donde haya mas curvatura, deben ser las partes

tes mas menudas, de modo, que las rectas, que se han de tirar luego, vayan cogiendo la circunferencia del luneto en quanto fuere posible): tirese la recta OK, y la OS, que seràn las cuerdas de sus arcos correspondientes: levantese de O la OY, perpendicular á la cuerda OS, alargandola á discrecion por Y ácia el arco de puntos: continúese la cuerda SO por A, hasta que corte la circunferencia del circulo de la planta de la bobeda á la otra parte opuesta à S, y ésta linea será diametro del arco, sobre quien se ha de formar la cimbra para la linea SO: hallese su centro, que será en A, y con la distancia del semidiametro AS, describase desde A el arco SY, que corta à la perpendicular, levantada de O en el punto Y, y este arco SY, que se halla debajo del arco de puntos, serà la cimbra correspondiente sobre la recta SO.

Para hallar la cimbra, que toca sobre OK, levantense de los extremos de la recta KO, perpendiculares á ella, las OP, KX, largas à discrecion; y continuando la recta OK hasta que los dos extremos toquen la circunferencia del circulo YIYE, serà ésta el diametro del arco, que ha de cortar

tar la cimbra para OK. Hagase, pues, con la mitad de este diametro, como radio, desde su medio, que es el centro, la porcion de arco de entre las dos paralelas OP, KX, y este arco serà la cimbra correspondiente sobre la pequeña linea OK, y por esta práctica se cortaràn muchas mas cimbras, que arrimaràn à la curvatura de la SOK, de modo, que no quede superficie entre el arco, y cuerdas, lo que se consigue haciendo muchas mas cuerdas, hasta que ocupen la curva de la planta, y cortando porciones de cimbras, como el arco P, ò mucho menores; y poniendo las testas de unas ajustadas con las de las otras, se aseguran todas, travando sus juntas con tablones, ò porciones de riostras de madera, clavadas, que observen la figura de la linea de la planta, de modo que los dos extremos de la vuelta no han de salir, ni entrar de la longitud de la recta SK, como todo se dexa entender en la figura. Hecha la cimbra para la mitad de la planta por SOK, se harà la otra mitad para KT*h* de las mismas medidas que la antecedente; previniendo, que los cortes, y vuelta de la segunda, sean contrarios à la primera.

Es-

Esto es, que si la SOK, estando fija en S, se volviò su extremo sobre la mano izquierda, la que ha dè estàr fija en *h* se ha de volver torciendo à la derecha; y haviendo hecho otra cimbra igual para el otro luneto opuesto EB, se cortará otra cimbra, que se ajuste sobre la KB, uniendo ésta con las de los dos lunetos en sus mayores vuelos, que son los mismos puntos KB, cuya cimbra levantada es la parte de arco, 3*m*, que unido con los de las curvas de los lunetos, no deben salir, ni entrar de todo el arco S*q*VD. Si como esta vuelta es esferica, huviere de ser rebajada como el arco IGE, se harian las mismas operaciones, que se han hecho con el esferico, pues no hay mas diferencia, que el hacer sobre las rectas., que han servido de diametros para cortar las cimbras de las cuerdas SO, OK, en lugar de sus arcos esfericos, otros, que sean correspondientes à la vuelta rebajada, ò si fuere realzada; lo que se consigue, formando sobre cada diametro de dichas cuerdas la parte de semielipse, que le correspondiere, semejante, ò inscripta á la fundamental de la bobeda, lo qual se acabarà de comprehender por la

la practica de la Fgura 36.

De estas prácticas se infiere el poder cortar la cimbra correspondiente à qualquiera porcion de linea dada en la planta de una bobeda, que es cosa bien esencial, y precisa à los prácticos, para quando se les ofrezca hacer algun reparo, como sucede muchas veces en bobedas, que amenazan ruina por alguna de sus partes. Adviertase sobre esto, que las cimbras, que se cortaren segun estas reglas dadas, si se levantan sobre sus mismos diametros, como las de los diametrosde las cuerdas SO, OK, de modo que estén à plomo sobre ellos mismos, vendràn ajustadas á la vuelta de la bobeda en qualquiera linea que fueren cortadas, como puede probarse con la experiencia.

PARTE TERCERA de la Proposicion 54.

Tender en plano la superficie, que toman los lunetos, perteneciente á la bobeda de la media naranja.

Para tender en plano la superficie que pierde en su bobeda la media naranja, se obra de esta suerte: Sea la que se ha de ten-

tender en plano la que corresponde al lunero IK: del punto K levantese la K3, perpendicular á la IK; y la distancia que hay desde K hasta el punto donde se cruza la K3 con el arco de puntos SI, serà igual à la recta, que baja de 3 hasta el punto O de la linea SXD, y la porcion del arco entre el dicho punto, cortado en la circunferencia YS, con la recta 3K, y el extremo S, será el arco, ò cimbra levantada, correspondiente á la linea de la planta IK; y porque hemos dicho antes, que éste servia de embarazo, se sube mas arriba sobre el diametro SD, igual al IE, y en éste se corta el punto 3, y 3S serà el mismo arco correspondiente à dicha linea de la planta IK: dividase este arco S3 en tres partes iguales, que se notan con los numeros 1, 2, 3, y la extrema 2, 3 se dividirà en dos partes iguales en el punto *q* (Conviene asi esta division, para que salga con mas precision la superficie, que se busca; y quantas mas fueren las partes del arco, tanto serán mas perfectas las operaciones, como se ha dicho otras veces). Por los puntos 1, 2, *q* tirense lineas rectas, paralelas à la 3K, que cortan á la KI en los pun-

puntos H, R, *t*, y al diametro SD le cortan en CF, &c. (Si fuere necesario poner cimbra sobre la planta IK, y la vuelta de la bobeda de la media naranja fuere eliptica, rebajada, ò realzada, sobre los puntos H, R, *t* se levantarian unas perpendiculares, y la que cayere sobre K se haria igual à la O3: la de *t*, à su correspondiente F*q*: la de R, á C2; y la de H, á la recta S1, y por los extremos de todas se formaria una curva, cuya vuelta sería la correspondiente á la cimbra, que huviere de levantar sobre IH): asientese un pie del compàs sobre el punto A, que es el centro del diametro IE; y desde èl, con las distancias AH, AR, A*t*, como radios, haganse los arcos H*h*, R*r*, *t*T, que todos serán concentricos al circulo IYYE. Con este artificio, y las divisiones del arco S*q*3, se tenderà en plano la superficie, que pierde la media naranja para ocupar el luneto, que se obrarà como se sigue.

Hagase aparte (num. 2.) la recta S3 igual à la circunferencia del arco S3 del num. 1. y dividase en las mismas tres partes iguales la recta S3 del num. 2. que las divididas en el dicho arco, y la extrema R3,

R3 se dividirà por medio en T, como està dividido el arco (num. 1.) en *q* : tómense las circunferencias H*b*, R*r*, T*t* en el luneto IK, y haganse en el num. 2. las rectas IS, H*b*, R*r*, T*t*, iguales cada una á la que le corresponde à la circunferencia del luneto, y que sean perpendiculares à la S3 (num. 2.): conduzcase por los extremos de ellas la curba 3*trb*I, y se halla formado entre la recta 3S, y dicha curva el plano de la mitad de la superficie, que pierde la media naranja para cada luneto; y obrando lo mismo à la otra parte de la recta S3, serà toda la figura del num. 2. igual á la superficie que se ha de restar de la bobeda para cada luneto de ella, suponiendo sean todos iguales.

PARTE QUARTA
de la Proposicion 54.

Trazar el perfil, que forma el corte del luneto por la linea EB, *visto de lado, y visto de frente.*

Dividase la mitad del arco de la forma, que es la curva D8 (num. 1.) en 3 partes iguales, y por cada punto de la division ti-

tirese una recta larga à discrecion por ambos extremos, y que todas sean paralelas à la perpendicular E8, las quales cortan à la curva B*e*D, que es la mitad de la planta del luneto, en los puntos Z*e* : levantese de B la B*m*, perpendicular à EB; y ésta corta al arco de la montea de la bobeda en *m*, y à su diametro SD le corta en M : levantense de los puntos Z*e* las rectas Z*n*, *e*V, paralelas á B*m*, y aquellas cortan al diametro SD en N, y en L, y al arco superior en *n*, y en V : de los puntos en que cortan las rectas Z*e* al arco YEY, subiendo ácia la forma del arco D8, tirense las rectas 4, 5, y 6, paralelas á BM*m* : tómese en el compás la distancia que hay entre la recta Q (cuerda del arco E), y entre el arco de la forma D8 en las lineas, que suben de BZ*e*: la menor se pondrá desde el diametro SD hasta donde alcanzáre en la linea 6, que es la primera que corta en el arco mayor de la planta con la linea que sube de *e*, cuya altura serà D1 : tómese la siguiente, que corresponde á Z, y en la linea 5 cortarà el punto 2, y la mayor, que es Q8, cortarà desde D el punto 3 en la linea 4; y porque la altura D3 corresponde al mayor aban-

abanzamiento del luneto, que es el punto *m*, cortado en el arco de la montea por la perpendicular B*m*, tirese la recta 3*m*, la qual es el abanzamiento mayor, correspondiente à lo interior de la bobeda; y tirando la 2*n*, y la 1V, quedan delineados los tres abanzamientos, correspondientes á las tres divisiones del medio arco de la forma, cuya parte es D8, de cuyas divisiones se han cortado los puntos correspondientes á cada una de ellas en la montea de la bobeda interior, como guian las rectas Z*e* por ambas partes, con cuyas operaciones se halla demonstrado el perfil interior de dicha bobeda con las partes que toman de ella los abanzamientos del luneto.

Para formar el perfil que hace el luneto, y media naranja, visto de frente por lo interior de la bobeda, tómese la altura M*m*, y pongase de Q à *g*: la N*n* se pondrá en las inmediatas à Q *g*, desde la misma basa de Q, cada una en su lugar correspondiente; y poniendo en la misma forma la LV en las menores del perfil del luneto, se guiará por los extremos de ellas la curva D*g*, &c; y haciendo el diametro 4*f* igual al diametro SD, se formarà sobre èl el se-

semicirculo 4*df*, que será el perfil de toda la montea de la bobeda: la superficie de entre 8*g*D, &c. será la parte, que se descubra, vista de frente correspondiente en el fondo de la bobeda, que cubre el luneto, y QDS, &c. serà la forma recta de la pared, que ha de estár la ventana, que se ceñirá por la curvatura del circulo de la planta. Y para dár fin à estas delineaciones, falta tender en plano la porcion, que ha de cubrir al luneto, que se hará por la práctica siguiente.

Nota. Primero, que en toda clase de lunetos debe demonstrarse la altura, que se descubre entre la bobeda principal, y la forma del luneto; y en quantas delineaciones he visto en papel, todas estàn formadas á vulto; y por la regla, que aqui se ha dado, pueden delinearse con toda exactitud, pues es general para todo genero de bobedas con lunetos.

PARTE QUINTA, ultima de la Proposicion 54.

Tender en plano la bobeda, que cubre qualquiera de los lunetos de la Fig. 35.

Ha-

Hallese la circunferencia del semicirculo de la forma E8, ò solo su mitad D8, y sea ésta para este exemplo, que se hallarà multiplicando la recta ED, que es mitad de su diametro, por 3 y un septimo, tomando de los pies que vinieren al producto la mitad de ellos, y una altura de QE mas: hagase de su longitud la recta 8D (num. 3.), y será igual á la circunferencia del arco 8D del num. 1. cuyo arco es mitad de la forma, ò quarta parte de todo su circulo, y de las mismas circunstancias es la 8D en el num. 3. dividase ésta en tres partes iguales, como lo està el dicho arco, cuyos puntos de la division son los numeros 1, 2: tirese la recta 8*m* perpendicular á la 8D, y de igual largueza, que la 3*m* del num. 1. que es el mayor abanzamiento del luneto: tirese del punto 2 (num. 3.) la recta 2*n*, paralela á la 8*m*, y que sea igual à la 2*n* del num. 1. que es el abanzamiento segundo; y haciendo lo mismo con el otro abanzamiento 1V, se pondrà, como los demás, en 1V (num. 3.); y conduciendo por los extremos la curva DV*nm*, se hará la misma diligencia à la otra parte de la recta 8*m*, y quedarà la figura del num. 3. delineada, segun la forma de la superficie, que cubriria todo el luneto, si fuere materia flexible: con lo que se han concluído todas las operaciones de la delineacion de esta bobeda, á la qual se le pueden poner quatro lunetos, ò los que se quisiere; pues aunque sean mayores, ò menores, que los que se han demonstrado, la regla de construírlos es toda una, como queda dicho arriba.

Para medir la superficie, y solidèz de esta bobeda, no se necesita mas exemplo, que obrar las medidas, como en las antecedentes; pues medida la bobeda por entero, se le restarà á la superficie de ella tantas partes iguales à la figura (num. 2.) como lunetos huviere, y à lo que quedáre en la resta se le añadirán otras tantas superficies iguales à la del num. 3. y el total será la superficie cóncava de bobeda, y lunetos, como se infiere de las prácticas antecedentes.

PROPOSICION LV.

Trazar una media naranja sobre planta, y vuelta eliptica, con lunetos triangulares entre

tre sus diametros, sacar sus cimbras, y tender la superficie de los lunetos en plano (Fig. 36.).

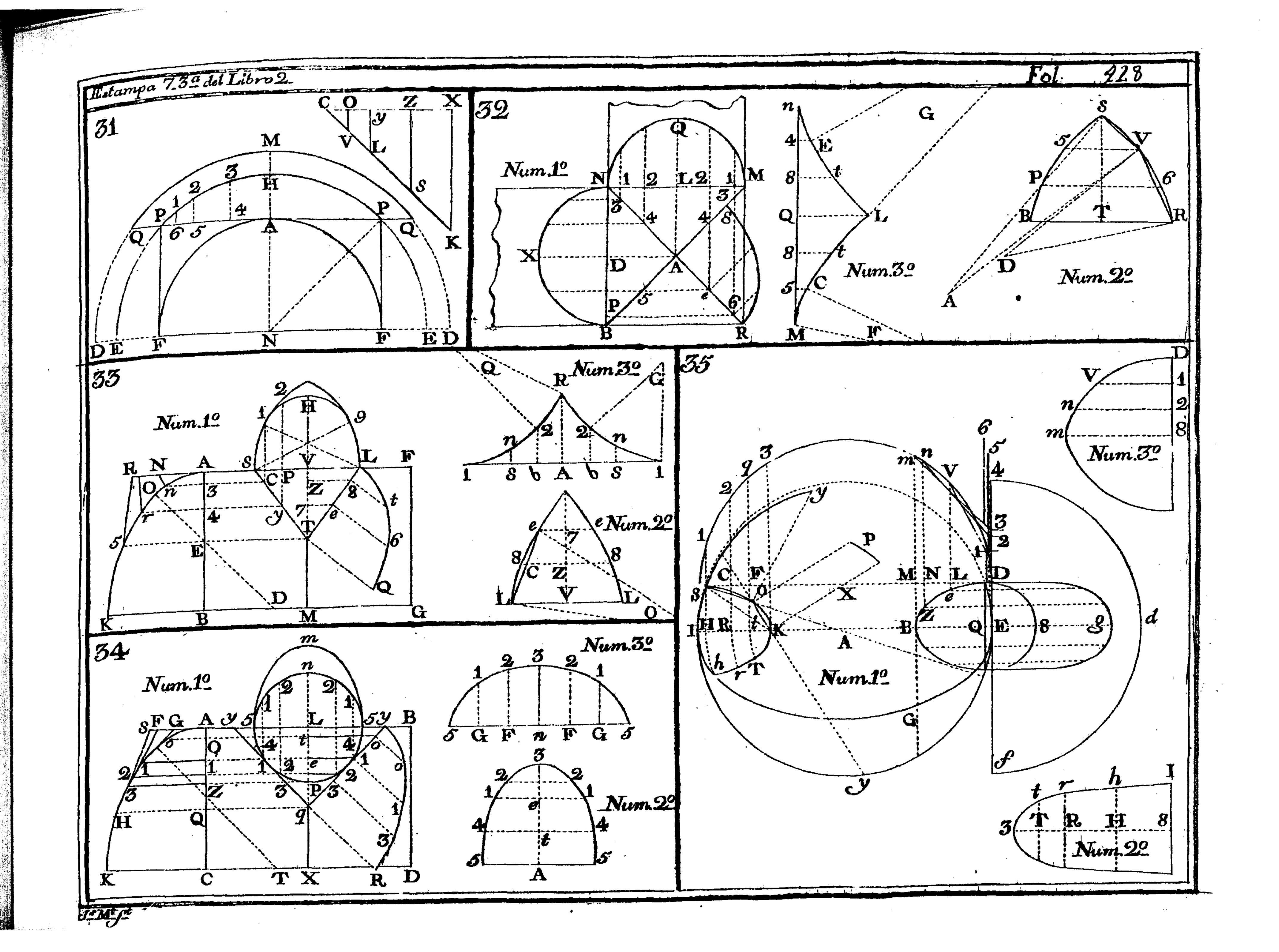
(*ESTAMPA VIII.*)

En esta Proposicion se acabarà de perfeccionar el principiante, que viniere algo enterado de las antecedentes; y comprehendida ésta, no le serà dificil la construccion, y medidas de quantas bobedas dificiles le fueren encargadas para construír, y medir. Declarase su práctica por partes, como la de la Proposicion antecedente.

PARTE PRIMERA.
(Figura 36.).

Trazar la planta eliptica de qualquiera media naranja (num. 1.).

Sean los dos diametros de una media naranja las rectas NO, diametro menor, y D3, diametro mayor: crucense los dos diametros en sus medios, formando los quatro angulos rectos en su centro M, y alarguese à discrecion uno de sus semidiametros menores, como MN por G: con el semidiametro mayor, que es la distancia M3,


Estampa 73ª del Libro 2.
Fol. 228
31
32
Num. 1º
Num. 3º
Num. 2º
33
Num. 1º
Num. 3º
Num. 2º
34
Num. 1º
Num. 3º
Num. 2º
35
Num. 3º
Num. 1º
Num. 2º

M3, hagase desde M la quarta de circulo 3G; y desde el mismo centro con la distancia MN hagase la otra quarta de circulo 3N: dividase qualquiera de estas dos quartas de circulo en quantas partes iguales se quisiere; y para no cansar con muchas lineas, sea en 3 partes, como se nota con sus mismos numeros, cuya division se hace en 3 partes, sin abrir, ni cerrar el compàs con solo llevar el radio del mismo quadrante, desde el un extremo hasta donde alcanzáre en la circunferencia, como por exemplo: el radio del quadrante 3G es la distancia M3: tómese ésta en el compás, y asentando un pie de èl en el extremo 3, alcanzará el otro en el punto 1 de su circunferencia; y asentandole en G, alcanzará por otra parte en el punto 2; y lo mismo sucedería con el quadrante menor, que tambien cortaria los puntos 1, y 2 desde N, y 3 por su arco. Hecha esta division en qualquiera de los quadrantes, tirense rectas por cada uno de los puntos de su division al centro M, y seràn las 11, 22, que cortan en los mismos puntos al otro quadrante, que no se huviere dividido, y cortarian infinitos, que huviere, siendo for-

mados del centro M: de los puntos del mayor 3G, tirense á discrecion las rectas 1H, 2Z, paralelas al diametro menor NMO, ò perpendiculares al mayor 3MD, que cortan al semidiametro mayor en los puntos ZH; y por los otros puntos del quadrante menor tirense á discrecion las rectas 2S5, 1L4, paralelas al diametro M3, las que cortan à las 1LH, 2SZ en los puntos L, S. Estos puntos son los que deben estàr en la circunferencia de la elipse, sobre los quales, y los dos extremos de los diametros 3N, se describirà la elipse (por la práctica de la Fig. 9. Estamp. 1. del Lib. 1.) y para delinear toda la elipse de una vez, se alargarán las rectas á los otros quadrantes, y cada una se cortarà igual à su correspondiente en esta quarta de elipse M3LN, y se cogeràn todos los puntos por la regla dicha, con lo qual queda perfeccionada la planta O3ND, que tambien se podrà formar á vuelta de cordel (por las reglas de la Fig. 34. Estamp. 2. del libro antecedente, ò segun la práctica de la Fig. 20. de este libro).

Nota, que en esta figura resulta la práctica de poderse delinear con facilidad la fi-

figura de un huevo, cuya mitad se compone con la quarta de elipse DFN, y la quarta de circulo N123, y sería una planta hermosa, para formarle una bobeda eliptica con lunetos, ó sin ellos, que es cosa que por necesidad se puede ofrecer en alguna parte.

PARTE SEGUNDA.
(Figur. 36.)

Elegir la planta de los lunetos, y cortar las cimbras para ellos, y la bobeda. (Fig. 36. num. 1.).

Delineada la planta de la Elipse, se pide la de unos lunetos, que hayan de ser formados en los tercios, ò medios de los quadrantes, y que tomen el tercio de la concavidad de la bobeda, à cuya montea de ella se termina su altura por la del semidiametro menor, de modo, que todo el perfil levantado sobre el diametro mayor 3D, sea el arco eliptico 3LNFD.

Elijase el ancho que ha de llevar el luneto en la vuelta de la planta de la media naranja, y se termina, que sea su anchura XK, y su vuelo ácia el centro de la bobe-

 da

da sea una linea precisa, que tome el tercio de la circunferencia.

Tómese, pues, el medio de la porcion de arco XK en el punto F: por este punto, y el centro M tirese á discrecion la recta FM, que corta á la otra parte del quadrante eliptico en otro punto F en la misma circunferencia de la planta de la bobeda, y la recta FF será el diametro sobre quien se ha de delinear otra semielipse, que levantada sobre él, se ajuste á la concavidad de toda la bobeda, cuya práctica será en esta forma.

La altura de la bobeda es la misma que uno de los lados del quadrante esferico MN3, que son los semidiametros menores de la planta: saquese, pues, del punto M la MB, igual à la altura MN, ó MO, y perpendicular à la FF; y porque las rectas, que caen de los puntos 1 y 2 (division de las 3 partes iguales en el quadrante menor), cortan al semidiametro MN en los puntos 4, y 5, tirese de F à N la recta FN, y se halla formado un triangulo MNF: de los puntos 4, y 5 de la base NM tirense las rectas 44, 55, paralelas á la NF, y cortan à la recta FF en los otros puntos 4, y

y 5: tirense de estos puntos las rectas 46, 57, paralelas á la MB, ò perpendiculares à la FF, de modo, que la recta 46 se ha de cortar igual á la que le corresponde en el quadrante, que es la 14, y la 57 sea igual à su correspondiente 25, y se tienen sobre la recta FF las tres lineas 46, 57, MB, iguales en altura á todas sus correspondientes del quadrante M3N, por cuyos extremos se conducirá la curva F6QB, que levantada sobre la FM, será la cimbra que se ajuste contra la bobeda desde su arrancamiento F, hasta la altura de su clave sobre el centro M. Adviertase, que para delinear las cimbras con toda perfeccion, y mas quando los arcos de donde vienen sus tranquiles son de pocas divisiones, es necesario en los extremos aumentar otro punto, lo qual se hace continuando la recta 64 por la otra parte ácia X, de modo, que 4K sea igual á 46; y cogiendo con un arco los tres puntos 6, F, X, sale el arco F6 con la vuelta que le corresponde. De no obrarse en esta forma, saldrá de poca, ó mucha montea; y caso de que salga con la suya propia, serà por casualidad (Esta prevencion se ha de tener presente en todos

dos los extremos de formas elipticas).

Para que la planta del luneto tome el tercio de la bobeda, dividase el quadrante eliptico FQB en tres partes iguales, y dos de ellas se cortaràn de F à Q, quedando una de Q à B, y el arco FQ es el tercio de la bobeda correspondiente sobre la recta FMF: del punto Q, tercio de toda la cimbra del arco hecho sobre el diametro FF, tirese la recta QA, paralela à la MB, y corta á la FM en el punto A, y la parte A54F será la linea, que corresponde en la planta para tomar el tercio de la montea de la bobeda; y levantando el arco FQ de modo, que la misma altura AQ estè perpendicular, ò á plomo de A, y el extremo F, sin mudar de lugar, serà la cimbra F67Q la que toca sobre FA, y el arco QB serà la cimbra correspondiente sobre la linea AM; y unidas éstas con las que vengan de la otra parte FR, sus iguales, se tiene formada una cimbra maestra, que cruzará por toda la montea de la bobeda sobre la linea FMF. Resta ahora cortar otras cimbras para sobre las lineas AK, AX, que terminan la planta del luneto, segun su vuelo cortado en el punto A; y aunque estas lineas son desiguales, es preciso que la altura de las cimbras sea la misma de AQ, y que estas cimbras se ajusten tambien á la montea de la bobeda, para lo que nos valdremos de las otras sus iguales en el luneto opuesto RCV, cuyas operaciones se obraràn como se sigue.

Para cortar las dos cimbras una para RV, y otra para RC, se pueden hacer à un tiempo las dos operaciones: para esto se dividirà el arco FQ, que es el fundamento para todas las cimbras de su altura, en tres partes iguales en los puntos 8, y 9: tirense de estos à la basa FA las rectas 88, 99, y dexese asi esta division para hacer con ella las que se siguen.

Sobre la recta RV del luneto opuesto, hagase desde R con la distancia RV el arco esferico VT; y desde el mismo centro R, con la distancia RC, el otro arco CE, y los dos á discrecion: levantense de R las rectas RT, RE, perpendiculares cada una á su basa correspondiente, como son los lados de la planta del luneto RV, basa de la perpendicular RT, y RC de la otra perpendicular RE, las quales cortan sus arcos en T, y en E, quedando cada arco en una quar-

quarta de su circulo: dividase, pues, cada arco por su circunferencia en 3 partes iguales, como lo está su fundamental FQ, y será tambien en estos la division de cada uno en los mismos puntos 8, y 9: tirense por ellos las rectas 88, 99, alargandolas por las partes de las circunferencias á discrecion, y que lleguen á los diametros de sus basas RC, RV; y tomando en el arco FQ la altura de su mayor linea, se haràn iguales á ella las rectas RY, RE, y en la misma forma se trasladaràn las rectas 88, 99, de modo, que en todos los arcos sean iguales: luego se conducirán por los extremos las curvas, que cogen todos los puntos, y se hallan formados los dos arcos V89Y, C89E; el primero es la cimbra que toca levantada sobre el lado del luneto, cuya planta es la recta RV; y el segundo C89E serà la cimbra sobre la recta CR, y con estas dos cimbras se cortaràn todas las demás que fueren necesarias para sus iguales lunetos. El modo de levantar las cimbras, y poner los demás armamentos, es mas facil; por lo que omito la explicacion, pues qualquiera lo puede entender, haviendo llegado hasta este lugar con algu-

gunas de las prácticas antecedentes.

PARTE TERCERA, (Fig. 36.).

Delinear los perfiles de uno de los sobredichos lunetos (Fig. 36. num. 2.).

Aunque sobre la misma planta se pueden delinear los perfiles de uno, ò mas lunetos, se pone aparte marcada la elipse con el num. 2. delineadas las cimbras, que se han formado en la misma Fig. 36. (num. 1.) donde sin estorvo, ni confusion de tantas lineas se haràn las delineaciones siguientes.

Sea en el num. 2. la planta del mismo luneto AXK: tirese la recta *oo*, que será la cuerda del arco *o*F*o*: tirese por el punto F la recta XK, tangente al arco, y paralela à la *oo*, y larga á discrecion por ambos extremos: de los puntos XK saquense las rectas XB, KB, perpendiculares á XK, y iguales á FA: sobre el diametro XK hagase desde F, como centro, el semicirculo XSK: dividase su circunferencia en seis partes iguales, como señalan los puntos H*g*S: tirense por ellos las rectas H*n*, *gm*, SF,

SF, todas perpendiculares al diametro XFK, hasta que corten la cuerda *oo*, y asimismo el arco *oFo*: de los puntos en que las dichas perpendiculares cortan al arco *oFo*, tirense las rectas *oe*, *m*P, paralelas á la capital FA, y estas cortan à los lados de la planta del luneto en los puntos *e*P: del extremo, ò cuspide A tirense las rectas AB à uno, y otro lado, y de los puntos B las BT, perpendiculares à sus basas BX, BK: haganse las BT iguales à la AQ del num. 1. y los arcos XT, KT sean tambien iguales al arco FQ del num. 1. y estos dos arcos XT, KT del num. 2. serán las cimbras, ò vueltas levantadas sobre sus basas KB, XB, y qualquiera de ellas se ajustará tambien sobre la FA, por ser sus basas iguales á FA, y sus arcos tambien iguales al FQ (num. 1.), cuyas vueltas se acomodarían á la montea de la bobeda sobre la FA, si no estuviere vacía con el luneto.

Tirense à una, y otra parte las rectas *e*V, PQ paralelas à las que cerraron los triangulos AKB, AXB, que son las AB en ambos triangulos, y las dichas paralelas cortan los lados XB, KB en los puntos VQ:

VQ: levantense de estos puntos las rectas VC, QR, y se halla hecha una division en los dos arcos XT, KT, que son los tres puntos C, R, T, los quales son los vuelos de los abanzamientos adonde concurran las rectas de las alturas, que resultan de la forma XSK, las que se hallaràn por la siguiente práctica; pero antes se ha de advertir, que para la perfeccion de estos lunetos, siempre serà mejor hacer el semicirculo de la forma XSK sobre el diametro exterior XK, que hacerlo sobre el interior *oo*, porque en este caso sería el arco de la forma rebajado de pie derecho, tanto como es la distancia perpendicular de entre las dos rectas; y en esta forma ocurren algunas lineas, que sirven de confusion, extra de que haciendolo sobre la linea exterior, sirve de mas luz, y hermusura, por ser levantado de pie derecho, tanto como es lo largo de la sagita, ó perpendicular de entre las dos rectas *oo*, XK, cuya altura sirve de banco, como en la figura antecedente, y serà mejor, si el banco *o*X*o*K se levanta à mayor altura.

Para cortar las alturas en los perfiles, que sean iguales à la rectas de la forma del ar-

arco del luneto, alarguese por los dos extremos el diametro de la forma XK por los puntos de los numeros 3, 3; y de los puntos donde se encuentran la H*n*, *gm*, que baxan del arco XSK con la parte de curva *o*F*o*, tirense á discrecion por uno, y otro lado las rectas 22, 11, paralelas á la cuerda *oo*, que se cortarán de las medidas siguientes: tómese en el compàs la altura del arco de la forma, por su medio, que es la linea FS; pero ha de ser desde S hasta el extremo, que se corta con la cuerda *oo*, y ésta se pasará de X à 3, y de K à 3; y tomando las inmediatas *g* hasta la cuerda *oo*, se pasaràn sobre las basas XB, KB à sus lugares correspondientes, que seràn à las rectas 2, 2; y obrando lo mismo con las H*n*, se pasaràn á las rectas 11.

A los puntos cortados en los arcos del perfil, que son los abanzamientos CRT en los dos lados, tirense sus rectas correspondientes 1C, 2R, 3T, y con esto quedan formados los perfiles, cortados por la capital FA, con los quales se tenderán en plano las superficies cóncavas de los lunetos en la forma siguiente.

PAR-

PARTE QUARTA,

(Fig. 36. num. 3.).

Para tender en plano la superficie de la bobeda, que ha de cubrir el luneto, tirese aparte (num. 3.) la recta XK igual à la circunferencia del arco XSK, dandole de aumento las dos alturas de los lados XO, KO, que es la porcion que levanta la forma del luneto mas que el radio del arco FS; y tomando su medio en S, hagase igual el angulo XST (num. 3.) al XFA, (num. 2.); y para mejor inteligencia, se hace la operacion en esta forma: Por estàr mas desembarazado de lineas el otro luneto QYS, tirese en él la cuerda QS, que corta à la capital en el punto L: sientese sobre este punto, como centro, un pie del compàs, y con qualquiera abertura describase el semicirculo 4*r*5, y con la misma abertura bayase al num. 3. y desde el punto S, medio de la recta XK, hagase el semicirculo 5*r*4, que serà igual al antecedente: vuelvase à aquel; y tomando la distancia, que hay desde el punto 5 hasta el punto de la capital, cortado con el semicirculo en *r*,

 cor-

cortese de esta misma distancia el arco *sr* en el num. 3. y tirando la recta *Sr* à discrecion por T, se halla la linea ST con la XK, formando los mismos angulos, que la FA con la XK del num. 2. Luego el angulo XST del num. 3. es igual à su correspondiente XFA del num. 2. y lo mismo sucede con los otros angulos TSK (num. 3.), y AFK (num. 2.), que tambien son iguales. Esto entendido, y tiradas las lineas XK igual à la circunferencia del arco XSK, y á mas la altura de sus dos lados en el num. 2. y tirada á discrecion en la dicha forma la recta ST (num. 3.), se concluirà la delineacion, como se sigue.

Dividase cada mitad de la linea XK (num. 3.) en tres partes iguales, como lo están las mitades del arco (num. 2.), no haciendo caso de que en esta division se incluyan los aumentos de los lados extremos, que se han aumentado, por ser materia, que importa poco, ò nada, y cada linea queda dividida en los puntos 1, y 2 entre los extremos X, K, y el medio S: tirense por estos puntos las rectas 1C, 2R, iguales á las mismas 1C, 2R del num. 2. pero de modo, que las del lado X correspondan al lado X, y las de K al lado K en el num. 3. porque si se hicieren todas iguales, era falsa la operacion, pues las del lado K son mayores que las del lado X en el num. 2. y por esto se han de hacer correspondientes á sus mismos lados en el num. 3. hagase ultimamente la ST igual á la *s*T del num. 2. y esta será igual á qualquiera de las de los dos lados, porque es la comun, que corresponde sobre la capital. Conduzcanse por todos los extremos de las lineas del num. 3. las curvas TRCK, TRCX, y queda delineada la superficie que se pide igual á la bobeda del luneto.

PARTE QUINTA, (Fig. 36.).

Tender en plano la superficie, que pierde la bobeda para cada luneto.

Para hacer esta delineacion, formense de los puntos *e*P (cortados por las perpendiculares H*n*, *gm* en los lados de la planta del luneto, num. 2.) los arcos *e*Z, PD, que sean paralelos, ò equidistantes, y concentricos al arco *o*F*o*: tirese aparte (num. 4.) la recta XK igual à la circunferencia del ar-

arco *o*F*o* del num.2. hagase el semicirculo 4*rs* (num.4.) igual á su correspondiente en el num.2. y cortando sus angulos iguales, como se ha obrado antes, y se demuestra en la figura, se hallará el punto *r*; y tomando el medio de KX en L, tirese la L*r* igual à la circunferencia de uno de los dos arcos XT, ó KT del num. 2. dividase la LT (num.4.) por el lado K en las partes que se halla dividido el arco KT, que es su correspondiente en el num.2. y seràn los puntos D, Z (num.4.): tirense por ellos las rectas DP, Z*e* paralelas á la KL, y cada una igual à la circunferencia de su arco *e*Z, PD, correspondiente en el triangulo AKF de la planta del luneto (num.2.); y conduciendo la curva KP*e*T por todos los extremos (num. 4.), queda formado el triangulo mixtilineo KLT, cuya figura es la superficie que pierde la bobeda de la media naranja en el triangulo mixtilineo AFO del num. 2.

Dividase en la misma forma el otro lado LT por X (num.4.) y hagase la misma division en los puntos D, Z, segun lo està la circunferencia XT del num. 2. y tirense las DP, Z*e* paralelas à la LX (num.4.), y

y cortandolas iguales à las circunferencias de sus arcos correspondientes en el triangulo AXF (num.2.), se conducirá la curva XP*e*T, y queda formado otro triangulo mixtilineo (num. 4.), como es XLT, cuya figura es la superficie igual, que pierde la bobeda de la media naranja sobre el otro triangulo de la planta del luneto, cuya parte se compone de la capital AF, el arco F*o*, y el lado menor *o*A, y toda la figura junta del num 4. es la superficie, que toma cada luneto de la bobeda principal de la media naranja; de modo, que si el punto L se arrima hasta el punto 6, X hasta S, y K hasta Q al num. 2. y se fuere doblando la LT con la misma vuelta del arco FQ del num.1. quedaria la cuspide T suspensa en el ayre, perpendicular sobre el cuspide Y de la planta del luneto QYS (num.2.), y la altura de Y á T serìa igual à la misma que hay de A à Q en el num. 1.

Si se huviere de medir esta bobeda, se obrarà como en las antecedentes; y no hay dificultad en sus medidas, por ser superficies planas, las que se encontrarán en el cap.7. del libro antecedente; y solo hay que advertir lo de la Proposicion pasa-

sada, que es restar de la bobeda la Fig. 4. y añadirle la Fig. 3. y por cada luneto que tuviere la bobeda obrar lo mismo.

PROPOSICION LVI.

Hallar la circunferencia de qualquiera segmento de circulo por una regla de tres arithmetica, y otra formada por via de linea, para que con facilidad se hallen las circunferencias elipticas.

REGLA PRIMERA por Arithmetica.

La circunferencia de qualquiera segmento de circulo se halla por Arithmetica midiendo la cuerda, y sagita del segmento, y aumentandole á la cuerda dos veces lo que tuviere la sagita: con la suma de todo se hace una regla de tres, como por exemplo: Sea el segmento un semicirculo, cuya cuerda es conocida, por ser ésta su diametro, y la sagita tambien es conocida por ser su semidiametro. Tenga, pues, el diametro 7, y con esto sabemos, que el circulo ha de tener 22, cuya mitad 11 se sabe que ha de tener la circunferencia del semicirculo (suponiendo, que no sepamos que la tiene): hagase la regla de tres en esta forma: Sumense los quatro diametros del circulo, que seràn 28, los mismos que tendria un quadrado circunscripto al circulo; y porque á este circulo le tocan 22 de circunferencia, y los quatro diametros, ò lados del quadrado sumados hacen los dichos 28, sumese el diametro del semicirculo, que es 7, con las dos sagitas, que teniendo 3 y medio cada una, hacen otros 7, y todo junto 14. Digase, pues: si 28, que son los lados de un quadrado puestos en una suma, me dán 22 de circunferencia, 14 de los lados de este segmento, qué me daràn? Multipliquense los 14 por los 22, y montaràn 308: partanse à 28, y vendrán à la particion 11, y esta es la circunferencia del segmento, cuya parte es el semicirculo. Lo mismo se ha de obrar con todos los segmentos, por chicos que fueren; y para hacer las mismas operaciones sin necesidad de Arithmetica, se obrarà por la práctica siguiente.

REGLA SEGUNDA por via de linea.

Sea un segmento de circulo PQOV (Fig. 37.), cuya cuerda PVO no se sabe los pies que tiene, ni su sagita VQ, y se quiere saber la circunferencia de su arco.

OPERACION.

Tirense dos rectas aparte, como MY, y MK, que formen qualquiera angulo en M, y alarguense por los otros extremos á discrecion. Tómese la cuerda del segmento, que es la recta PO, y pongase de M á T en la recta MK: tómese la sagita VQ doblada, que será igual à la QH, y pongase de T à R en la MK, y se halan sumadas en la recta MR la cuerda PO, y dos veces la sagita VQ, sin haver gastado numero ninguno: tómense del pitipie de arriba (en la Fig. 38.) 14 partes, y cortese la MN igual á ellas: vuelvanse à tomar del mismo pitipie 11 partes, y ponganse de N à Y: del punto N, cortado en la recta MY al punto R, cortado en la MK, tirese la recta NR, y del punto Y la recta YK, paralela à la NR, y corta el punto K en la MR, continuada. Digo, que la RK es la recta que se busca, cuya longitud es igual á la circunferencia del arco del segmento PQO; y asi se obrarà con todos los demàs. Con esta diligencia se hallaràn las circunferencias de los arcos, y bobedas elipticas, haciendo sus divisiones por segmentos menudos.

Notas. Primera. En esta operacion se ha formado una regla de tres, sin gastar mas numeros, que las partes que se han tomado del pitipie, y las mismas lineas se dividirian con qualquiera otro pitipie mayor, ò menor en los mismos puntos, que con el presente, y la misma cuenta saldria, si como la MN se ha hecho de 14 partes, se hiciere de 28, y la NY, en lugar de 11, que tuviere 22, ò tomando qualesquiera otros numeros de partes de su misma proporcion, como 7 con 5 y medio, ò 56 con 44, &c.

2 La regla que aqui se ha hecho es lo mismo que la regla de tres por numeros, supuesta en esta forma: Si MN me dá la linea NY, la MR què linea me dará? y porque el primer numero es MN, es el se-

segundo NY, y el tercero la recta MR: tirando la NR, es la multiplicacion del segundo numero por el tercero, y tirando la YK, hace la particion en K: con que si la recta MN dá à la recta NY, la recta MR dará à la RK. Esta Proposicion es la misma, que la de la Fig. 16. del libro antecedente: se puede acomodar á varias prácticas, y es de las que mas estimacion debe tener en la Geometría, como consta de las Proposiciones 9. 10. 11. y 12. del 6. de Euclides.

3 Los Autores del siglo pasado, como Fray Laurencio de San Nicolás, y Juan de Torija, quieren, que se midan las Elipses en la misma forma que acabamos de medir el segmento, sin haver reparado, que hay mucha diferencia de una vuelta eliptica à otra esferica; y tan prolongada puede ser la Elipse, que llegue á quedar quasi sin superficie, y su circunferencia muy proxima á quedar (con poca diferencia) en dos lineas rectas, unidas con un poco de arco por sus extremos; y porque muchos Professores siguen aquellas reglas, cometiendo algunos errores, pienso disuadirlos de la tal práctica con la siguiente.

To-

4 Torija en su Tratado de Bobedas, sobre algunos errores, comete el de esta medida: Supongase, que el quadrado ABCD tiene inscripto el circulo EPQL, cuyo diametro EO tenga 7 pies, y los mismos cada uno de sus quatro lados, que sumados estos, componen 28 pies, y la circunferencia del circulo tendrá 22: los 28 con los 22, es regla bien fundada para circulos, y porciones esfericas, pero no para elipticas. Vamos à la prueba: Los lados, sabemos que son de 7 pies cada uno en el quadrado ABCD: midase el paralelogramo FSL*r*, cuyos lados mayores se halla por la Pantómetra, que tienen á 6 pies y un diez avo cada uno, que juntos, hacen 12 pies, y un quinto, y los lados menores tienen á 3 pies y medio, que juntos, son 7; y sumados con los otros dos lados mayores, hacen 19 pies, y un quinto: formese la regla de tres: Si 28 dàn 22, 19, y un quinto, qué darán? multipliquense los 19, y un quinto por los 22, y el producto 423, y dos quintos partase á 28, y vendrán á la particion 15, y 17 de 140 avos. Digo, que esta es la circunferencia de dos arcos iguales á PQO, que serán dos porciones de es-

esfera, los quales se juntaràn, formando angulos curvilineos en los dos extremos O, P; mas no seràn arcos elipticos, como PHO, porque en este caso las circunferencias de la Elipse son menores, que las de la esfera, como se demuestra en el arco de puntos PHO, cuya vuelta es esferica: luego si fuera igual á la eliptica, las dos estarian cruzadas por alguna parte, de modo, que la superficie que tomáre el un arco encima, ò debajo del otro, le dexaría, ò tomaría por los tercios en dos porciones de igual superficie, que la de sus claves; y asi concluyo diciendo, que la circunferencia del arco eliptico PHO, y las superficies de la mitad del paralelogramo, que corresponden à este arco, son distintas que las del otro medio esferico, cortado entre la recta PVO, y el arco PQO.

5 Otros, para medir con brevedad la vuelta de un arco eliptico sobre su diametro PO, añaden la OG igual á la sagita VQ, y la recta PG dicen es igual á la circunferencia de la Elipse. Sobre esto tengo experimentado, que si la Elipse es proxima á circulo, viene tal qual; pero en prolongarse la Elipse, es mucho mayor la PG, que la circunferencia de la Elipse; y en la medida que se hace por esta regla en bobedas, o arcos elipticos, paga el dueño de la obra lo que no debe.

6 Para hallar la circunferencia de qualquiera vuelta eliptica con seguridad, hagase la delineacion sobre una tabla, ò cargon; y cortandola como plantilla, se rodarà sobre una recta, y en ésta se hallarà su longitud (Vease la Fig. 30. Estamp. 6. segunda de este libro).

PROPOSICION LVII.

De las estrivaciones correspondientes à todo genero de arcos. (Fig. 38.).

Para dàr las estrivaciones correspondientes á los arcos, se ha dado alguna luz en la Fig. 21. de este libro; pero haviendo de tratar de esta materia, digo, que en quantos Autores he visto, que tratan sobre esto, siendo uno de los mas modernos, y del siglo presente el Padre Tosca, siguiendo à sus antecesores en su Tratado de Montea, y Canterìa, tom. 5. hace la delineacion sobre un arco esferico, previniendo sea regla general para toda suerte de

de vueltas, segun la práctica siguiente.

OPERACION.

Sea un arco esferico MVN, formado sobre el diametro MN del centro H: tómese el tercio de su circunferencia en O: tirese la ONZ, y cortese la NZ igual á NO: por el punto Z tirese la 2ZG paralela al lado NRB, ò perpendicular al diametro MN, y la distancia de entre las dos paralelas RN, y GZ2 serà la estrivacion del arco MVN, cuya altura del estrivo se levanta hasta el mismo tercio del arco, como señala la orizontal O2 (Esta misma estrivacion saldrà tirando una perpendicular de O al diametro, y la parte, que en él cortáre hasta N, sacarla en derechura de HN, y cortaria un punto en la misma GZ2: fundase la razon de esto, en que los angulos formados en N son iguales el interior, como el exterior).

Siendo, pues, esta regla general para toda clase de vueltas, tracense sobre el mismo diametro el arco apuntado MXN, y el rebaxado, ò escarzano MAN; y tomando sus tercios en O, y tiradas las rectas ONZ en la misma forma que antes, se

se tiran las rectas FZ1, SZ3, y la estrivacion para el arco apuntado serà el intervalo de entre las paralelas NR, y FZ1: la altura del estrivo serà hasta la orizontal O1: para el arco escarzano serà su estrivo entre las rectas RN, y SZ3, y su altura es hasta la orizontal O3. Este es el orden con que algunos, ò los mas, arreglan las estrivaciones de los arcos.

Otros, siguiendo las reglas de los Autores, y edificios antiguos, les dán la mitad del diametro del arco à los estrivos; y otros les dàn el tercio, con los aditamentos, de que siendo el arco de sillería, se les dè à las paredes la sexta parte del diametro, y los estrivos se cumplan hasta su tercio; y siendo la bobeda, y arcos de ladrillo de rosca, se dé á las paredes la septima parte del diametro, y los estrivos hasta el tercio, sin exceder de aqui; pero en bobedas, y arcos de piedra, se les dé lo dicho arriba á las paredes, dexando libertad á exceder en los estrivos, dandoles mas que el tercio, y menos que la mitad. En bobedas, que han de ser tabicadas de ladrillo, dicen que se les dé á los estrivos la quarta parte de su diametro, y à las pa-

paredes la octava (Vease Fray Laurencio de San Nicolás en su primera parte de Arte, y Uso de Arquitectura, cap.20. fol.52. y 53. donde supone sea la vuelta de medio punto). Digo, pues, que segun las unas opiniones, y las otras, no se halla conformidad entre ellas, ni altura determinada para los pies derechos, sobre quien han de cargar los arcos; porque puede ser tanta la elevacion de los estrivos, y asientos de los arcos, que aunque se les dè de grueso la mitad de su diametro, los puede abrir de arriba una simple bobeda de ladrillo, por la fuerza que hace ácia abaxo, sirviendo como de cuña contra los estrivos de sus lados; y todo esto se remediarà obrandolo todo por la práctica siguiente.

De las estrivaciones de los arcos por reglas experimentadas.

Sean los mismos arcos antecedentes, cuyas claves son A del escarzano, ó rebajado, V del esferico, y X del apuntado, y el diametro de todos la misma recta MN, cuyo centro es H: sea la altura de las paredes LM, ò RN, igual al diametro MN, que es la que regularmente se dà en los

los Templos, hasta los arrancamientos de los arcos torales, (siendo el Templo de una Nave.) Tomese la mitad del diámetro, que es la distancia MH, y desde M, como centro, hagase el quadrante de circulo DK, y sobre este se cortarán las estrivaciones de todos los arcos formados sobre el diámetro MH, tirando del medio de cada arco una recta, que pase por el angulo M, hasta que corte la quarta de circulo DK, en algun punto, y haviendo tirado las sobredichas rectas se halla, que el arco rebaxado A corta el punto C, el esferico V corta en P, y el apuntado X corta en Q, tirese por el punto Q, la recta FQ6, paralela al lado ML, y la distancia de entre estas dos paralelas, es el grueso que deben llevar los estrivos del arco apuntado X, cuya altura serà suficiente si se levanta al punto 6, que tenga à la mitad de la perpendicular HX, y macizando el estrivo, segun la recta 6X, cuya inclinacion se encamina al punto X, altura de la parte concaba de el arco, quedarà con toda firmeza su estrivacion, sin tener necesidad de

levantar hasta O, como se ha hecho por el lado opuesto; hagase la misma diligencia con el arco esferico, tirando por su punto P, la recta GP7, paralela al lado ML, y la distancia de entre estas dos paralelas serà el grueso de sus estrivos, levantando tambien su altura hasta la mitad del arco, segun su perpendicular HV, à cuyo nibèl corresponde el punto 7, que se macizarà tambien, segun la inclinacion 7V. Tirese ultimamente la recta SC8, con las mismas circunstancias que las antecedentes, y entre esta, y la ML, se halla el grueso del estrivo para el arco rebaxado en A, y la altura 8, corresponderà, segun las antecedentes à nibèl de la mitad de la altura que hay de H à A, y se macizarà el estrivo por la recta inclinada 8A, con estas estrivaciones resultan por cada lado las partes siguientes:

Suponese, que el ancho de la Nave LR tenga 60 pies, y la altura de R à N tenga otros 60 (que se hallaràn midiendolo todo con el pitipie formado de 40 pies, como parece en la figura.) Para saber las estrivaciones del lado R, vease

què

què grueso corresponde à cada uno de los tres arcos por el pitipie, y se halla que el arco apuntado X, tiene su estrivo de R à F, cuyo grueso es 13 pies y medio; pero su diàmetro es 60. La RG es el estrivo del arco esferico V, y tiene de grueso 15 pies cavales, y estos mismos son la quarta parte de su diàmetro; luego esta estrivacion solo podrà servir para bobedas de ladrillo, y no para las de piedra, y esto ha de ser no siendo su altura mas que el quadrado MLNR, que si huviere de baxar hasta B, necesita de mas estrivacion, como se dirà despues. Y ultimamente, haviendo de ser el arco rebaxado en A, le toca de estrivo lo ancho de R à S, el qual se halla tener 19 pies, que para ser el tercio del diàmetro aùn le falta un pie; de que puede inferir qualquiera inteligente, que ninguna de las tres estrivaciones son suficientes para tales arcos, y que escasamente podràn sufrir las bobedas tavicadas, aunque sus arcos torales sean de ladrillo de rosca, pero sin darles demasiada, y aun serà mejor, que terminada qualquiera rosca del grueso

 que

que se le huviere de dar, que se proporcionarà segun la calidad de los materiales de que se huviere de construìr, se dè la mitad de ella à cada estrivo, aumentandole este grueso por la parte exterior, y no le dañara, aunque à los estrivos se les dè de mas grueso todo el que tuviere la rosca, con lo qual no havrà que temer la falta de empujos, evitando con esto las muchas ruìnas, que por falta de ellos han acontecido.

Para las bobedas, ò arcos de piedra, serà suficiente la estrivacion del lado LM, pues al arco apuntado, cuya estrivacion es FL, se le hallan por el mismo pitipie 15 pies, que son la quarta parte del diàmetro, y al estrivo del esferico V, se le hallan 20 pies, y dos tercios, ò tres quartos de otro pie, que es poco mas que el tercio, y al rebaxado, A, le vienen 28 pies y medio, como se hallaràn todas las medidas por el pitipie; luego à este ultimo arco le viene cerca de la mitad, que siendo esta 30, y la estrivacion de èl des le L à S, 28 y medio, solo le falta uno y medio para su mitad; cuyas partes son su-

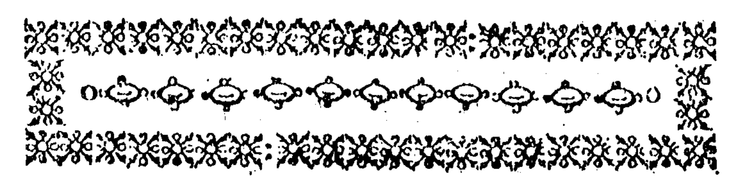
suficientes, y tengo experiencia para poderlo asegurar, pues en los arcos que he construìdo por esta regla, se hallan en el dia tan firmes, como de recien construìdos.

Si la altura excediere, como de L à E, se sacarà el punto 4 de la clabe del arco esferico V, por el nibel de la altura concaba de el arco 5 la qual corta al lado LM, alargado en 4: por este punto, y el punto G, asiento del estrivo sobre la LR, tirese a discrecion la recta 4G, y corta a la BE continuada en *g*, y la distancia E*g* serà el grueso del estrivo para el arco esferico V, cuya altura huviere de ser hasta sus arrancamientos. como la de E à M, y si huviere de ser mas, se alargarà mas abaxo la G*g*, y si huviere de ser menos, la cortarà su pavimento con una linea paralela entre L, y E. Con el arco apuntado se obrara lo mismo con la linea 5F, y cortarà su planta en T. Para el arco A, tirese de su asiento S, la recta SS, paralela à la G*g*, del arco esferico, y la SE, serà la planta de su estrivo, cuyas lineas se levantaràn de escarpa desde E à L, con lo qual

qual queda el edificio con toda firmeza para obras de silleria. Para las de ladrillos, segun se ha dicho antes, se obrarà lo mismo á la parte opuesta, y serà la escarpa del arco apuntado, (segun baxa la recta 5F,) la inclinada FT. Para el esferico V, (segun la linea 4G) serà su escarpa GT, y para el rebaxado A, serà la escarpa SS, paralela à la del esferico V, (que ès la GT,) y en ambos lados son las basas de las escarpas del arco apuntado las porciones YT, y à esta correspondiencia son las demàs basas de los restantes arcos, sucediendo lo mismo con quantos se quisieren formar sobre el diámetro MN. Nota que las estrivaciones, de que se ha tratado, son para arcos, y bobedas de los edificios de Templos, y obras que se pueden construìr en terrenos secos, ó libres de inundaciones; pero en obras de agua, como son los puentes sobre Rios caudalosos, no alcanzan aquellas estrivaciones, (por muchas circunstancias, que serian largas de explicarse) por lo que es preciso dár regla para la seguridad de tales obras, pues hasta ahora, quantas he visto son va-

variables, porque unos dàn al macho de cada arco la mitad de su diámetro, y esto aunque es seguro, impide mucho al curso del agua por mucho grueso, otros varìan à su gusto dando lo que se les antoja; y asi, para dàr à estas obras una estrivacion competente, se obrarà de esta forma.

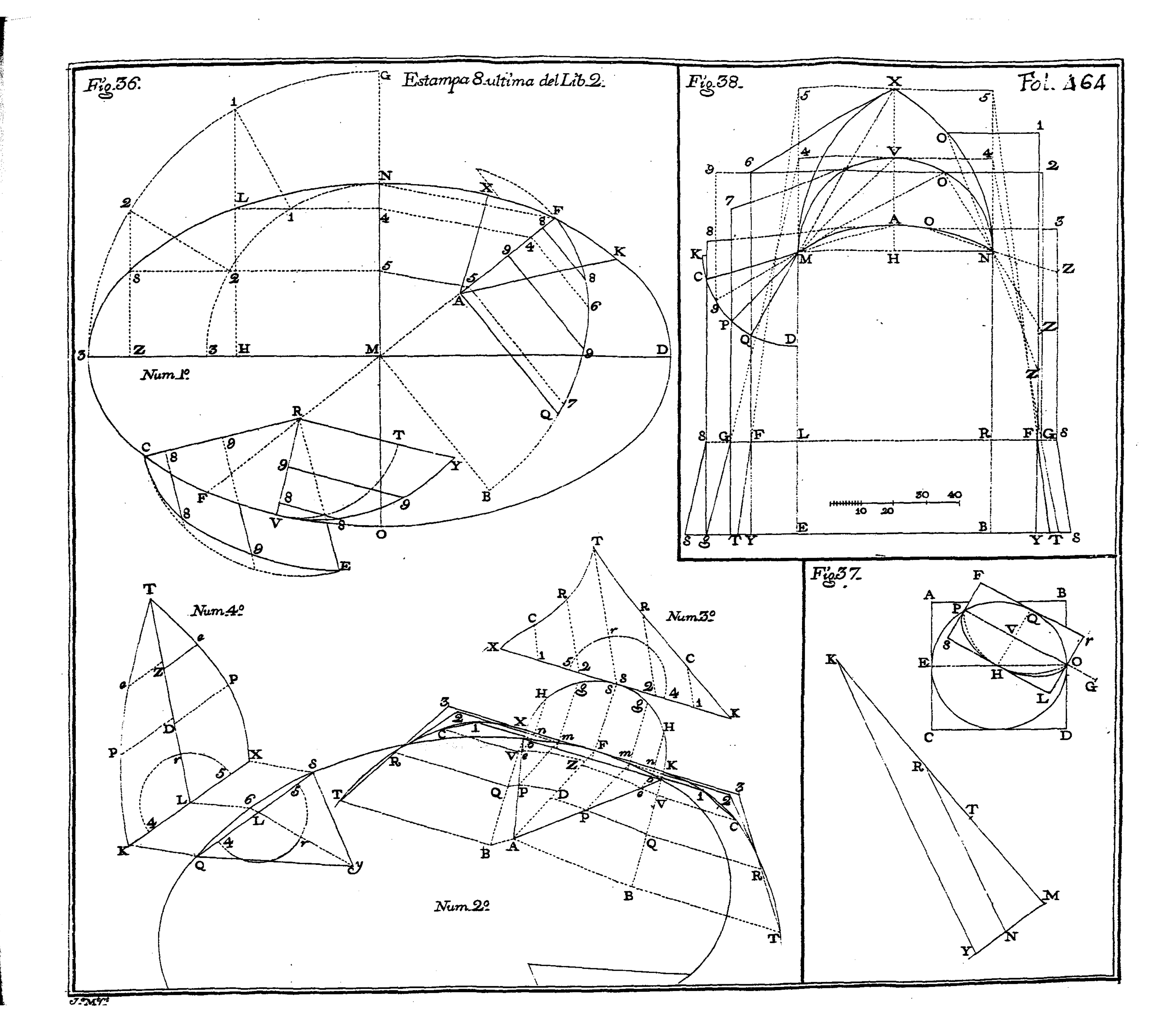
Sea el arco esferico de un puente MVN, hagase su quarta de circulo DK. En la misma forma que antes, y en la parte opuesta tomese el tercio del arco en O, y tirese la OM, que corta el quadrante en el punto 9, levantèse la recta 9. 9. paralela à la perpendicular HV, y entre esta, y el lado ML, se halla el estrivo que se desea, cuyo grueso es 26 pies de los 60 del diámetro del arco, de que resulta ser mas que el tercio, y menos que la mitad, y tirando la orizontal O9, se halla lo què se ha de macizar en sus enjutas; con lo que à este Libro segundo se da fin.



LIBRO TERCERO.

TRATA DE MEDIR distancias, profundidades, y alturas, accesibles, y inaccesibles, por el uso de la plancheta, y por otros instrumentos simples dando fin à esta Obra con la practica de nibelar para conducir las aguas à fertilizar los Campos.

ES tan esencial la parte de este Libro para las practicas de los Ingenieros, que sin ella no se pudieran tener por tales, y aunque son muchos, y varios los instrumentos que se han inventado para sus operaciones, no se ha descubierto otro mas util que el de la


Estampa 8. ultima del Lib. 2.
Fol. 164
Fig. 36.
Num. 1º
Num. 2º
Num. 3º
Num. 4º
Fig. 37.
Fig. 38.
J. M. T.

la plancheta, por quanto en su práctica no se necesita de mucha Arithmetica, ni estudio, como para otros instrumentos, pues con solo entender algo de Geometrìa Práctica tendrà bastante qualquiera Operante à poco discurso que le acompañe, como se verà por las proposiciones del capitulo siguiente.

CAPITULO I.

EN este capitulo se expresan las prácticas mas principales de medir con la plancheta todas las distancias, profundidades, y alturas de los edificios, y montañas que se presentaren à la vista; estas medidas se obran por el ayre, para cuyo efecto será bien que antes de entrar en las operaciones, se declare la fábrica de este instrumento, que es como se sigue.

Explicacion de la plancheta, y su fábrica.

La plancheta se arma de varios modos, y para medir con sola una basa (sea ori-

orizontal, ò bertical) todas las distancias, profundidades, y alturas que se descubrieren de los dos extremos de ella, se armarà con las piezas siguientes.

(Numero 1.) Este es las plantas, ò superficies de un zoquete de madera firme, y sólida, cuyo diàmetro sea de 4 dedos, poco mas, ò menos, y su largo, ó altura de 8 a 12, que se labra perfectamente redondo, y sus dos testas muy llanas, y à escuadra con sus lados, quedando las dos superficies paralelas entre sì, y por el centro se pasa un barreno perpendicular à las dos superficies, como se demuestra en el centro de esta figura: En la una de dichas superficies se traza el triangulo equilatero A*bc*, à cuyas lineas, ò lados se les dà un corte de sierra hasta los dos tercios, ò tres quartos de lo largo del cilindro, por cuyas partes se cortan los tres segmentos de entre las rectas A*b* &, y la parte de circunferencia que à cada una corresponde; de modo, que los cortes de las lineas del triangulo sean paralelos à los lados del cilindro, ò perpendiculares à las frentes, ó testas llanas, y los cortes para echar

echar fuera los dichos segmentos sean paralelos à las testas.

(Numero 2.) Demuestra la altura del zoquete, la parte superior E serà circulo; y la F sera triangulo equilatero; y de Z à Z pasa un barreno ZZ, como se demuestra con lineas de puntos. Este zoquete se debe labrar por todas sus partes con mucha perfeccion, al qual le dàn el nombre de mazeta.

(Numero 3.) Demuestra los tres pies que se fixan à las tres frentes del triangulo equilatero de la mazeta, cuyo largo de cada uno debe ser de cinco pies, poco mas, ò menos, su grueso de dos dedos, haciendo algo mas disminuidos los extremos D, donde se fixan unas puntas de hierro para clavar en la tierra: Estos tres pies han de ser redondos, ò de esquinas rebatidas, menos la parte que asienta en la mazeta, que esta se debe ajustar en las frentes del triangulo equilatero, como se demuestra en las figuras *6* y *7*, y todos los tres pies deben tener juego movible, para lo qual se aseguran con los tornillos, y tuercas, como se manifiesta en la figura

ra de este numero 3. El modo de poner los tornillos en la mazeta puede ser de varias formas, una de ellas es entrando à rosca, pero de ningun modo se ha de embarazar el barreno del centro, como todo se vè claro en dicha figura; con este artificio se tiene el pie de tres pies iguales para asentar sobre ellos la plancheta, y nibèl de agua, para las operaciones orizontales, mas como tambien ha de servir para las verticales, es preciso unirle la pieza siguiente.

(Numero 4.) Esta figura es otro zoquete de madera igual à la mazeta antecedente, su grueso debe ser igual al diametro del circulo de la mazeta, cuya union con ella es en la linea C*n*, y todas sus partes exteriores serán cilindricas menos los asientos C*n*, y SP, porque esta pieza ha de poder dár bueltas orizantales sobre la mazeta *n*V, que ha de estàr firme, y solo moverà la pieza P C, con el macho, y tuerca CV, que es la que traviesa el centro de la mazeta: la parte que le corresponde en la pieza CP, se sujeta con una hita de hierro, que cruza en el ojo

ojo del macho CV, como se demuestra en C; lo largo de esta pieza puede ser arbitrario, de modo, que quando se arme la plancheta bertical, como en el numero 7, no toque en ninguno de los tres pies; à esta se le fixa la plancheta por la testa P, sujetandola quando fuere necesario con la tuercaQ, como todo se demuestra en las propuestas figuras.

(Numero 5.) En esta figura se manifiesta la plancheta vista de canto, que no es otra cosa que un tablero, ò mesa de dos pies de largo, y los mismos de ancho, aunque puede ser mayor, ò menor á gusto del artifice, y quanto mas grande fuere, tanto mejor se haràn con ella todas las operaciones; su largo en esta es como RS, por su centro se le cruza de parte à parte una barra de madera como *b*, la qual sirve para meterle en su centro el macho de hierro B*b*, y para que se una con la plancheta se le pone la hita *b*, como se ha hecho en la figura antecedente con la C; à la barra *b* se le puede rebaxar toda la madera que sobrdre del asiento de la mazeta para afuera, bien que esto solo puede ser-

servir para aligerar el tablero, mas no para seguridad de la mesa. Para que las tuercas no coman la madera de las piezas quando se apretan unas con otras, se pone por B, antes que la tuerca C, la chapa de hierro L, cuyo plano es K, y de estas chapas se deben poner delante de todas las tuercas del instrumento.

(Numero 6.) Demuestra la plancheta armada para medir todo genero de distancias, en esta no es necesaria la pieza de numero 4.

(Numero 7.) Demuestra la plancheta armada para medir alturas, y profundidades, esta necesita de todas las piezas que se han declarado arriba, por tener que dar bueltas orizontales, y berticales; la antecedente solo necesita de darlas orizontales, à mas de la plancheta se necesitan de las piezas siguientes, separadamente.

(Numero 8.) este es un triangulo equilatero de madera, con las esquinas bien derechas, y vivas, y sus basas llanas, y à escuadra con los lados, y si pareciere, se le puede sajar una de las esquinas, dexando en

en los extremos alguna pequeña parte de vivo, por el qual se atarà una ebra de seda negra, ò cordon de cerda de cola de caballo, como se demuestra en la linea de puntos, aunque esto no es preciso, por poder hacer lo mismo con el vivo del angulo sin sajarse. Luego se harà una regla, como se demuestra en el numero 10, y en qualquiera extremo Z, se le meterà bien firme otra reglita, que observe los cantos de la regla sin inclinarse mas à uno que à otro, de modo que haga esquina viva en ambos lados, como se representa en el plano Z; y levantada, se demuestra en L numero 11. (sobre la dicha regla vista de canto.) El numero 9. demuestra el plano del triangulo del numero 8. cuya altura puede ser de 4 à 6 dedos, y no importarà que en lugar de triangulo sea de qualquiera otra figura, mientras tenga una esquina viva perpendicular à la basa de su asiento. Este triangulo se asienta en el punto necesario del papel, ajustando su angulo sobre el dicho punto, y teniendole firme, se le arrima la regla del

del num. 10. la que se va moviendo contra el dicho triangulo, hasta que el vivo del angulo, que toca la regla, con el lado de la pieza L puesto en Z, cuya planta es el triangulo 9, corte con una visual el objeto que se midiere, al qual se tira una recta à discrecion por el canto de la regla del num. 10. cuya operacion se repite à todas las distancias que se huvieren de medir desde el mismo punto, sin que la plancheta se mueva de aquel lugar, como se declara, y prueba mejor por las operaciones de las proposiciones siguientes.

PROPOSICION I.

Hacer la delineacion de qualquiera camino, zanja, ò barranco, siendo accesible, por el uso de la plancheta. (Fig. 1.)

Sea la figura de un camino, rio, barranco, &c. la que forman las rectas ABDC, por cuyas partes se puede caminar libremente, y se pide que se haga una puntual delineacion de aquel terreno.

OPE-

OPERACION.

Pongase sobre la plancheta Orizontal un pliego de papel pegado con obleas, cola, ù otra cosa; imaginese que la recta de puntos CE es la altura que hay desde el plano del terreno, hasta el de la plancheta, y sea lo mismo en los demás angulos, y extremos de todas las lineas de la figura, como D*d*, B*b*, *Aa*, (la *abd*E es la misma figura propuesta, que se pone aparte para menos confusion del principiante.) Tirese en el papel à discrecion desde el punto *a*, (que debe estàr sobre el extremo A del terreno) al angulo B la recta *ab*, y cortese esta recta en el papel de tantas partes del pitipie, que se proporcionàre para el papel, como pies, varas, o toesas tuviere la AB sobre el terreno, y llevando la plancheta al angulo B, ajustese la recta *ba* del papel, sobre la BA del terreno cuya operacion es facil poniendo los tres pies de la plancheta de modo que el punto *b* del papel cayga verticalmente sobre el angulo B del terreno, y haciendo dàr la buelta necesaria à la plancheta so-

bre los tres pies, (que yà se suponen fixos sobre el terreno) se apretaràn todas las tuercas, y quedarà la plancheta, y pies firmes; asientese el triangulo 8 sobre la plancheta, de modo que uno de sus angulos cayga sobre el punto B, segun la planta del numero 9. y arrimandole à este la regla del num. 10. se moverà por *z*, sin que se aparte del punto que toca el angulo del triangulo 9, hasta que la regla corte por el vivo *z*, la qual tirada sobre el papel por el canto de la regla, (que se harà con un crayon, ò lapiz) se cortarà esta en el papel, que sera la *bd*, de tantas partes iguales de su pitipie, como pies, varas, ò toesas tuviere la BD sobre el terreno. Pasese la plancheta al angulo D, y segun se ha hecho la operacion antecedente, se ajustarà la *db* del papel sobre la DB del terreno, y se tirarà la *dc* en el papel proporcionada, como las antecedentes con la DC del terreno, y se havrà concluìdo con esta delineacion del papel.

Sobre estas operaciones se han de notar las siguientes, que se pueden practi-

ticar por los mismos terminos.

1. Si dado el vestigio, ò plano marcado sobre el papel, para una fortificacion Real, ò figura de el terreno que incluye el Estado de un Señor, ò qualquiera otro Edificio que antes se tuvo marcado sobre el terreno, y por haver pasado mucho tiempo se perdieron las marcas de los angulos, haviendo quedado solo las dos de los extremos AC, y el que hizo la marcacion en el terreno, y papel no entendia de valor de angulos; pero advirtiò, que por si llegaba este caso, era preciso tirar en el terreno las rectas ocultas AC, FD, BG, y estas mismas describiò en el papel notando sus medidas; pues adviertase, que con esto tiene lo que necesita para bolver à marcar su plano como lo tuvo antes, porque asentando la plancheta sobre el punto A, que cayga sobre este su correspondiente *a* del papel, ajustarà la oculta *ac* del papel, sobre la AC del terreno, y en esta encontrarà los puntos ocultos que debiò dexar marcados con algunas estacas metidas en la tierra en los angulos G, y F, y

 con

con solo uno de estos que encuentre, con el del extremo A, ò si este faltare, qualquiera otro que sea parte de la oculta AC, señalarà la recta AC en el terreno, segun la tiene con sus medidas en el papel, y desde A alargarà à discrecion la AB, segun le guie la *ab* de la plancheta, (despues que la tenga ajustada con la oculta AC) y cortando AB, con un piquete en B, de los pies que le diere la razon del plano del papel, mudarà la plancheta à B, y obrarà las mismas operaciones que antes se practicaron, con las quales havrà hecho su delineacion puntual, haviendola trasladado del papel al terreno, y siendo un recinto, como se ha dicho, continuarà por todas las lineas de su contorno, hasta que haya cerrado toda la figura.

2. Si el recinto se huviere de tomar en el papel, y no se pudiere caminar por estàr levantadas las lineas que forman la figura con algunas paredes, se tirarán à 3, ò 4 pies de ellas las paralelas E*d*, *db*, *ba*, y sobre estas lineas, y angulos se harà la delineacion en el papel, y en el plano que en este saliere se reducirà con las medidas del pitipie à las del terreno, inscribiendo la figura los 3, ò 4 pies mas adentro, si se huvieren hecho las operaciones por fuera, ò al contrario, si se huvieren hecho por la parte de adentro, y asi se harà en todas las operaciones semejantes.

PROPOSICION II.

Tomar en papel el plano del recinto de qualquiera figura, siendo inaccesible, y en terreno llano. (Fig. 2.)

Medidas inaccesibles son aquellas que por algun embarazo, ò estàr ocupadas de enemigos, no se puede llegar à ellas, à lo menos en la distancia que alcanza la vala de un cañon de Artillerìa; esto supuesto, se pide, que desde los dos puntos E, F se midan las lineas de la figura ABDC, y se tome el plano de ella en papel con toda exactitud.

OPERACION.

Asientese la plancheta orizontal sobre el

el punto E, con su pliego de papel pegado en el plano de ella, sientese sobre dicho punto el triangulo del num. 8. y por èl tirese con la regla del num. 10. al punto F, la recta EO, (que se marcarà sobre el terreno con algunos piquetes, como se demuestra con la recta de puntos) midase sobre el terreno dicha recta de E à F, y tenga por caso mil varas; hagase la EO en el papel de mil partes iguales por medio de un exacto pitipie, y en esta disposicion se apretaràn todas las tuercas, dexando firme la plancheta, y la linea EO encaminada al punto F. Del punto E a todos los angulos de la figura tirense las visuales EA, EC, EB, ED, y quedaràn señaladas en el papel de la plancheta, en los numeros 1, 2, 3, 4: Mudese la plancheta al otro extremo de la basa, que es el punto F, sobre el qual corresponde ahora el punto O, (que es la basa del papel, y V corresponde ser el otro extremo E) ajustese la FV de modo que corte el punto que se dexò en E, como se demuestra en la figura, y sentando el triangulo del numero 8 sobre

bre F, se tiran con la regla del num. 10. à los mismos puntos de antes las visuales FA, FC, FB, FD, y en los puntos donde estas se encuentran, con sus correspondientes de antes, que son en las de los numeros 1, 2, 3, 4, se cortan en ellas los angulos de la figura, la qual se delinearà en el papel de la plancheta, como parece en ella, y como la basa del papel es dividida en mil partes, como la del terreno en mil varas, con ella se mediràn todos los lados de la figura, y demàs distancias de las lineas del papel, con cuya diligencia se sabrà las varas de cada una de ellas, y por esta practica se obraràn quantas se ofrecieren en medidas orizontales.

Nota, que por lo regular nunca se pueden descubrir todos los angulos de la figura que se mide, y para conseguir el que se vean todos, se cortan otros puntos desde los E, F, uno à la parte de A, y otro à la parte de D, y poniendo en estos la plancheta ajustadas sus lineas à las que se cortaron dichos puntos, se vàn midiendo otros que se descubren nuevamen-

mente, y asi se puede levantar el plano de qualquiera Reyno, ò Provincia, con solo medir la primera basa, como por exemplo: Desde E, y F se cortaron los puntos A, y D, llevese la plancheta al lugar D, y la recta del papel *d*F; ajustese à la visual DF sobre el terreno, y haviendo obrado bien las primeras operaciones, se hallarà, que la *da* del papel se ajusta con la DA de la figura del terreno, y la *d*V con la DE, y asi las demàs; luego tirando del punto D lineas visuales à todos los lugares que se descubrieren, y marcandolos en el papel, se mudarà la plancheta al lugar A, desde el qual, obrando las operaciones como se ha hecho antes, se mediràn las nuevas distancias que se desea, y desde ellas se continuaràn midiendo otras infinitas, y pintando en el papel las figuras que se fueren descubriendo, se formarà un plano à toda perfeccion de qualquiera terreno de la Campaña.

Nota mas, que estas operaciones solo sirven para planos orizontales, mas no para demonstrar en ellos las alturas, ni profundidades, como las ponen regularmente todos los que obran estas practicas, porque hay mucha diferencia de medir lineas orizontales, à medirlas inclinadas, como se verà en la practica de la figura 7.

PROPOSICION III.

Medir alturas, y profundidades por el uso de la plancheta, quando por alguna parte pueden ser accesibles. (Fig. 3.)

Pidese que del punto H se midan las alturas de la Torre grande EZ.

OPERACION.

Pongase la plancheta vertical, como se representa en el numero 7, de modo, que el plano de ella quede perpendicular al orizonte, y que por èl se corte visualmente toda la altura de la Torre, desde su planta E, hasta la bola Z: Tirese del punto dado H, la orizontal HB, que cortarà en la Torre el punto B: tirense tambien à las demàs partes de la Tor-

Torre las visuales HE, HL, HO, HZ, y dexando quieta la plancheta, elijase en el plano de ella qualquiera punto M, del qual se tirarà à plomo la vertical MD, y el punto donde se cruza esta con la visual HZ, serà el que corresponde al centro de la bola de la Torre, que se nota en el papel tambien con *z*; midase en la Torre la distancia que hay desde E hasta el medio de èlla, que serà el punto D, (medio de la puerta) y haciendo un pitipie proporcionado para el papel de las partes iguales, que correspondieren à los pies, que huviere de E à D en la Torre grande, se cortarà de esta medida, por el dicho pitipie, en el papel la distancia DE paralela à *b*H. Del punto E levantese en el papel la recta *b*L*o* paralela à la D*z*, y esta corta todas las partes de la Torre, como parece en la figura, y tirando la EC paralela à la orizontal HB, serà la linea correspondiente à la planta que carga la Torre, la qual se puede delinear en el papel por los puntos que en ella se han cortado, con las mismas proporciones, y medidas que lo està la Torre que se ha medido, hallando tambien las alturas, y anchos de las ventanas, como se ha hecho con las demàs partes; y con la linea ED, que es el pitipie del papel, se mediràn todas las lineas de èl, y se sabràn todas las alturas, y profundidades de la Torre, como tambien las distancias que hay por el ayre de unas partes a otras, por ser todas las lineas del papel proporcionales, con las que se imaginan ir por el ayre, pues la HC es proporcional con la HQ, como la CE con la QE, que llega hasta el pie de la Torre, y lo mismo sucede con todas las demàs lineas, como tambien con los triangulos, porque el triangulo ECH del papel es proporcional, y semejante al EQH su correspondiente, como HE*o* del papel à HEO, formado por el ayre, y asi de los demàs; luego midiendo las lineas del papel por su pitipie, se sabràn los pies de las lineas que vàn por el ayre, por tener conocidos los pies que hay en la planta de la Torre de E à D, y ser en el diseño del papel la ED proporcional à la dicha de la Torre.

Nota, que siempre que las mayores lineas estuvieren sobre el punto del pa-

papel, como lo està la obliqua HO sobre la orizontal H*b*, seràn alturas, como lo es *bo* sobre el punto H, y si aquellas cayeren debaxo, como HE, seràn profundidades, como de *b* à E, ò su igual HC, siendo esta proporcional, como lo es con HQ, igual à BE, en la Torre grande.

PROPOSICION IV.

De la práctica que se debe usar para no cometer errores en las medidas que se obran por el ayre, quando los objetos estàn en distintas alturas. (Fig. 4.)

Haviendo observado, que todos los Operantes quando miden las distancias ponen su plancheta orizontal, y sin reparo de cometer error miden quantos objetos se les presentan à la vista, por tanto en el papel, los edificios, montes, y valles, sin reparar à la diferencia que hay de unos lugares à otros, y porque de qualquiera basa, sea orizontal, ò sea vertical, se pueden medir todas las distancias, profundidades, y alturas, que se descubrieren de los dos extremos de la vasa, se deben observar, y tener presentes las operaciones, que (segun los lances) hayan de servir para obrar con acierto, que seràn como se sigue.

Si del punto M, (Fig. 4.) se huvieren de medir las distancias MP, MK, MT, (que todas se suponen estar muy lexos del punto M; pero los puntos P, K, T se hallan todos sobre una misma linea vertical PT,) no se haràn bien las medidas si para cada distancia no se encamina el plano de la plancheta à su lugar correspondiente; y para inteligencia de esto, supongase, que la plancheta vista de canto es MON, que se halla puesta orizontalmente, y en esta disposicion se tirarà la visual MNK; para el punto P se baxarà el extremo N à X, (sin que se mueva de M) y siendo la direccion del plano de la plancheta, segun la inclinacion MX, se halla encaminado al objeto P, y para cortar el punto T se encaminarà el plano de la plancheta por MZ, que forma la linea visual MZH, la qual concurre en T. Con esto saldràn con toda precision las medidas que

que se obrâren, pues de hacerlas como es costumbre se padecen los errores, que se manifiestan en la misma figura; porque si de la plancheta orizontal, como MN, se tira una visual à la Torre PT, y se corta la distancia de los dos puntos de la vasa en K, dicen, que la distancia que hay desde M, hasta la Torre, es la linea MK, porque esta regularmente, como està lexos, corta con la visual la Torre de alto à baxo en T, y en P, y luego la dibuxan en el papel de la plancheta à bulto, obrando lo mismo con las montañas eminentes, y valles profundos. Digo, que en esto se cometen bastantes equivocaciones en las medidas; pues la linea MK es igual à la MV, y à la MH: luego en la MP hay la diferencia de V à P, y en la MT la diferencia de T à H: juzgue el inteligente si se cometen errores en estas medidas, y si se cometerán obrando como se ha expresado arriba, lo qual se verificará mas con la práctica de la figura 7. donde se demostrarán todas las operaciones con exactitud.

Adviertase, que siempre que se sentàre la plancheta sobre alguna basa orizontal, y medidas las distancias de aquella postura, se huvieren de medir otras mas altas, ò baxas, variando la plancheta, segun la inclinacion MX, ò MZ, es natural, que à estos movimientos se descomponga la plancheta de la linea de la basa del terreno, por tener que levantar, ò baxar alguno de los tres pies, sobre que ella carga, para lo qual, antes de continuar con las demàs operaciones, es preciso acomodarla otra vez sobre su misma basa, lo que se conseguirà con brevedad obrando de este modo: Supongase, que la plancheta, segun la postura MN, tenia el punto del extremo de su basa en O, y que haviendola levantado à Z, sin moverse de M se subió O à *b*, y que el otro extremo de la basa del terreno es D. Tengase dispuesta una caxita, como F, de medio, ò tres quartos de pie de alta, y 3, ò quatro dedos de ancha, cuyas tapas, ò superficies mayores sean de crystal, y su cerco de madera arbitrario, y dentro de ella se tendrà un perpendiculo con un hilo, y su plomo pendiente, como se manifiesta en la figu-

gura: esta caxita se podrà llevar en el bolsillo, y haciendo un bastòn FL de 5 pies de largo, con su punta de hierro L para clavarle en tierra, y que en el cabo superior tenga una muesca, ò cosa semejante, donde se fije la caxa de los crystales, y perpendiculo; se clavarà este instrumento en qualquiera punto L, cerca de la plancheta, y que poco mas, ò menos se aproxime à estàr en derechura de la basa *b*D, asientese el triangulo E en el punto *b* del papel, y se pondra el vivo *b* de dicho triangulo perpendicular al suelo, entreguardandolo con el perpendiculo F, y asegurandolo, se irá bolviendo la plancheta hasta que se acomode la linea de la basa del papel con la del terreno, cuya operacion, à poca inteligencia, se harà tambien con solo el perpendiculo, sin necesidad del triangulo; y buelta la plancheta à su lugar, se iràn continuando las operaciones, hasta concluir con todas ellas.

PRO-

PROPOSICION V.

Medir distancias, profundidades, y alturas del todo inaccesibles, por una basa orizontal. (Fig. 5.)

Pidese, que de una basa orizontal AVP*o*, cuyos extremos de ella son los puntos *o*, y A, se midan las alturas de una torre XF, y las de una montaña TGX, y al mismo tiempo todas las lineas, que de los puntos *o*, A vàn por el ayre à los objetos F, X, N, M, T, G.

OPERACION.

Fijese la plancheta vertical en A, primer extremo de la basa, de modo, que el canto de ella, ò lado AL quede perpendicular al centro de la tierra, que se lograrà con el perpendiculo F, de la figura antecedente; encaminese el plano de la plancheta al punto F, y tirese à discrecion en el papel la recta AQ, que continuada por el ayre concurra en F: tirese tambien en la misma forma la A*d*, que

por

por el ayre corta en X; tirese asimismo la A*e*, que por el ayre corta en T; tirese la AV al punto *o*, (que ha de ser el otro extremo de la basa) y no tiene mas tirar esta antes, que despues de las antecedentes; solo se advierte, que si los puntos estuvieren en distintos lugares, se irà rebolviendo la plancheta vertical por bueltas orizontales al rededor de sus tres pies, hasta que el plano de ella se ajuste con el objeto adonde se huviere de tirar la visual, poniendo en todas las operaciones el lado AL à plomo con el perpendiculo arriba expresado. Tiradas todas las rectas desde el punto A, mudese la plancheta al extremo *o*, y poniendo à plomo el lado P, se cortarà en el papel la P*o*; (proporcionada à la delineacion que se huviere de hacer, para que en el pliego del papel de la plancheta cojan todas las lineas, que se huvieren de medir) dividase la P*o* del papel en tantas partes iguales, como varas huviere en la basa AO del terreno, y tirando de *o* lineas visuales à los mismos puntos F, X, T, se cortaràn en el papel, con las lineas que se tiraron de A en R*iz*, y

y se halla, que la figura PR*izo* del papel es en todo semejante, y proporcional à la que se forma por el ayre con AFXTO&: luego del mismo modo que la basa A*o* del terreno, puede medir todas las lineas inaccesibles; se mediràn con la P*o* del papel las que en èl se han cortado, y por estas medidas se delinearà la Torre *i*R, y el monte *iz*, teniendo las mismas proporciones que la figura inaccesible; y para entender mejor sus medidas, supongase, que sea la misma figura, puesta otra vez en el extremo A, para que no se confundan con las lineas, por ser muchas, si todas se tirasen de O, y para saber las alturas tirese la AV perpendicular à la AL: del punto Q cayga la vertical Q2: del punto *e* saquese la *e*C paralela a la VA, que corta à la A*b* en el punto C: del punto Q tirese la QL; y del punto *d* la *d*S, todas paralelas à la VA, con esto se tienen medidas todas las lineas inaccesibles que vàn por el ayre, lo qual se sabrà en esta forma: Midase la profundidad AO en el pitipie P*o*, y tantas partes como de este tomàre, de las que antes se dividieron,

ron, tantas varas havrá de A à *b*, ò de M à N su igual, que se imagina en el centro del monte TX.

Midase la altura AS por el mismo pitipie P*o*, y las partes que de èl tomáre seran las varas de altura, que hay de M à X; midase en la misma forma la altura S L, y las partes del dicho pitipie que esta tuviere, seràn las varas que hay en la altura de la Torre de X à F.

Del mismo modo se sabràn las distancias, porque si con el dicho pitipie P*o* se mide la AQ, se sabràn las varas que hay de A à F, y lo mismo sucederà con las A *d*, que darà las varas de AX, la AV darà las de AG, la V*b* las de G à M, la A*e* darà las varas de A à T, y la *e z* dará las varas, que havrà de T à N, y lo mismo sucederìa con todas las demàs lineas, que se imagináren en tales medidas.

La prueba de estas operaciones es la misma que la de la figura 3. porque el triangulo A*bd* es proporcional al que se forma por el ayre AMX, y asi de todos los demàs de la figura.

Nota, que del mismo modo se sabrìan

las medidas del otro extremo *o*, midiendo en aquel parage las lineas que salieren del punto *o*, hasta los encuentros de las que salen de P.

PROPOSICION VI.

Medir las distancias inaccesibles desde dentro de una Casa por la basa orizontal. (Fig. 6.)

Estas medidas pueden ser utiles en tiempo de lluvia, para que el operante pueda trabajar con toda conveniencia, y por ellas se puede medir qualquiera figura de la Campaña, como se descubran sus angulos desde los extremos de la basa: Sea, pues, el plano de una sala, ò dos quartos de una Casa, la figura XHzV, y las dos ventanas VA, AH, y siendo atajada la pieza con la pared AL, supongase abierta una puerta en L; tirese en el suelo la recta *z*X, y midanse los pies que tuviere de largo: sobre el punto *z* se ha de poner la plancheta, inclinando su plano à los lugares que se han de medir, que en este exemplo seràn los puntos B, y D, su-

suponiendolos ahora asentados en el suelo de la Campaña : tirese sobre el papel de la plancheta la recta zN, encaminandola al otro extremo de la basa X ; dividase la zN en el papel, en tantas partes iguales, como pies huvo de z a X, y estando firme la plancheta, tirense de z por el papel las rectas zM, zP, que alargadas por el ayre, concurren la primera en B, y la segunda en D.

Mudese la plancheta al extremo X, en cuyo punto corresponda N, y el extremo Z corresponde en C (sobre la misma basa ZX.) Desde el punto X tirense á los antecedentes las rectas X*e*, X*o*, que concurran por el ayre à los puntos B, y D, las quales se cruzan con las antecedentes en los puntos *e*, y *o*, con cuyas operaciones se han medido todas las distancias que se desean, porque la. figura X*ceo*, formada en el papel, es semejante, y proporcional á la XzBD, formada por el ayre : luego lo mismo será medir las lineas de la figura del papel por el pitipie X*c*, que si se midieren las XD, XB, BD, por los pies de la basa Xz.

PRO-

PROPOSICION VII.

Medir las alturas de un edificio desde dentro de una casa, y algunas distancias, por sola una basa vertical. (Fig. *6.*)

Sean las alturas de dos quartos de una casa zL, LX, con sus ventanas VA, AH, pidese que desde dentro de ella se mida la altura del edificio BD.

OPERACION.

Hagase un barreno en el suelo L, quanto por el pueda pasar un cordél delgado, y asegurando el un cabo en X, se le atará algun peso en z (de modo que lo mantenga tirante.) Pongase la plancheta vertical en z, y por el cordèl Xz, segun cae su perpendiculo, cortese en el papel de la plancheta la recta zN, que se dividirá en tantas partes iguales como pies tuviere el cordèl Xz : tirense del punto Z al pie de la Torre B, y à su altura D las visuales zB, zD, señalandolas en el papel como zM, zP ; mudese

la

la plancheta al quarto superior, y ajustese el punto N al punto X, en el mismo perpendiculo del cordel, y el punto Z de la basa vertical del papel quedara ahora en *c*, y las demás lineas en *m*, y P: tirense de X las visuales XB, XD, y se cruzan con las antecedentes en los puntos *e*,*o*: tirese la recta *eo*, y esta será la altura de la Torre de B à D, que midiendola con la X*c*, se sabra la altura que se desea. Del mismo modo se mediràn las distancias X*e*, X*o*, *ce*, *co*, que todas daran por las partes del pitipie *c*X los pies que tienen las que se imaginan ir por el ayre hasta la Torre.

Si se quisieren saber las alturas, y diferencias, se obrarìa por las reglas de la figura antecedente, que se omite en este lugar, por no repetir muchas veces una medida, y porque en la proposicion siguiente se expresan todas las prácticas, que pueden ocurrir.

PROPOSICION VIII.

Medir por el ayre todas las distancias, profundidades, y alturas, que se presentaren à la vista, con solo una basa orizontal. (Fig. 7.)

Haviendo entendido las operaciones, que hasta aqui vàn declaradas, se comprehenderàn con facilidad las de esta proposicion; pero antes será bien que el operante se entere de cómo se ha de componer con las basas de cuyos extremos haya de obrar sus medidas, porque le sucederá muchas veces, que no hallarà basa proporcionada en terreno llano para poder obrar con acierto sus operaciones, à causa de hallarse èsta en la profundidad de un valle, y porque de los extremos de aquella basa no podrà descubrir sino algunos picos de las eminencias, y subiendo à ellos, no se halla terreno con igualdad, que pueda servir de basa, por los muchos riscos, y quebrado del terreno, se havrà de componer como mejor pudiere, para lo qual registrarà las mayores alturas de los cuspides de aquellas montañas, de donde mejor pueda descubrir todos aquellos lugares que huviere de medir, como tambien algun terreno lla-

llano, donde pueda medir una basa, por chica que sea, la qual, antes de comenzar sus operaciones, la medirà con toda exactitud, y clavando un piquete en cada extremo de ella, se irà à los puntos mas altos de las eminencias de donde huviere de obrar sus medidas, y desde ellos medirà la basa en la misma forma que las demàs lineas, pues lo mismo es comenzar las medidas de los extremos de la basa, que de qualesquiera otros puntos que de ella se huvieren de medir, como se comprehenderà mejor por la práctica del exemplo siguiente.

Práctica de medir qualquiera basa, desde otros puntos distantes de ella. (Fig. 7.)

Supongase que para esta figura 7. sean los cuspides de dos eminencias los puntos *m*, y *n*, y que en la profundidad de un valle se halla un terreno llano, donde solo se puede tirar la linea HK, de 50 varas. Digo, pues, que serà lo mismo medir ésta desde los puntos *m*, *n*, que desde ella medir los dichos puntos; pongase, pues,

pues, la plancheta orizontal (segun parece armada con sus tres pies en el numero 6.) sobre el punto *m*, y tirese al punto *n* la visual *mo*, cortada en qualquiera punto del papel, como de *m* à *o*, y tirando desde *m* à los puntos HK las visuales *m*3, (señaladas en el papel à discrecion) mudese la plancheta al lugar *n*, cuya basa *nz* es la misma *om*, que el extremo *n* es el correspondiente à O, y el Z à *m*: encaminese la *nz* al punto que se dexò en *m*; y dexando firme la plancheta en esta postura, tirense del extremo *n*, à los mismos puntos de antes las visuales *n*H, *n*K, y estas con las antecedentes se cortan en los puntos 6, P; de modo, que el punto P de el papel corresponde al punto K de la basa del terreno, y el punto 6 corresponde al punto H; luego la recta 6P es proporcional en el papel à la HK, basa del terreno; luego si aquella tiene 50 varas, se dividirà la 6P en 50 partes iguales, y servirá de pitipie para medir todas las lineas que se cortaren sobre la plancheta, con cuya práctica se continuaràn con facilidad las que se siguen.

Prác-

Práctica de medir por el ayre las distancias de los planos inclinados. (Fig. 7.)

Sea lo que se ha de medir por el ayre las distancias inaccesibles de la montaña B, D, A, y el Castillo que está sobre ella, al qual no se puede llegar por estàr ocupado de enemigos.

OPERACION.

Elijase para basa la linea *mn*, cuyos extremos, y toda ella se supone fuera del alcance del cañon del Castillo. Supongase dicha basa medida con toda exactitud de un extremo á otro, cuyas medidas se aseguran tendiendo dos varas largas en el suelo, llevandolas por la misma linea del terreno, asentandolas siempre en la tierra bien ajustadas las testas de una con otra, las quales se vàn mudando adelante, levantando la una, y dexando quieta la otra, hasta concluir la medida de la linea; y para que las varas no salgan de ella, se vá tirando un cordèl de ciento, ò mas varas, que se ata à unas estacas, que se vàn clavando en la misma linea, cuya práctica es bien sabida de los Prácticos. Esto supuesto, sientese la plancheta orizontal en el extremo *m*, y tirese en el papel la *mo*, encaminada al otro extremo *n*; dividase la *mo* en tantas partes iguales como toesas, ò varas hay de *m* à *n*, y será la *mo* un pitipie de toesas: Tenganse ahora presentes las prácticas de la figura 4, para encaminar el plano de la plancheta à los objetos que se huvieren de tirar las visuales, sin perder la basa del papel *mo*, de la del terreno *mn*, porque serà preciso subir, ò baxar la plancheta de algun lado, para buscar las alturas, y profundidades, haciendola quedar siempre perseverando la *mo*, sobre la *mn*: tirense las rectas visuales del extremo *m*, à los puntos L, S, H, que es el plano de la Montaña, y Castillo descubierto á vista de paxaro; (esto es, que un paxaro suspenso en mucha mayor altura, sobre el Castillo, descubriria todas las partes de la Montaña, y Castillo, como se representa en el plano BHASL) tiradas, pues, las visuales *m*L, *m*S, *m*H, y otras muchas que

que fueren menester, se marcarán en las rectas del papel de la plancheta, como parece con los numeros 1, 2, 3: mudese la plancheta al otro extremo *n*, fixando el extremo *o* de la basa de el papel, sobre el extremo *n* de la basa del terreno, y encaminando la *nz* (que se halla ahora en lugar de *m*) al punto que quedò en *m*, tirense las visuales *n*L, *n*S, *n*H; y aunque en esta práctica resulta, que solo una recta coge todos estos puntos, puede suceder en una casualidad, siendo mas regular, que á cada punto se tire su recta separada: siendo, pues, la recta *n*L, la que corta todos los puntos, se halla por la operacion, que su encuentro con *z*1 es en V, luego el triangulo *nz*V es semejante al que se forma por el ayre con los puntos *n*, *m*, L, con que midiendo en el papel las rectas *n*V, *z*V, con las partes de la basa *nz*, saldrá la misma medida, y proporcion, que si fuere posible medir por el ayre las visuales *n*L, *m*L, por las toesas de *nm*. La recta *n*S se encuentra con la *z*2 en el punto *r*, formando el triangulo *nzr*, semejante al que se forma

ma con las visuales en los angulos *n*, *m*, S, el qual se medirá como el antecedente: La *n*H se encuentra con la *z*3 en el punto 6, y se forma el triangulo *nz*6 proporcional, y semejante al triangulo inaccesible *nm*H, el qual se puede medir como los antecedentes.

Nota, que esta delineacion dà todas las distancias que se han medido, y es como si todo el terreno de la Campaña fuera un plano orizontal; y para demonstrar las diferencias que hay de medir con la plancheta orizontal, á inclinarla á las alturas, y profundidades, se prueba del modo siguiente.

Prueba para medir con exactitud las distancias, donde quiera que se hallaren los objetos. (Fig.7.)

La visual *n*L se supone en la medida que se ha hecho orizontal; esto es, que el punto *n*, y el punto L, se hallan en un mismo nibèl, y lo mismo los puntos S, y H; y como el nibèl del plano de la plancheta es preciso se halle en terreno mas pro-

profundo que la eminencia D, y el Castillo DE, asi las lineas *n*H, *n*S, *n*L, deben ser mas largas que lo que demuestran en el plano, cuyas longitudes se hallarán como se sigue. Sea el nibèl del plano, sobre quien carga el perfil de la montaña, la orizontal GA, sobre la qual se suponen caer de los puntos D, y E de la eminencia, las perpendiculares DS, EL, las quales forman en el plano de la montaña la planta de la escarpa; que se forma con la altura DE del Castillo, entre L, y S; y asi todas las demás partes de él, como se demuestra con las lineas que baxan, de puntos, perpendiculares á la GA. Tomese la altura que hay desde la orizontal GA, hasta los puntos D, y E, en cada una por su linea de puntos, y levantando las perpendiculares LF, igual à la altura E, y SX, igual à la altura D, tirense las rectas *n*F, *n*X, y estas son las que deben formarse por el ayre en lugar de las *n*L, y *n*S; luego aqui se prueban los errores que se cometen de poner la plancheta orizontal, à ponerla inclinada, encaminando su plano al objeto que se midiere, como se ha prevenido en las prácticas de la figura 4. luego las verdaderas distancias son las obliquas *n*F, *n*X, mayores que las *n*L, *n*S, estas saldrán por la plancheta orizontal, y su medida serà corta, y aquellas saldrán por la plancheta inclinada, cuya medida es cierta; tirense tambien las ocultas FX, XH, y se hallarà que la HX es igual á la BD, que forma la falda de la montaña, y la XF es igual à la DE, que forma la escarpa, y altura del Castillo: luego con las dos rectas HX, XF, se ha formado otro perfil semejante, y igual al BDE, que levantando éste sobre la orizontal *n*HSL, quedan demonstradas todas sus alturas, y distancias, como si fuera la misma eminencia BDE. Supongase tambien, que el punto H baxa mas que el nibél de la plancheta la profundidad, que hay de H à K; baxese, pues, la HK perpendicular à la *n*H, y tirese la *n*K, y esta serà la verdadera distancia que hay por la visual, inclinada desde el punto *n*, hasta la profundidad K: luego por ser obliqua la *n*K, serà

 mas

mas larga que la *n*H.

Para cortar en el papel de la plancheta todas las dichas lineas de las medidas justas, que deben tener arregladas à su pitipie *n*Z, levantese del punto V, que es el correspondiente à L, la V4 perpendicular à *n*V, que corta à la *n*F en el punto 4, y la *n*4 será en el papel la correspondiente à *n*F, y la V4 será la correspondiente à LF, ò à la altura desde la orizontal GA, hasta E, por su perpendicular LE; del punto *r* levantese la *r*5, perpendicular á la *n*S, y cortará á la *n*X en el punto 5, y será la *n*5 correspondiente à *n*S, como la *r*5 à la altura SX; baxese ahora la 6P, perpendicular à la *n*H, y cortarà á la *n*K en el punto P, con que la distancia *n*P será correspondiente á la distancia *n*K, como la profundidad 6P, à la profundidad HK.

Con estas operaciones se halla formado en el papel de la plancheta otro perfil, en todo semejante, y proporcional al formado con las rectas HX, XF, HK, porque la distancia que hay de 4 à

á 5, es como la que hay de F á X: la que hay de 5 á 6, es como la de X á H; y la que hay de 6 á P, es como la profundidad que hay de H á K: luego midiendo todas estas lineas por la *nz*, saldrá la misma medida que si se midieren las que vàn por el ayre con la basa *nm*. Resta ahora, para concluir todas estas medidas, poner la plancheta vertical sobre el mismo lugar *n*, y desde él se medirán con toda exactitud las alturas, y profundidades de todas las distancias, que se han medido por las prácticas que quedan declaradas, que será como se sigue.

Práctica de medir las alturas, y profundidades desde qualquiera de los puntos que se huvieren medido las distancias. (Fig. 7.)

Haviendo medido todas las distancias á las alturas, y profundidades, y cortado sus lineas en el papel de la plancheta, se pondrà èsta, sin tocar el papel, verticalmente, como se representa en el numer. 7. armandola, como parece, sobre sus tres pies; y para mas clara inte-

teligencia, supongase que el punto *n* se halla para estas operaciones en el lugar C, y que la orizontal *n*L es la CY, y la profundidad HK, debaxo del punto *n* de la plancheta, es CG. Pongase, pues, la plancheta vertical en C, cuyo punto sea el mismo de *n*, y porque la recta C*e* del papel, es la misma que *n*4, cuya distancia corresponde à la mayor altura del Castillo, que es el punto E, vayase dando buelta vertical à la plancheta, hasta que la C*e* concurra en el punto E, altura del Castillo, y dexando quieta la plancheta en esta disposicion, tirese à plomo la linea QI, que corte por el punto *e* del papel, la qual se tirarà con el instrumento FL de la figura 4. ò con qualquiera perpendiculo, y una regla, que se asentarà sobre el plano del papel, y punto *e*, pesandola con dicho instrumento, y la altura I*e* del papel, serà proporcional à la altura YE de la Montaña, y Castillo; y haciendo las mismas operaciones con las distancias C*d*, C*b* del papel, bolviendo el plano de la plancheta, si fuere necesario, para descubrir el objeto que cor-

corresponde à la distancia medida, y buscando su direccion por el movimiento vertical que tiene la plancheta, se hallaràn delineadas en el papel todas las distancias, profundidades, y alturas, como parece figurado en la plancheta vertical C, que se demuestra en esta forma siguiente.

El triangulo C7*b* del papel, es semejante, y proporcional al triangulo CGB del terreno: luego la profundidad C7 es tambien proporcional à la CG, como la orizontal 7*b* à la orizontal GB; y asimismo, la distancia C*b*, por el plano inclinado, es proporcional à la distancia CB por el mismo plano; lo mismo sucede con el triangulo C*db* del papel, que todas sus lineas, y angulos son proporcionales, y semejantes al triangulo CDB, formado por el ayre; y asi està en la misma proporcion el triangulo C*ed* en el papel, con el CED, que se forma inaccesible: luego la linea *ed* serà en el papel la altura ED del Castillo, como la DB de la falda de la Montaña inaccesible, à la del papel *db*, que se medirà por el pitipie

nz, y asi todas las demàs lineas, con cuyas operaciones parece haver demonstrado bastantemente el modo de medir por el ayre con seguridad; y aunque sobre estas medidas se pudieran poner varias prácticas, que pueden ofrecerse, se dexan al discurso del operante; pues tambien debe adelantar alguna cosa de su parte, que por la misma práctica vendrà en conocimiento.

Nota, que desde los puntos D, E del Castillo se puede medir tambien qualquiera distancia de la Campaña, sin mas inteligencia, que suponer la basa ED del Castillo, ajustada à la *ed* del papel, y ajustando los extremos de la una con los de la otra, desde ellos se tiraràn las visuales adonde fuere necesario, y se cortaràn las distancias, profundidades, y alturas, como se puede inferir de las prácticas, que se han obrado.

PRO-

PROPOSICION IX.

Medir desde una eminencia las distancias, y profundidades de algunos valles, y arroyos. (Fig. 8.)

Sea una montaña ABCD, cuya eminencia es BC, y por el pie de ella MA pase un rio, ò arroyo FA, cuya altura de agua sea MA; supongase à la otra parte de la montaña un valle D, y conviene medir desde la eminencia, las profundidades F, y D, para ver si del Rio FA se puede llevar agua corriente al lugar D.

OPERACION.

Suponganse medidas por las prácticas antecedentes, las distancias obliquas, FH, DZ, y cortadas en el plano del papel de H à P, y de Z à Q, las quales se hallan yà medidas por su pitipie, como se ha dicho en las prácticas de la proposicion antecedente. Ajustese la HP de modo, que concurra la visual al pie del arbol F, que se supone en la orilla del rio,

 y,

y superficie del agua; y dexando quieta la plancheta vertical, como parece en la figura, echese con el perpendiculo la linea vertical HN, larga à discrecion por el papel de la plancheta, y que corte el punto H: saquese del punto P la recta PN, perpendicular à la vertical HN, que cortará en el punto N, y la NH será en el papel de la plancheta la altura que se busca, la qual se medirà por las partes de la linea PH, y tantas como de ellas tuviere la HN, tantas toesas havrá de H á E, por la profundidad que se imagina baxar desde H ocultamente hasta E. La demonstracion es la misma que en las proposiciones antecedentes, porque el triangulo HPN es en todas sus partes semejante, y proporcional al que se imagina, formado con las rectas HF, FE, EH: luego midiendo las lineas del papel HN, NP, con la conocida HP, serà la misma medida, que si se midieren las HE, EF, con la HF.

Suponese tambien en Z, medida la distancia ZD, como la antecedente HF, y cortada en el papel de Z à Q, encaminese

se esta al pie del arbol D; tirese la vertical ZV á discrecion; saquese de Q la QV, perpendicular à la ZV, y cortará el punto V, y la distancia ZV, será la profundidad cortada en el papel correspondiente á la ZL, y se hallará por la medida de su pitipie la profundidad que hay de Z á V, cuyas partes serán las toesas de ZL, y se hallarà tambien, que desde A, hasta D, podrà correr el agua con velocidad, por mina, ó faldamento de la montaña, abriendo una zanja à nibèl, hasta el punto D, con la declinacion correspondiente, de cuya práctica se tratará en el capitulo tercero. Las demàs medidas de esta ultima operacion se obran del mismo modo que las antecedentes, siendo tambien las mismas demonstraciones, por lo que no es necesario repetirlas.

De las prácticas de esta proposicion se infiere poder tentar con la plancheta qualquiera nibelacion, y poder hallar el modo de sangrar qualquiera Foso de una plaza, que se quisiere asaltar.

CA-

CAPITULO II.

EN el capitulo antecedente se ha tratado de las principales medidas por el uso de la plancheta, para cuyas operaciones no necesita de ser Arithmetico el Operante; pero para practicar las de este capitulo, necesita saber à lo menos la regla de tres directa, por cuyo medio conseguirá las mismas medidas, que por la plancheta, por instrumentos mas simples, y aunque son muchos los que sirven para medir, solo se dará la práctica de qualesquiera piquetes, esquadra simple, y compuesta, como se expresa en las proposiciones siguientes.

PROPOSICION X.

Medir las distancias, profundidades, y alturas con qualquiera palos, ò cañas, que se encontraren en el campo. (Fig. 9.)

Para medir la distancia, que hay de la profundidad P, à la casa de la eminencia L, fixese con un clavo, ò estaquilla de

de madera en el punto P, el cabo de un cordèl, el qual se irà levantando bien tirante por alguna distancia, hasta que la linea del cordèl, echando la vista desde el punto P, (como si el cordèl fuera una regla) se corte con èl en el centro de la puerta, ò qualquiera otra parte, que se quisiere de la casa, en la eminencia el punto L; clavense debaxo del cordèl, à plomo, los piquetes que pareciere, como OQ, *b*F, KR, a cuyas cabezas se ajustarà el cordèl, formando la linea visual PQFR, encaminada al punto L, como parece en la figura, y dexese quieto este artificio. Hallese otro lugar, de donde encaminando otra visual, se descubra el punto L, y serà en el lugar N: clavese el piquete N, y mirando por su extremidad al punto L, se mandarà poner en la direccion de aquella linea, en qualquiera parte de ella, otro piquete M, de modo, que NML formen una linea recta: tirese tambien la visual QN, marcandola con algunos piquetes, ò cuerda sobre la tierra, ò por encima de las cabezas de los piquetes Q, N, de qualquiera punto R: tirese por el

el terreno la recta RV, que corta à la QN en el punto V, con cuyas operaciones se han formado dos triangulos, semejantes, y proporcionales, el uno accesible, y el otro inaccesible, (accesible, es el menor QVR; y inaccesible, es el mayor QNL) para saber ahora las varas que hay de Q á L, midanse las lineas VQ, QR, y NQ; tenga VQ 80 varas, QR *99*, y NQ 178, con cuya noticia se harà la regla de tres siguiente: Si 80 varas de VQ me dán *99*, de Q à R 178 varas que hay de N à Q, què varas de distancia me daràn de Q à L? Multipliquese el segundo numero *99* por el tercero 178, y el producto 17622 partase al primero 80, y vendrán à la particion 220 varas y 11 quarenta abos de otra vara, y esta será la distancia que hay de Q à L, à la qual se le añadirà, si fuere menester, la de Q à P, y la suma de las dos serà lo que hay de P á L, y asi se mediràn las demàs distancias de esta figura, y otras semejantes.

Para medir las varas que está mas alto el punto L, que el punto Q, se ha de

de tirar á nibèl por la cabeza del piquete Q la recta, ò visual Q*b*, y como aqui suponemos que no ha de haver mas instrumentos que piquetes, nos abremos de valer de ellos, y el cordèl para todas las operaciones; atese, pues, al cabo del cordèl un canto de un peso de 2 3, ò 4 onzas, y dexando colgar el cordél à distancia de dos, ó tres pies del canto, teniendole con la mano, y el canto quede libre, formando su peso sin que llegue á la tierra, se tirarà por el cordèl una visual, y al ayre de ella se ajustarà el lado mas derecho que tuviere el piquete OQ; y caso que todo èl fuere torcido, se señalaràn en èl dos puntos sutiles al ayre del perpendiculo, el uno en lo mas alto, y el otro mas abaxo, donde mejor pareciere. Dividase la distancia de entre los dichos dos puntos en 4 partes iguales, cortese otro palo de lo largo de 3 de ellas, y señalando 5 de las mismas en el cordèl, se ajustará el palo de 3 partes por uno de sus extremos al punto superior Q del piquete, y poniendo el cabo del cordèl de 5 partes en extremo C, del pa-

palo de 3, se ajustará el otro señal del cordèl al punto de 4 del piquete, y se havrá formado el triangulo OQC, con angulo recto en Q. Tirese la recta QC*b*, hasta que toque en tierra en algun punto *b*: levantese la perpendicular *b*F, y se tiene lo necesario para medir la altura que se desea, la qual se hallará de esta forma: La distancia QL yá es conocida, porque en la medida antecedente se halló tener 220 varas y 11 quarenta abos: midase ahora en ella la porcion QF, y la altura *b*F: tenga QF por caso 54 varas, y la altura *b*F 30 varas; hagase la regla de tres en esta forma: Si QF 50 varas de distancia, me dàn *b*F 30 de altura, QL, que tiene 220 varas y 11 quarenta abos de distancia, qué altura me darán? Multipliquense los 30 por los $220\frac{11}{40}$, y el producto $6608\frac{1}{4}$ partanse á 50, y vendrán al cociente 132 varas y 33 doscientos abos de otra vara, y esto será lo que está mas alto el punto L, que el punto Q, cuya altura se imagina baxar por el centro del Monte, como se de-

demuestra con la oculta LM, cortandose el punto M con la oculta que se imagina correr de Q á M, en cuya figura se prueba lo mismo que en las antecedentes, porque el triangulo Q*b*F es semejante, y proporcional al triangulo QML, y asi todas las demás partes de la figura.

Por el mismo orden se medirán las profundidades, pues no hay mas diferencia, que hacer las operaciones por arriba, como se han hecho en esta figura por las partes de abaxo.

PROPOSICION XI.

Medir qualesquiera distancias inaccesibles con solo el angulo recto de una esquadra. (Fig. 10.)

Pidese que se mida la anchura del rio LD, y sea con el angulo recto de qualquiera esquadra simple.

OPERACION.

Fixese la esquadra en tierra en el punto A, en derechura del punto L, cogiendo en linea recta al punto D, y tirada

da la visual ALD, se tirarà tambien por la otra pierna la ACE, larga à discrecion, y marcandola en el terreno con algunos piquetes, mudese la esquadra à otro qualquiera punto E de la linea AE, y ajustando en esta la una pierna de la esquadra, tirese por la otra la visual EF, marcandola tambien con algunos piquetes; tomese ahora un piquete, ò baston, y asientese perpendicularmente en qualquiera punto F de la recta EF, y tirese la visual FD, que cortará à la AE en el punto C; marquese este punto, y se tiene hecha la delineacion para obrar con seguridad todas las medidas, que serán como se sigue.

Midanse las lineas CE, EF, AE, tengan por exemplo CE 50 pies, EF 86, AE 120, hagase la regla de tres: Si 50 dán 86, 120 què darán? y multiplicando el segundo numero por el tercero, produce 10ꝟ320, que partidos al primero, que es 50, vienen al cociente 206 pies y dos quintos de otro pie, y esta será la distancia de A à D, de la que se restará lo que hay de A à L, y lo que quedare en la

la recta, será la distancia de L a D.

PROPOSICION XII.

Disponer una esquadra compuesta para medir con ella desde qualquiera punto las distancias, profundidades, y alturas sin buscar mas basa. (Fig. 11.)

Hagase una esquadra BLD, que la regla, ò pierna BL tenga tres pies de larga, y la LD puede ser de uno y medio à dos pies, y que el angulo recto L quede bien firme, y baxe alguna pequeña parte fuera de la regla LD, por la BL àcia O, donde se le pondrà otra pieza OC, que tenga juego como el de un compás en O, y una punta de hierro en C, la qual se clave segura en la tierra perpendicular, ò inclinada; pongase otra esquadra en B, en cuyo punto tenga juego para poder moverla à una, y otra parte, ajustada à la superficie de la otra esquadra por su frente BL, y esta segunda esquadra puede tener sus piernas de pie y medio à dos pies de larga cada una, y es

dividirá la altura de L à B, centros de los angulos de las esquadras, en mil, ò mas partes iguales, y de estas mismas se pondrán las que cupieren de L à D, con cuyo artificio se obrarán las medidas de las proposiciones siguientes.

PROPOSICION XIII.

Desde una eminencia medir las distancias, y profundidades. (Fig. 12.)

Desde el punto M se ha de medir la distancia, y profundidad del punto A.

OPERACION.

Clavese el pie de la esquadra compuesta en el punto M, encaminese la pierna OC de la esquadra firme, hasta ajustar la visual en el arbol A, como lo hace la recta COA, y dexese firme el instrumento en esta postura: muevase la esquadra movible de la cabeza del instrumento, hasta que por la pierna superior FP se corte el mismo punto A con la visual FPA, y sin tocar el instrumento vease por la regla FV, què punto corta en la regla OC de la esquadra firme, sea en C: midase la distancia que hay de C hasta el angulo de la linea, que baxa, dividida en partes desde el angulo F, hasta el encuentro de OC, y sea por caso medio pie: midase tambien la altura que hay por linea perpendicular desde O, hasta el angulo F, sea seis pies; hagase esta regla de tres: Si medio pie me dàn seis pies de altura, los mismos seis pies de altura, què distancia me darán? Multipliquense *6* por *6*, y el producto *36* se parta à medio, y el cociente 18 serán los pies que hay de O à A.

La razon de esto es porque la linea OC, con la OF, guarda la misma proporcion que la OF, con la OA, por ser comun el angulo recto O, à las OC, OF, OA. Tambien los triangulos OCF, OFA son entre sì iguales, y proporcionales, y asi como el lado menor OC mide la linea OF, del mismo modo la OF medirá en las mismas partes à la OA, y lo mismo sucederà con las demàs lineas, que se forman en la figura, con cuya operacion queda medida la linea O A,

A, y demonstrada la razon.

Para medir la profundidad de A suponganse medidas por la dicha practica las lineas AO, AF, alarguese AF hasta qualquiera punto Q, y echese el perpendiculo QC: saquese del angulo F la orizontal F*e*, (estas lineas se debian tirar de F à O, y à P, lo que se hace en QC, F*e*, por no confundir la figura con lineas) midase la FQ, y la *Qe*, y hagase la regla de tres, como antes: Si FQ me dà la profundidad Q*e*, la AQ me darà la profundidad QB: restese de ella la altura MQ, y en la resta quedarà la profundidad MB: del mismo modo se hallarìa la orizontal AB haciendo la règla de tres, en esta forma: Si FQ me dà F*e*, luego AQ me darà AB; por esta regla se mediràn todas las lineas inaccesibles, por largas que sean.

PROPOSICION XIV.

Medir distancias, y alturas desde qualquiera punto de profundidad. (Fig. 13.)

Pidese, que se mida la distancia, y altura que hay desde el punto Z, al Castillo X.

OPERACION.

Fixese la esquadra, compuesta en el punto Z, y clavando su pie firme en la tierra, vayase ajustando el instrumento por el juego P, hasta que la pierna ZP concurra con el punto X, por la visual PX, y dexando firme el instrumento, encaminese la pierna LD de la esquadra movible, hasta que se corte el punto X por la visual LDX, y por la otra pierna se corte en la regla PZ el punto Z; midase la distancia ZP, y PL, y hagase la regla de tres, como en las proposiciones antecedentes: Si ZP me dà la linea PL, luego la PL me darà la PX: Para hallar la distancia IX, midase la LZ, y con qualquiera de las dos, que se han medido, ZP, ò PL, y sea PL, hagase la règla de tres, como antes: Si PL me dà la linea LZ, esta misma LZ, què me darà? Y vendrà la distancia ZX, à quien se le añadirà lo que hay de Z à I, y asi se ten-

tendràn medidas todas las distancias.

La altura X se hallarà de este modo: del punto L cayga la vertical LI; del punto P saquese la orizontal P*b*, y se han formado dos triangulos LP*b*, PI*b*, rectangulos en *b*, y semejantes al IXH; luego por qualquiera de los dos se hallarà la altura de HX; midanse las lineas *b*P, *b*L, y por ellas se halla la altura HX: multipliquense los pies, que tiene la obliqua LP, por los que tiene su semejante XI; partase el producto à los pies que tuviere la *b*P, que es la semejante à la altura HX, y lo que viniere à la particion seràn los pies, que havrà de H à X. Del mismo modo se hallaria la distancia orizontal IH, haciendo las reglas por su linea correspondiente en el triangulo L*b*P, cuya orizontal de èl es la L*b*, correspondiente à su semejante IH.

La demonstracion es la misma que las antecedentes; porque si el triangulo I*b*P se forma igual en IOP, se halla que este es proporcional, y semejante al IHX, y asi todas sus lineas.

CA-

CAPITULO III.

De la nibelacion de las aguas, para conducirlas por cauces, ò acequias à molinos, y regar tierras, à cuya parte de Mathematica llaman Hidrogogia.

SObre esta materia havia mucho que demonstrar; me contentarè por ahora de expresar el modo de nibelar los cauces, ò acequias para conducir por ellas las aguas, que se pudieren sacar de rios, ò arroyos caudalosos, dexando lo demàs que falta para otra obra, que (siendo Dios servido) pienso sacar à luz, donde se declaren otras prácticas concernientes à las de este volumen.

Para las prácticas de este exercicio se ha de asentar por principio fundamental, que el agua no puede subir à mayor altura, que la de su nacimiento, como no sea por màquinas, (de las que se tratarà en la obra, que ofrezco arriba.) Para que el agua de un rio, fuente, ó arroyo se conduzca de un lugar à otro, se ha de

 exa-

examinar si el nacimiento de ella se halla en mayor altura, que el lugar adonde se haya de conducir, lo que se consigue por la práctica del nibèl, la qual no es otra cosa, que reconocer si dos lugares distan igualmente del centro de la tierra, cuyas diferencias, ò igualdades se facilitan por la práctica del nibèl, de cuya fábrica se tratarà despues.

PROPOSICION XV.

De los fundamentos para la práctica de nibelar. (Fig. 14.)

1 Si la distancia fuere muy larga, no se ha de hacer la nibelacion de un golpe, sino en muchas veces. La razon es, porque en qualquiera lugar que se halle el nibèl, es un punto del contacto del mayor circulo de la circunferencia de la tierra, y quanto mas se alargue la recta visual, que de èl se tire por, las superficies de las aguas del nibèl, tanto mas se apartarà el extremo de ellas del dicho centro.

EXEM-

EXEMPLO.

Sea el centro de la tierra el punto V, y su circunferencia ML. Digo, que si el nibèl se pone en el contacto M, y se tira la visual, ò nibelada MQ, estarà Q mas distante del centro V, que lo està M, y se havrá levantado la linea del nibèl: la porcion PQ mas alta que M, porque el radio VM es igual al radio VP; luego la diferencia de VM, à la VQ, es la PQ. Si la misma nibelada se continuase hasta S, se havria levantado del centro V la distancia LS, mas que el radio VL, y su igual VM; de que se infiere, que el agua no puede ir de M à S, porque serìa subir muy violenta; pero de S à M baxarìa con mucha velocidad, porque todas las cosas graves se inclinan, y hacen fuerza para baxarse al centro de la tierra.

2 Si se hicieren dos nibeladas, como de M à Q la una, y de Q à F la otra, no serìa tanta la distancia LS, por quedarse en F; de que se infiere, que echando cortas las nibeladas, serà insensible el apartamiento de la visual, cuya linea

nea es tangente con la circunferencia de la tierra; mas no por esto se ha de suponer falsa la operacion del nibèl, como se haga baxo los limites, que despues verèmos.

3 Si puesto el nibèl en M, se echàre la nibelada MK, y por la otra parte se alargàre la misma visual, igualmente hasta I, toda la recta IK estarìa à nibèl, y sus dos extremos I, K distarìan igualmente del centro V; pero no podrà correr el agua de I à K, ni de K à I, porque en llegando à M, (que lo harà con velocidad) se irà deteniendo, y levantando hasta llegar al punto N, formando el arco YMK, en cuya disposicion queda la superficie del agua por todas partes igualmente distante del centro de la tierra, como se suponen estàr las aguas de los mares; y si en la tierra corren los rios, y fuentes de una parte à otra, es por las desigualdades de los montes, y valles; lo que dispuso asi la Divina Providencia, para beneficio de todas las criaturas.

Este es el fundamento de todos los Autores, para creer que la agua hace superficie esferica, como se experimenta

quando sobre una mesa cae alguna gota de agua, la qual se verà siempre levantada mas que la superficie de la tabla, y dexando estas materias, pasarèmos à tratar de lo que mas importa para la práctica.

PROPOSICION XVI.

Trata de la fábrica del nibèl de agua. (Fig. 15.)

Muchos, y varios son los instrumentos, que pueden servir para nibelar; pero en tiempo rebuelto de ayres, es el mejor el nibèl de agua, cuya fábrica se hace del modo siguiente.

OPERACION.

Hagase un cañon de cobre, ú hoja de lata, como AVA, y aunque puede ser recto, serà mas firme haciendole curbatura, ò angulo en su medio V, levantando los extremos A, à los que se les unen los cañones A, B, de modo que tengan comunicacion de uno à otro, y se dexan sus bo-

bocas B algo atrompetadas, para que entren en ellas unos frascos de vidro, como se representa en la figura, los quales se juntan en las bocas B, (despues de haverles quitados sus suelos) y con pez, y resina se cierran las juntas de entre los frascos, y cañones, para que el agua que se pone dentro del nibèl suba por los frascos, pasando del uno al otro, sin que fluya por otra parte, que por las bocas de los cuellos de los frascos: en su medio V se fixa el cañon IV abierto, y atrompetado por I, sin que tenga comunicacion con el cañon AVA; y para mas seguridad se pongan las tornapuntas I, C, y se halla fabricado el nibèl de agua, el qual se asienta sobre el tres pies de la plancheta, para cuyo efecto se hace de madera firme el tarugo ZSR; de modo, que lo grueso SR venga dentro del cañon IV, y lo delgado ZS entrarà en el barreno de la mazeta del tres pies, en el mismo lugar que el macho de hierro, que sujeta la tabla de la plancheta; y asi se tiene lo necesario para armar el nibèl sobre qualquiera terreno orizontal, ò inclinado: la longitud de AA puede ser de 3 à 5 pies, su hueco de un calibre de fusil, ò poco mas, y las demàs disminuciones arbitrarias; y se ha de advertir, que para llenar de agua el nibèl, se hace por la boca del un frasco, dexando salir el ayre que huviere dentro del nibèl por la boca del otro, sin echar mas agua, que la que puede subir, hasta que tome parte de los dos frascos, sin que estos se lleguen à llenar, y asentando el nibèl sobre los tres pies, se rebolverà con bueltas orizontales, como la plancheta, sin mover nunca el tres pies de aquel lugar, hasta que se hayan hecho las nibelaciones; y aunque el un frasco estè mas vacìo que el otro, no por eso el agua de los dos dexarà de estàr à nibèl, pues la desigualdad de lo mas vacìo, ò lleno de uno à otro, lo causarà el aproximarse, ò levantarse del suelo el un brazo, ò el otro del nibèl, lo que importa poco para hacer las operaciones, siempre que por los dos frascos se vea poca, ò mucha agua.

PRO-

PROPOSICION XVII.

THEOREMA.

De la declinacion que se debe dàr en las nibelaciones para que corra el agua de un lugar à otro.

Si el cauce, ò canal por donde ha de correr el agua fuere muy largo, no puede ser linea recta.

DEMONSTRACION.

Supongase que del punto K (Fig. 14.) sale una fuente, y se quiere conducir al lugar Y, suponiendo tambien, que el canal sea la recta KY, cuya distancia es muy larga. Digo, que este canal no puede ser de provecho siendo linea recta; porque Y està mucho mas alto que M, quanta es la altura MN; luego en llegando el agua de K à M, se irà entibiando, ò levantando por la MN, y hasta que llegue à N, no podrà pasar à Y, que sera por el arco NY, cuyas partes distan igualmente del centro V; luego el agua de

de la fuente K, si no tuviere parte inferior adonde baxar, se irìa acomodando por el arco KNY, cuya circunferencia serìa la superficie del agua de la fuente K, la qual distarà por todas partes igualmente del centro de la tierra V.

Todo lo que se ha expresado se debe entender en distancias muy largas, que en las cortas, aunque sean lineas rectas, con que estas tengan algo de pendiente, no havrá riesgo de que el agua retroceda.

Tambien se colige de lo dicho, que los alveos de los rios caudalosos son lineas circulares, que se vàn acomodando à la superficie de la tierra, y donde ellos tienen algunas corrientes despeñadas, las causan las desigualdades, ò imperfecciones del terreno, de cuyos parages se sacan las aguas por el arte de el nibèl.

De todo lo expresado resulta, que el agua puede ir de un lugar à otro, aunque no tenga pendiente, como en todas las partes del canal estè en igual distancia del centro de la tierra, acomodandose perfectamente por su superficie esferica; y es la razon, que si en la boca de una

una acequia, ò cauce se derrama agua, como esta no se puede mantener amontonada, correrà por todo el plano de la acequia, hasta salir por la otra parte, ò no teniendo salida, se mantendra igualmente todo el canal lleno en igual altura de la de su entrada; pero la superficie serà linea esferica, como queda dicho arriba.

El P. Dechales, por sus muchas prácticas, y especulaciones, midiendo el vasto globo de la tierra, hallò que la linea tangente, tirada como una visual del nibèl, siendo solo àcia una parte, se levantaba en 500 pies de distancia una linea, que es el doce abo de una pulgada (de las que cada pie tiene doce:) en 1000 pies se levantaba dos lineas y media: en 1500 5 lineas; y en 2000 pies 13 lineas, que son una pulgada y una linea: en 2500 21 linea, que son una pulgada y 9 lineas, hasta que en 5000 pies hallò estàr mas alto el extremo de la visual, que el punto del contacto, (que es el que sale de la visual del nibèl) 6 pulgadas y 2 lineas, que hacen medio pie y un sexto de pulgada.

De lo dicho se infiere, que en trechos cortos, como de 20, ò 30 pies, no hay que hacer mencion de la sobredicha diferencia por ser insensible.

Supuesto, pues, que en 500 pies solo se eleva el extremo de la visual una sola linea, si esta se echa en dos nibeladas, ò mas, yà no havrá error notable, y aunque se nibele un canal de 5000 pies en diez veces, con diez lineas de 500 pies cada una, al fin se havrà levantado el extremo 10 lineas, que para ser una pulgada aùn faltan dos lineas, y para que el agua pùeda correr sin detencion de un lugar á otro, es preciso darle su pendiente moderado.

Pedro Cataneo, al fin de su libro 2. de Geometrìa, (segun cita el Padre Tosca en la Prop. 7. lib. 2. trat. 13.) dice, se le dè un tercio de pie de pendiente por cada mil pasos Geometricos de distancia, que son 5000 pies, porque cada paso le cuentan de 5 pies; luego à 15000 pies le corresponde un pie de pendiente: á este sentir se arrima el P. Schoto en la part. 3. de la Magia universal (lib. 6. cap. 8.)

El

El P. Tosca, con el P. Milliet, son de sentir, que á cada 1000 pasos se les dè un pie de pendiente. Vease la citada Prop. lib. y trat. 13. (de Tosca.)

Yo tengo vistas hacer algunas nibelaciones, y he dispuesto por mì algunos canales en distancias de leguas; y ultimamente uno para el Excelentisimo Señor Duque de Granada de Ega, en los Terminos de sus Villas de Valde-Torres, y Silillos, he tomado el agua del rio Jarama, sin hacer presa, y haviendole dado al cauce por cada cien varas de linea una pulgada de pendiente, corre el agua con suficiente velocidad. Esta medida he dado en otros canales, y por todos permanece el agua. El dár mucho vertiente es arriesgar las obras à que se destruyan los caxeros, pues la rapidèz de las aguas los socaba por abaxo, y desplomandose un terròn, ciega el canal, y obliga à que llenandose de agua se llegue à sobrar, causando muchos perjuicios à las tierras vecinas; el no dár vertiente tambien es dañoso, porque las aguas turbias se vàn dexando el aposo, ciegan con este el canal, y impiden que pase por èl el agua necesaria, y asi la experiencia me ha enseñado à dár la medida sobredicha, con la qual quedan los pendientes en buena proporcion; lo que conviene en tales obras es, que los Señores de ellas las hagan limpiar todos los años si quieren tenerlas existentes.

PROPOSICION XVIII.

Práctica de hacer las nibelaciones de los cauces, ò azequias. (Figura 16.)

A mas de el nibèl se hace una regla de 8 à 10 pies, señalandolos en ella con toda exactitud, y cada pie dividido en pulgadas, todas señaladas en la regla; de modo, que se distingan los señales de pies à pulgadas, y aparte se llevarà una reglita de 4, ò 6 dedos, dividida en pulgadas, y una de estas en el extremo de la reglita dividida en lineas; à la regla se le asienta una tabla de una quarta en quadro, poco mas, ò menos; de modo, que los lados orizontales queden à esquadra con los lados de la regla, por la qual subirà, y baxa-

xarà la tablilla libremente, sin separarse de la regla, la que se sujeta con dos palomillas, por cuyos agugeros entrarà la regla por qualquiera de sus dos cabos, y para quando fuere necesario fijar la tabla con la regla, se lleva una cuña sutil de madera, la que se apreta en qualquiera de las juntas por donde corre la tablilla, por la regla, que serà en los agugeros de las palomillas, y dando de negro à la superficie de la tablilla, se dexarà la regla en su color natural de la madera, y no serìa peor el darle de blanco, con cuyo artificio se comenzarà la nibelacion como se sigue.

Dispuesto el nibèl, y regla con su tablilla, se harà la nibelacion por estaciones: de modo, que el nibèl se ha de parar siempre en medio de cada estacion; esto es, que se ponga entremedio de los dos lugares donde se asienta la regla, la qual se pondrá de cien á cien varas, y el nibèl á las 50 de cada punto, y con esto no havrà error de levantarse la visual de una parte mas que de otra, porque estando el nibèl en medio, los dos puntos, ò extremos de

de la visual distaràn igualmente del centro de la tierra. Esto entendido, se dará principio à la nibelacion: Suponiendo que la seccion vertical de un rio sea CBA, cuya altura del agua es AC, y se ha de abrir una azequia, ò cauce para conducir el agua hasta D, pasandola por el monte EIF&. midanse cien varas, ò poco mas, ò menos, de C à I, (suponiendo que sean varas de á 3 pies cada una,) y poniendo el pie del nibèl, con sus tres piernas en E, se llenará el nibèl de agua hasta que suba por los frascos, como se ha dicho antes, y asi se asentará sobre los tres pies, y por si tuviere dentro algo de ayre entre las aguas, se daràn al cañon con las puntas de los dedos, y las uñas unos golpecitos laterales en uno de los extremos del mayor cañon del nibèl, y se verà, que si huviere quedado ayre dentro, sale por el agua del cañon, haciendola dar algunos borbotones dentro de los vidros: dispuesto el nibèl sobre sus tres pies, se pasarà con la regla á la orilla del Rio, y se metera hasta su profundidad A, cuidando que de los pies que estuvieren marcados en la re-

regla, asiente el que se notó con el numero 1, sobre el suelo A, y quedando un peon teniendo la regla derecha, y que este levante, ò baxe la tablilla 1, por la regla AC, quando se le mandare, pasarà el Artifice al nibèl, al qual harà dar buelta sobre el tres pies, hasta que por la superficie de qualquiera de los lados del nibèl coja en linea recta los dos vidros, y la regla A 1; y dexando quieto el nibèl, se aparta 4, ó 6 pasos atràs, y mirando por los lados de los vidros las superficies de las aguas *t*, *r*, mandarà al que estuviere en la regla A 1, que levante, ò baxe la tablilla, hasta que las aguas *t*, *r* estèn con ella en linea recta, como *tr* 1; y con la cuña que se ha dicho, sujetarà la tablilla contra la regla el que estuviere en ella.

Si el que se halla en la tablilla, y regla estuviere tan lexos, que no entienda las voces para subirla, ò baxarla, se le mandarà con la seña de un pañuelo, ó sombrero: si anduviere mucho ayre, y moviere las aguas del nibèl, se taparàn las bocas de los frascos con unas papeletas hechas de papel, ò con tarugos de corcho; pero que cada uno tenga un pequeño agujero hecho con una aguja de arambre rusiente, para que por él salga el ayre del nibél, y no entre el de fuera; esto se hace, porque si el agua del nibèl estuviere en el un frasco mas baxa que en el otro, si se diese la buelta al nibèl sin tener respiraderos las tapaderas de los frascos, quedarìa el agua de ellos desnibelada, por el ayre que cogerìa dentro.

Haviendo echado la primera nibelada, mirando por *t* à *r*, vendrà el de la regla con su tablilla asegurada en ella, y el Artifice contarà los pies, pulgadas, y lineas que tuvo la altura A 1, y todo lo asentarà, formando una cuenta segun vaya obrando las operaciones, que serà como se expresa en las cuentas de la Tabla siguiente.

La altura de la regla, desde A hasta 1, supongamos tuvo 15 pies, 4 pulgadas, y 3 lineas, las quales se pondràn como parece en la Tabla, asentando primero la A, y seguidamente en columnas todos los numeros enteros, y quebrados, como se notan sobre cada cabeza

za de la columna de la Tabla, que se han de entender en esta forma: la primera columna, que comienza de la mano izquierda, con el numero primero, y remata abaxo en el 5, son las estaciones, ò lugares donde se sienta el nibèl.

La segunda columna, que comienza con A, y remata con Z, son los puntos donde se asienta la regla sobre la superficie de la tierra; y donde hay dos letras de una clase, es porque en aquel parage se asienta dos veces la regla, tomando distintas alturas en ella.

La tercera columna, señala los pies; la quarta, las pulgadas; la quinta, las lineas, que señalan las alturas de la regla, en cada lugar que se pone.

Las otras tres columnas del medio señalan las diferencias de las alturas; y las tres ultimas, lo que hay que profundar en cada lugar de los puntos, donde se asienta la regla para abaxo.

Nota, que à mas de la regla sobredicha se lleva de prevencion otra regla, ó vara mayor, para quando no llega la primera à la altura del nibèl, se juntan las

las dos, y levantando la de la tablilla, arrimada à la otra, se obra lo que se necesita con las dos juntas.

Haviendo puesto en orden, como se ha dicho, y representa en la Tabla de la cuenta la A, 15, *04*, *03*, pasese la regla al lugar I, y asentandola en aquel punto, sin mover el pie del nibèl de su lugar E, se le darà la buelta sobre su pie, hasta que los frascos, y brazos estèn en linea recta, con la regla levantada sobre I, y mirando por la parte *r* à *t*, se acomodarà la tablilla en la visual de la superficie de las aguas de los vidros *rt* I, como se representa en la figura, y haviendo asegurado la tablilla con la regla, se mudarà el nibèl al lugar F, armandolo como antes, sobre sus tres pies, como parece figurado.

Tomese la razon de la altura I I, sea *6* pies, *3* pulgadas, y 2 lineas; asientese en la cuenta la marca I debaxo de la A: los *6* pies debaxo de los 15: las *3* pulgadas debaxo de las 4; y hagase la resta de AI en esta forma: de las *3* lineas de arriba restense las 2 de abaxo, y la resta

ta 1 pongase en el orden de las tres columnas del medio de la Tabla, en su lugar correspondiente, y correlativo à la linea de numeros, que sigue à la derecha de I: de las 4 pulgadas restense las 3 de abaxo, y la resta 1 pasese à su respectivo lugar, en el orden del medio, viniendo de la antecedente àcia I: restense los 6 pies de abaxo de los 15 de arriba, y la resta 9 asientese en su lugar, como parece en la figura, en la segunda linea, que es baxando de A, con cuyas operaciones sabemos, que haviendo restado la altura de la regla I1, de la altura A1, quedan 9 pies, 1 pulgada, y 1 linea; y esto es lo que hay que profundar de I à L, para que L, y A estèn à nibèl, como representa la orizontal AL.

Buelvase à asentar la misma regla en el punto I, baxando el terreno una pulgada de el asiento, que tuvo antes la regla, suponiendo, que de A à I huvo cien varas, que si fueren mas, ò menos se profundarà el punto I las lineas que correspondieren à su distancia AI, ò à qualquiera otra, arreglandose à que à las cien va-

varas, corra lo orizontal una pulgada.

Puesto el nibèl en F, hagase la nibelada *tr2*, y sea la altura I2 de 3 pies, 2 pulgadas, y 5 lineas, que se asentaràn en orden, debaxo de los antecedentes, en la segunda estacion, tercera linea, baxando de A, cuyas partidas son I, 03, 02, 05; mudese la regla al lugar N, y tirese la nibelada *rt2*; cuentese la altura N2, tenga 5 pies, 4 pulgadas, y 2 lineas, que se asientan en la segunda estacion, quarta linea, contada desde A, con estas cifras N, 05; 04, y 02; restese la menor partida I, que se halla encima de la mayor N, que està debaxo, comenzando de las lineas, que es el numero de los menores quebrados, para restar las 5 lineas de I, de la partida N: segunda estacion, tomese una pulgada del 4, y seràn 12 lineas, que juntas con las 2, que corresponden debaxo del 5, hacen 14 lineas, de las que restadas las 5 de arriba, quedan en 9, que se asentarà en la segunda orden del medio, y en la misma linea N de la segunda estacion continùese la resta, y porque del 4 se quitò el 1, quedò el 4 en

en 3; restese de este el 2, que tiene encima, y la resta 1 pongase en la segunda columna, proximo à las 9 lineas antecedentes, viniendo àcia N; restense ultimamente los 3 pies de I, de los 5 de N, y la resta 2 asientese en su lugar, correspondiente en la segunda orden de columnas, y en la misma linea N, y asi se halla, que el punto N baxa mas que I 2 pies, 1 pulgada, y 9 lineas; estas partidas se restarán de la altura LI, que se halla encima en la estacion antecedente, que son 9 pies, 1 pulgada, y una linea, y porque no se pueden restar 9 lineas de 1, hagase lineas una pulgada, de las que corresponden en la partida de arriba, donde se halla una sola pulgada, la que juntando sus 12 lineas con la 1, que le corresponde, hacen 13 lineas, de las que quitadas las 9 de abaxo, quedan 4, que se notan en la ultima orden de columnas, como se demuestra en el ultimo numero de las partidas, que corren de N, (estacion 2.) Continùese la resta, y porque abaxo hay una pulgada, y arriba nada, por haverla gastado en lineas, se tomará un

un pie de los 9 de arriba, el qual tiene 12 pulgadas, de las que restada la 1 de abaxo, quedan en 11, que se llevarán à su lugar, à el lado del 4 antecedente, viniendo ázia N; concluyase con la resta, quitando los 2 pies de los 8, en que ha quedado el 9 de arriba, y la resta 6 llevese à su lugar, correspondiente en la tercera orden de columnas, y será la primera partida 6 pies: segunda, 11 pulgadas: tercera, 4 lineas, como todo parece figurado; y asi sabremos, que para llegar el agua de A à N, se necesitan profundar los pies, pulgadas, y lineas, que acabamos de asentar, cuya profundidad havrà desde N hasta M.

Nota, que quando las partidas de las estaciones, que se notan en las alturas de la regla, son menores las de arriba, que las que se asientan debaxo, como en esta segunda estacion, que la N es mayor que I, la resta será baxar el terreno; y si fuere mayor la partida de encima, como en la primera estacion, que la A es mayor que I, la resta será subir, como consta de la cuenta, que el punto I subiò de A 9

9 pies, 1 pulgada, y 1 linea, asi como ha baxado N de I (estacion 2.) 2 pies, 1 pulgada, y 9 lineas.

Para la tercera estacion cuentense otras cien varas de N a O; pongase el nibèl en medio, sobre poco mas, ò menos, como en G; echese la visual como antes á la regla, puesta en los dos lugares N, O (haviendole baxado su pulgada en N, lo que se harà en el segundo punto de todas las estaciones) midanse las alturas de la dicha visual (que es la linea *3rt*) desde los puntos N, O; sea la primera N*3* 12 pies cabales, que se nota en la Tabla con estas cifras N, 12, 00, 00: midase la segunda 0*3*, y tenga 7 pies, 8 pulgadas, 11 lineas, que se notan en la Tabla en esta forma: O, 07, 08, 11; y porque en la partida mayor, que es la de encima N (estacion 3.) no hay pulgadas, ni lineas, para restar las de abaxo tomese un pie de los 12, y este numero quedarà supuesto en 11 pies; á la partida de las pulgadas dense 11 de ellas, y la que sobra se fingirà de 12 lineas en los dos ultimos ceros: restense las

las 11 de abaxo de las 12 lineas supuestas arriba, y la resta 1 asientese en su lugar correspondiente á las partidas seguidas de O: de las 11 pulgadas supuestas arriba restense las 8 de abaxo, y la resta 3 pongase en su lugar, à la izquierda de la 1, viniendo ácia O: restense de los 11 pies, en que ha quedado el 12 de N, los 7 de O, y asientese en su lugar correspondiente la resta 4, como parece en la figura; y asi sabremos, que el punto O està mas alto que N 4 pies, 3 pulgadas, y 1 linea: sumense estas con la primera linea del tercer orden, que son 6 pies, 11 pulgadas, 4 lineas, que sumadas con los 4 pies, 3 pulgadas, y 1 linea, hacen 11 pies, 2 pulgadas, y 5 lineas, como parece en la segunda linea de numeros, tercera orden de columnas, y esta serà la altura de QO.

Por el mismo orden se continuarán las demàs nibeladas, y poniendo el nibèl en el lugar H, se hará la estacion OV, que será la quarta, como se demuestra en la figura, y se nota en la Tabla de la cuenta. Tenga, pues, la primera altura O

O4, 2 pies, 10 pulgadas, 7 lineas; y la segunda V4, 9 pies, 11 pulgadas, 4 lineas: asientese la primera en la estacion 4 de la Tabla de la cuenta, como parece en O; y la segunda, como se demuestra en V; y porque la partida de abaxo es mayor que la de arriba, la resta serà baxar: restense, pues, los dos pies, 10 pulgadas, y 7 lineas de los 9 pies, 11 pulgadas, y 4 lineas, y la resta, 7 pies, y 9 lineas, se asentarà correlativamente en su lugar, (como parece en la estacion 4,) la qual se restarà de la altura del tercer orden, que se asentò antecedente, como es 11 pies, 2 pulgadas, y 5 lineas, de las que rebaxados los 7 pies, y 9 lineas, quedan 4 pies, 1 pulgada, y 8 lineas, que se asientan correlativas en la linea de las partidas de V, con estas cifras 04, 01, 08, y esta es la altura que se ha de profundar hasta R en RV.

Para la quinta estacion pongase el nibèl en K, y la regla en los puntos V, Z, y tirada la nibelacion 5, 5, midanse las alturas V5, y Z5: sea la V5 de 5 pies, y 8 lineas; la Z5 sea 6 pies, 2 pulgadas, y

y 2 lineas, y asentadas en la Tabla de la cuenta, se halla, que la partida Z de abaxo, es mayor que la partida V de arriba, por lo que la resta tambien serà baxar: restese, pues, la una de la otra, y quedarà en la resta 1 pie, 1 pulgada, y 6 lineas, como parece à continuacion de Z; restense estas partidas de las alturas antecedentes, que son 4 pies, 1 pulgada, y 8 lineas, y lo que queddre seràn 3 pies, y 2 lineas, que se notan en la ultima partida de la Tabla de la cuenta, y esta serà la altura de TZ.

Sin mover el nibèl del lugar K, se levantarà la tablilla del punto Z los 3 pies, y 2 lineas que faltan que profundar; y asegurando la tablilla en la regla, se llevarà esta à otro lugar mas hondo, como en D, donde se ajuste con la visual del nibèl, y en aquel parage no havrà que profundar nada para que pueda correr à èl el agua del rio AB; pues siendo (como es) igual la altura T5 con la altura D6, estarà el punto D en la orizontal AB, y toda la altura del agua AC podrà llegar igualmente por toda la orizontal BD, y mucho mejor

 ha-

haviendo dado una pulgada de pendiente à cada cien varas de linea, como se advirtiò al principio.

Nota, que como se ha dicho antes, se señala en la Tabla de la cuenta la primera, y ultima letra solas, por razon de que los puntos donde ellas señalan estarà la regla sobre ellos solo una vez, y en donde están las letras duplicadas, se ha de asentar dos veces en un mismo punto, y lugar, dando las vertientes, segun las distancias, como se ha prevenido, las quales se pueden dàr à la misma tablilla, ò como mejor pareciere al Artifice.

*** *** *** ***
*** *** ***
*** ***
***

TA-

T A B L A

DE LAS CUENTAS QUE DEBEN llevarse en las nibelaciones.

Estaciones	Puntos de la regla	Pies. Pulgadas. Lineas.	Pies. Pulgadas. Lineas.	Pies. Pulgadas. Lineas.
1	A	15.04.03.		
	I	06.03.02.	09.01.01.	alt.
2	I	03.02.05.		
	N	05.04.02.	02.01.09.	06.11.04. alt.
3	N	12.00.00.		
	O	07.08.11.	04.03.01.	11.02.05. alt.
4	O	02.10.07.		
	V	09.11.04.	07.00.09.	04.01.08. alt.
5	V	05.00.08.		
	Z	06.02.02,	01.01.06.	03.00.02. alt.

PRO-

PROPOSICION XIX.

Trata de algunas advertencias sobre que pueden ocurrir algunas dificultades en las nibelaciones. (Fig. 16.)

Todas las dificultades que pueden ocurrir en qualquiera nibelacion, se pueden colegir de las operaciones que se han declarado, y por ellas facilitar su práctica, para cuya inteligencia son las observaciones siguientes.

1 En esta nibelacion no ha llegado el caso de baxar ningun terreno à mayor profundidad que la del agua del rio, como sucede en muchas ocasiones en las nibelaciones largas; y se ha de advertir, que si llegare el caso, de que haviendo llegado con la nibelacion hasta el punto D, se huviere de seguir, baxando à mayor profundidad, en lugar de poner en las ultimas cifras de la Tabla de la cuenta, altura, que es lo mismo que subir, se pondrá baxar, con esta cifra, bax.; y asi en cada lugar se sabrá los pies que se halla la

la nibelacion mas alta, ò baxa, que el punto de donde se comenzò à nibelar; y esta cifra alt. señala estár mas altos que el punto, ò nibèl de donde ha de salir el agua; y esta bax., señalarà lo que se huviere baxado. Y por la cuenta de la Tabla, que se forma del mismo modo en todas las nibelaciones, se sabe lo que en cada estacion hay que profundar el cauce, ò acequia: para esto se dexan embueltos los puntos de las alturas con algunos montones de tierra, los que se hallan despues, aunque pasen muchos dias, llevando la cuenta del papel, para hacer por ella las escabaciones, y demàs obras.

2 Todas las acequias, que se abren para conducir agua por ellas, deben formarse, en quanto fuere posible, en lineas rectas, y quanto menos fueren éstas, serà menor la longitud de la acequia, ò canal; pero por razon de la desigualdad de terrenos, y conveniencia de las limpias, se termìna una altura igual, dando à la zanja, ò foso del canal de 4 à 6 pies de profundidad, para que un peon pueda arrojar fuera la tierra, que de la acequia se sacàre;

re ; esto se logra faldeando por los montes un terreno igual , cuya superficie se halla con la nibelacion , tentando por el terreno (con la regla , tablilla , y nibèl) los puestos mas cómodos , hasta encontrar la altura que se quiere.

3 Si se llegàre con la nibelacion à un monte , que no se pudiere faldear , se pasará por una mina ; y si se llegàre à un barranco, ò arroyo, se puede pasar con un puente , ò por debaxo de èl con una alcantarilla cubierta , lo que dispondrà el Artifice segun le permitiere el terreno.

4 La prueba de una nibelacion es hacerla ésta por distintos caminos , y si en los mismos puntos de los extremos se encontraren ajustadas las nibelaciones , no hay que dudar en la exactitud.

5 Se debe huir de hacer presas en todos los rios caudalosos , porque éstas las llevan con facilidad las avenidas , y son unos gastos intolerables. Para esto se elige la mayor profundidad de la parte arriba de un vado, ò despeñadero, y éste sirve de presa ; y es mejor que la acequia sea una legua de larga sin presa , que un quarto de legua con ella ; pues con mas facilidad se limpia la acequia , que reparar , ò hacer la presa ; y caso que ésta se haya de hacer , se elegirà un vado , y levantarla lo menos que se pueda para su mayor permanencia. Otras muchas cosas pueden ocurrir , que se dexan á la inteligencia , y discurso del Artifice.

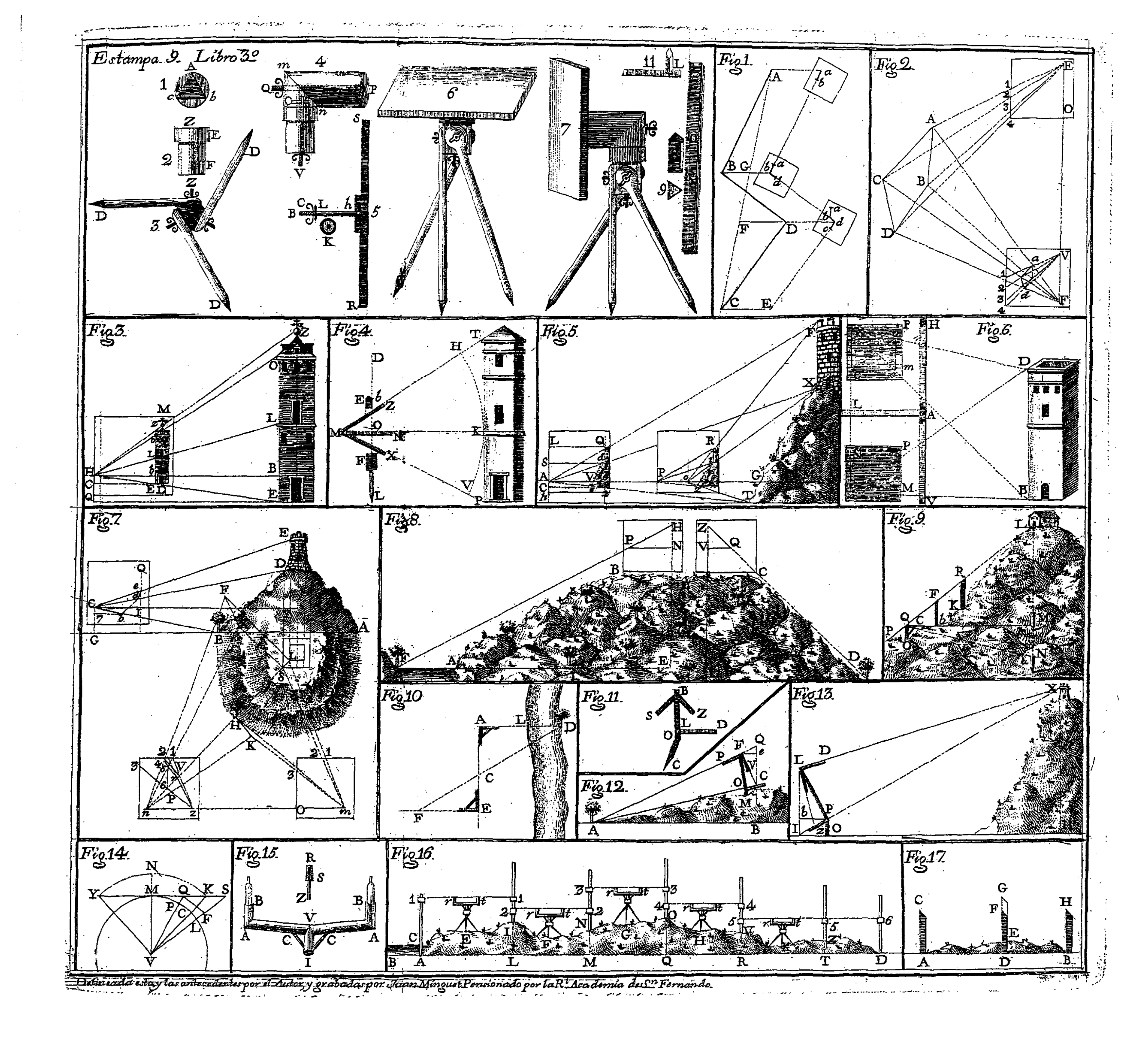
PROPOSICION XX.

De la perfeccion de los canales. (Fig. 17.)

Sea la oculta ADB el suelo que ha de quedar en una acequia , por el qual ha de correr el agua, y si se halla que por mal trabajo de los peones hay que quitar los desmontes como en ED, se obrará en esta forma: Haganse tres reglas iguales de 5 pies cada una, y en los puntos A , y B se levantará en cada uno una de ellas perpendicularmente; y clavadas con una punta de hierro en la tierra , suponiendo , que los puntos A, B estèn yà nibelados, se llevarà otra regla suelta por el suelo defectuoso , y esta se pondrá perpendicular , y en linea rec-

recta con las otras, como en E; echese por las fixas AC, BH la visual CH, y cortarà à la regla EG en el punto F, y se hallarà, que lo que hay que profundar en E, es la altura FG, profundese èsta en E, hasta que llegue a D, y entonces se hallarán las cabezas superiores de las tres reglas en la visual CFH. Esta operacion se repetirà en los intermedios de los puntos A,B, por cuyas marcas se haràn los desmontes de entre ellas con toda perfeccion, y haciendo lo mismo en las demás partes del canal, se havrà concluìdo con aquella obra, y á ésta se dà fin: Deseando el Autor sea todo lo que se contiene en ella en beneficio de todo el público, de nuestra Nacion Española, y utilidades del Real Servicio.

FIN.


Estampa. 9. Libro 3º
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Delineada esta y las antecedentes por el Autor, y grabadas por Juan Minguet Pensionado por la Rl. Academia de Sn. Fernando.